

TRATTATO DEL MODO BREVISSIMO

Di trouare la Radice quadra delli numeri,

Et Regole da approssimarsi di continuo al vero nelle Radici de' numeri
non quadrati, con le cause, & inuentioni loro;

*Et anco il modo di pigliarne la Radice cuba, applicando il tutto
alle OPERATIONI MILITARI, & altre.*

DI PIETRO ANTONIO CATALDI Lettore delle Scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

All' Illustrissimo Signore, & Padrone Colendissimo

FRA LODOVICO MARISCOTTI

Conte, & Cauallero Hierosolimitano,

*Gentilhuomo di Camera del Serenissimo Sig. Duca di Savoia,
& stipendiato dalla Sacra Maestà del Rè Catolico.*



IN BOLOGNA

Appresso Bartolomeo Cochli. M. DC. XIII.

Con licenza de' Superiori.

Don Marcellus Baldassinus Clericus regularis Sancti Pauli, pro Illustrissimo,
& Reuerendissimo Archiepiscopo Bonon.

Imprimatur.

Fr. Sixtus Lector, S. Inquisitionis Bonon. Not.

*Q*UAS non virtutes, quae non praegrandia facias.
Corporis, atq; animi, cernimus effigie?



All' Illustriss. Sig. & Padrone Colendissimo
FRA LODOVICO MARISCOTTI
 Conte, & Caualliero Hierosolimitano,
 Gentiluomo di Camera del Serenissimo Signor Duca di Sauoia,
 & Ripendiato dalla Sacra Maestà del Rè Catolico.

L'ANTICA seruitù mia con l' Illustrissima Casa Mariscotti, & particolarmente con la persona Sua, mi hà mosso à presentare à V. S. Illustrissima parte delle mie fatiche, come appartenenti ancora all' Arte Militare, alla quale Ella per propria elettione, lasciando gl' agi domestici, se bene Maiorasco, s'è totalmente dedicata, solo per acquistar gloria, come benissimo ne rende piena testimonianza il valor Suo, con li prosperi successi, a' quali per giungere, si è sempre affaticata, tranagliando nelle guerre d' Vngaria, di Fiandra, & ne i seruitij di Malta, come al presente non tralascia di continuare, seguendo pure li vestigi di tanti segnalati Cauallieri sì in armi, come in lettere della Illustrissima Sua Casa: onde finiendo io il nascimento, & Virtù Sue, qualità veramente degne d'esser premiate da qual si voglia Potentato, gl' inuio, & dedico questa mia Opera di numeri, con essempj alle Operationi Militari, acciò s' illustrata dal Suo glorioso nome, in segno della molta riverenza gli professo, che per fine humilmente baciandoli le mani, le prego da N. S. Dio ogni augumento di salute.

Di V. S. Illustrissima

Humilissimo, & dedatissimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

AD ILLVSTRISSIMVM
COMITEM AC EQVITEM
FR. LVDOVICVM MARISCOTTVM.

IOANNES ALBANVS BONON.

EÆC tibi debentur præclari scripta Cataldi
LVDOVICE potens viribus, ingenio,
Clara tui virtus, maiorum fama iuorum
Sic hominum mentes, sic animosq, trahit;
Et tua progenies quos non deuincit amore,
Cum calamo, & gladio, splendida ubiq, micet?
Et tua facta viros quos non desletere possunt,
Queis populo, magnis Principibusq, places?
Nil mirum est igitur tibi si isthæc dedicer auctor,
Deuincti ut signum munera sint animi.

AD LECTORES.

EIVSDEM.

CORPORE dum Petrus, dictu mirabile, languet,
Viuida quam sanæ munera mentis habet?
Quot perdocta dedit nullum peritura per æuum?
Quot clam subripuit mens inimica nimis?
His tamen assiduus non deficit in noua scripta,
Ut referet magnos, quæ laquere viros;
Tot de mensuris, numerisq, tot abdita scripsit,
Tot dedit, ut nemo promere plura queat;
Cataldo o dociles quantum debemus amici?
Miscuit hic nobis utilitate decus.



Modo breuissimo di pigliare la Radice quadra delli numeri.

PRODOTTO 75284164325. da pigliarne la Radice quadra, puntato esso numero al solito, pigliaremo la radice sino alli dui primi punti, il che con facilità si fa à mente, che ho à di 752. la radice è 27. (che 27. via 27. fa 729.) & auanza 23. quale auanzo si scriua al suo luogo sotto alla riga rincontro al 752. poi al 23. detto accompagnaremo l'8. seguente superiore con la menre; cioè supponendo, che doppo al 23. seguiti l'8. che farà 238. & si veggia quante volte nel 238. entri il doppio del 27. trouato, con conditione, che dal restante accompagnaro al 4. seguente superiore puntato, si possa cauare il quadrato del numero delle volte, che il doppio del 27. farà entrato nel 238. Ma per non hauere à doppiare il 27. noi possiamo vedere quante volte detto 27. entra in 238. & poi pigliate la mità d'esso auuenimento; onde diremo 2. in 27. entra 10. volte, & auanza 3. che con l'8. seguente fa 38. ma 7. seguente del 27. in 38. non può entrare le medesime 10. volte, però vedremo se il 27. in 238. entri 8. volte (che 9. volte non occorre à provare, perché la mità di 9. non faria numero intero, ne faria à nostro proposito; poiche douendo il doppio di 27. entrare, ò 1. volta, ò 2. volte, ò 3. ò 4. ò 5. ò 6. ò 7. ò 8. ò 9. volte in qualche numero, conuerà provare se esso 27. semplicemente entra nel medesimo numero, ò 1. volta, ò 2. volte, ò 4. ò 6. ò 8. ò 10. ò 12. ò 14. ò 16. ò 18. volte (numeri di volte doppj, alli 9. sopradetti) che cercando altro numero di volte faria superfluo) però diremo, 2. in 23. entra 8. volte, & auanza 7. che inteso, accompagnato all'8. seguente fa 78. nel qual 78. il 7. seguente del 27. entra anco e gli 8. volte, & auanza molto, onde dal composto d'esso auanzo, accompagnato al 4. puntato, si potrà cauare il quadrato della mità di dette 8. volte, però 8. è buono, & la sua mità, cioè 4. è la figura, che cerchiamo da scriuere fra le righe sotto al 4. puntato, & hora per trouare l'auanzo da scriuere in margine, moltiplicaremo questo 4. in se stesso, & fa 16. qual 16. cauaremo dal 4. puntato, & perché non si può (prestandoli tante decime quante li bisognano) lo cauaremo da 24. che resta 3. da scriuere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 2. (decime prestate) poi moltiplicaremo il 4. illeso trouato, per il doppio di 27. & andaremo cauando il prodotto (giuntoli il 2. auanzato) da 238. ma per non hauere à doppiare il 27. doppiaremo con più commodità il 4. detto, che farà 8. & moltiplicheremo il 27. via 8. ouero verremo moltiplicando il 4. detto, via le figure del 27. & doppiaremo i prodotti, dicendo 4. via 7. fa 28. & 28. fa 56. & al che auanza fa 58. da cauare da 8. & però da 58. (prestandoli 9. decime, che li bisognano) che resta 0. da scriuere sotto alla virgola, & auanza 5. poi moltiplicaremo 4. via 2. che fa 8. & 8. fa 16. & 5. auanzato fa 25. da cauare di 23. & resta 20. da scriuere sotto alla righetta, & così haueremo finito questa operatione, & l'auanzo sarà 208. che in compagnia dell'1. seguente superiore significarà 20823. nel quale vedremo quante volte entri il 274. trouato, dicendo 2. in 20. entra 10. volte, ma 7. in 8. non può entrare le istesse 10. volte, però diremo 2. in 20. entri 8. volte, & auanza 4. che con l'8. seguente fa 48. nel qual 48. il 7. seguente non può entrare le istesse 8. volte, però similmente diremo, 2. in 20. entra 6. volte, & auanza 8. che con l'8. seguente fa 88. nel quale il 7. entra le 6. volte dette, & auanza molto (che basta, che auanzi 18. accioche in qual si voglia occasione, ò numeri, si sia sicuro, che le seguenti figure, se bene c'assi, non si esse suffragio, entrino nelle seguenti numeri, se bene vi douessi marcare 18. volte, & benchè bora, che le figure antecedenti etiam 06. volte, bastaria, che auanzasse 6.) però pigliando la mità di queste 6. volte, che è 3. lo scriueremo sotto al 6. puntato, & moltiplicando 3. in se stesso, che fa 9. cauaremo dal 6. & perché non si può, lo cauaremo da 16. che resta 7. da ponere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 1. (decime prestatà al 6.) poi diremo 3. via 4. (del 274.) fa 12. che doppiato fa 24. & giuntoli il 2. che auanza fa 25. quale cauaremo da 2. seguente al 6. verso ma non si possa, ma non si può, però lo cauaremo da 31. che resta 6. da scriuere in margine, & auanza 3. hora diremo 3. via 7. fa 21. & 21. fa 42. & 3. che auanza fa 45. quale cauaremo da 8. del 208. & perché non si può, lo cauaremo da 48. che resta 3. da scriuere in margine, & auanza 4. da serbare in mente, poi diremo 3. via 2. fa 6. & 6. fa 12. & 4. auanzato fa 16. da cauare di 20. che resta 4. & haueremo 4367. al quale imaginando accompagnato al 4. seguente (superiore fa 43674. in questo vedremo quante volte entri il 2743. trouato, dicendo 2. in 43. entra 20. volte, ma auanza solo 3. che con il 6. seguente fa 36. nel quale il 7. seguente non può entrare le 20. volte, & benchè sappiamo, che l'auuenimento mai può essere più di 18. perché la sua mità faria più di 9. il che non occorre mai, operando rettamente al solito, diremo dunque 2. in 43. entra 18. volte, & auanza 7. che accompagnato con il 6. seguente fa 76. nel quale il 7. non può entrare 18. volte,

18. volte, però (minuendo si dirà, a. in 43. entra 16. volte, & auanza 11. che con il 6. fà 110. nel quale il 7. entra le 16. volte, & auanza 4. che con il 7. seguente fà 47. nel quale il 4. del 2743. non può entrare le 16. volte dette, però conuerà (minuire, & prouare, & sperimentare 14. uicèdo a. in 43. entra 14. volte, & auanza 15. che con il 6. fà 156. nel quale il 7. entra le 14. volte, & auanza molto, onde le seguenti figure potranno entrare le 14. volte dette, con la conditione, che poi si ricerca, cioè, che il quadrato di 7. mita di 14. si possa cauare dal restante accompagnato al 2. puntato; però scriueremo 7. rincontro al 2. puntato, & per trouare l'auanzo da ponere sotto alla righetta da tirarli in margine, verremo multiplicando, & sottrando, dicendo 7. via 7. fà 49. da cauare da 2. puntato, & perche non si può, diremo da 5. che resta 3. da ponere in margine, & auanza 5. poi diremo 7. via 3. fà 21. & 21. fà 42. & 5. auanzato fà 47. che da 4. non si può cauare, però da 5. resta 7. da scriuere al suo luogo, & auanza 5. poi diremo 7. via 4. fà 28. & 28. fà 56. & 5. auanzato fà 61. che da 7. non si può cauare, però lo cauaremo da 67. & resta 6. da scriuere in margine, & auanza 6. poi 7. via 7. fà 49. che il doppio è 98. & 6. che auanzato fà 104. che cauato da 108. (perche da 6. non si può) resta 2. da scriuere in margine, auanzando 10. poi vltimamente 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 10. auanzato fà 38. che da 43. resta 5. quale scritto al suo luogo a canto all'altre figure trouate, vedremo l'auanzo essere 52673. hora in questo accompagnato il 3. (superiore seguente, vedremo quante volte entrì il 27437. trouato, dicendo 2. su 52. entra 18. volte (che non occorre sperimentare ne 26. ne 24. ne 22. ne 20. che saria superfluo, perche la mita d'effi numeri saria più di 9. & però non si potrà scriuere con vna figura) & auanza 16. che con il 6. seguente fà 166. nel quale il 7. entra le medesme 18. volte, & auanza più di 18. però l'altre seguenti figure d'entreranno senza dubbio le istesse 18. volte; & auanzarà molto, onde 18. è buono auuenimento, perliche la sua mita, che è 9. scriueremo sotto al 5. puntato, & per trouare l'auanzo, diremo 9. via 9. fà 81. che cauato da 85. (perche da 5. puntato non si può) resta 4. da scriuere in margine sotto ad vna righetta, & auanza 8. poi 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. che auanzato fà 134. che da 143. (perche da 3. superiore seguente non si può cauare) resta 9. da scriuere sotto alla righetta, & auanza 14. poi 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 14. auanzato fà 68. quale si cauì da 3. del 52673. & perche non si può, si cauì da 73. che resta 5. da scriuerli sotto al suo luogo, & auanza 47. poi si dica 9. via 4. fà 36. & 36. fà 72. & 7. auanzato fà 79. che da 7. & però da 87. resta 8. da scriuere in margine, & auanza 8. poi diremo 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. quale si cauì da 136. in vece di cauarlo dal 6. seguente, & resta 2. da scriuere al suo luogo, auanzando 13. vltimamente diremo 9. via 2. fà 18. & 18. fà 36. & 13. auanzato fà 49. che cauato da 51. resta 3. & così haueremo finita la operatione. Hora per formare il rotto, perche l'auanzo 328594. è numero paro, però sottoscriuendoli il doppio della radice trouata, esso rotto si potrà schifare per 2. necessariamente; Noi per breuiar pigliaremo la mita di questo auanzo, & lo verremo ponendo per numeratore (sopra ad vna riga a canto da man destra alla radice trouata, & sotto ad essa per denominatore scriueremo la radice trouata, & così formeremo $\frac{328594}{75284164235}$. Et si concluderà, che la radice quadrata di 75284164235. è quasi 274379. Quero quando non ci fusse licito (per essere il numero da pigliare la radice) numero di fanti, & soldati da pouere in ordinanza; & simili) d'no uolemmo formar rotto, diremo, che questa radice è 74379. & auanza 328594. Per fare la prova della sopra detta operatione, & estrazione di radice, Multiplicheremo in se medesimo 74379. & lo potremo fare a mente; come insegna la nostra Regola, & li veniremo giòngendo di mano in mano le figure dell'auanzo 328594. Et senza scriuere esso 274379. in alcun luogo, se vorremo, ci potremo seruire della radice trouata, hngendoli sotto vn numero al lui eguale; Et anco senza venir scriuendo il prodotto in alcun luogo, basterà andar vedèdo se le figure d'esso prodotto di mano in mano, che si vanno trouando sono le medesme, che quelle del 75284164235. del quale s'è tolta la radice, che così essendo, faremo sicuri d'hauer bene operato.

Et nel multiplicare vn numero in se stesso, potiamo, quando la regola dalla regola nostra, farlo a modo di Crocetta facilmente, come si dirà nel presente esempio. Per multiplicare 274379. in se stesso, diremo 9. via 9. fà 81. del quale ponere mo, & scriueremo l'1. a. destro, & auanzaremo 8. poi si dirà 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. del quale ponere mo il 4. destro, & auanzaremo 13. poi diremo 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 13. auanzato fà 67. Et ancora 7. via 7. fà 49. che con 67. fà 116. del quale ponetemo il 6. destro, & auanzaremo 16. & poi

Ouero più breuemete.

75284164235

3 7 4 3 7 9

4 352

54 2384

548 20816

5486 436742

54874 5267335

auanza 328594

Ouero

75284164235

2 7 4 3 7 9

4 352

54 2384

8 20816

6 436742

74 5267335

auanza 328594

274379

274379

75283825641

to 8. via 8. hor poniamo, che siano 8. figure, via 8. figure, conosciamo, dico, che allhora si fanno 4. moltiplicazioni (che è la metà del numero d'esse 8.) doppiando ciascuna d'esse; cioè si moltiplica la prima via la ottaua, la seconda via la settima, la terza via la sesta, & la quarta via la quinta. Et quando il numero delle figure, i prodotti delle moltiplicazioni delle quali vanno formati insieme, è dispari, cioè, che habbiamo 3. figure via 3. figure, o 5. via 5. via 7. poniamo, che siano 7. figure via 7. figure, conosciamo, che allhora si fanno 4. moltiplicazioni, cioè 3. moltiplicazioni per le 6. figure laterali, che ciascuna moltiplicazione va duplicata, & una moltiplicazione per la figura media, quale non va duplicata altramente, poiche è moltiplicazione semplice; Cioè si moltiplica la prima figura via la settima, la seconda via la sesta, la terza via la quinta, doppiando ciascuno prodotto, & poi la quarta via la quarta semplicemente, che così questa con le 3. duplicate fanno le 7. moltiplicazioni, quali allhora occorrono per causa delle 7. figure dette.

Et proponendosi 8164357. da pigliarne la radice quadrata, diremo la 8. di 816. è 28. da scrivere fra le righe al suo luogo, & per etouare l'auanzo, porremo venir moltiplicando 28. in se medesimo, & cauando il prodotto dal 816. dicendo 8. via 8. fa 64. da cauare da 6. dell'816. ma non si può, però diremo da 66. resta 2. da scrivere sotto alla riga, & auanza 6. poi 8. via 2. fa 16. & 16. fa 32. & 6. auanzato fa 38. da cauare da 6. seguente nell'816. & perchè non si può da 42. che resta 4. da scrivere sotto alla riga, & auanza 4. poi diremo vltimamente a. via 2. fa 4. & auanzato fa 8. da cauare da 8. dell'816. & resta 0. onde essendo quello 0. cioè niente, nel fine della operatione, cioè la prima figura da man sinistra dell'auanzo non occorre scietuelo; hora all'auanzo trouato, che è 42. fingeremo accompagnarlo il 4. figura superiore seguente, & farà 424. nel quale 424. vedremo quante volte entri il 28. dicendo 2. in 42. entra 18. volte, & auanza 6. che accompagnato al 4. seguente fa 64. nel quale l'8. non può entrare le 18. volte dette, però supponeremo, che il 2. in 42. entri solo 16. volte, & auanza 10. che accompagnato al 4. seguente fa 204. nel quale l'8. del 28. non può entrare le 16. volte dette, però supponeremo, che il 2. nel 42. entri solo 14. volte, & auanza 14. che accompagnato al 4. seguente fa 144. nel quale l'8. può anco egli entrare le 14. volte, & anco auanza molto, di modo, che esso auazo accompagnato al 3. seguente puntato farà numero tale, che d'esso si potrà cauare il quadrato di 7. metà del 14. num. delle volte, che il 28. entra in 424. Questo 7. dunque metà del 14. è la figura,

che va

$$\begin{array}{r} 8264357 \\ 287 \overline{) 4481} \\ \underline{42} \\ 274 \end{array}$$

Proua fatta à mète, cioè con il modo di moltiplicare à crocetta, & venè doli giogendo l'auanzo di mano in mano, che ne risulta per somma il numero, del quale si è presa la R. però di q'ta operazione della proua non si vede vestigio alcuno in margine.

$$\begin{array}{r} 8264357 \\ 287 \overline{) 4481} \\ \underline{42} \\ 274 \end{array}$$

Operatione fatta al modo ordinario.

$$\begin{array}{r} 8264357 \\ 287 \overline{) 4481} \\ 4 \quad 426 \\ \quad 384 \\ 56 \quad 4243 \\ \quad 3969 \\ 574 \quad 27457 \\ \quad 22976 \\ \quad \quad 4481 \end{array}$$

Quero più breuemente.

$$\begin{array}{r} 8264357 \\ 287 \overline{) 4481} \\ 4 \quad 426 \\ 56 \quad 4243 \\ 574 \quad 27457 \\ \quad 4481 \end{array}$$

ca, & sarà finita la operatione totale, mediante la quale trouiamo la radice del proposto 8264357 essere 2874. & auanzare 4481. con il quale se vorremo formare il rotto, ad esso sotto/scruiamo il doppio del 2874. che è 5748. & haueremo $\frac{8264357}{5748}$.

Per fare la proua di questa estrattione di radice, moltiplicando 2874. in se stesso, & giogando al prodotto il 4481. auanzato. Diremo (senza ponere di nuouo il 2874. in alcun luogo per non fare figure di nuouo) 4. via 4. fà 16. & à questo giongeremo 1. prima figura destra del 4481. auanzato, & fà 17. del quale il 7. destro, che si ponera in margine, à noi senza ponerlo in alcun luogo per non fare nuoue figure, basta vedere se è eguale al 7. prima figura destra dell' 8264357. numero del quale si tolse la R. & che deuè nascere dalla nostra operatione, che hora si fa per proua, & vedremo, che gli è eguale, essendo anco ella 7. il che ci mostra sin' hora operatione ben fatta, questo veduto serbaremo l'1. che si troua nel 17. detto, oltre al 7. & seguedo diremo

4. via 7.

che vā posta sotto al 3. puntato; & hora per trouare l'auanzo diremo 7. via 7. fà 49. quale si caui dal 3. puntato sopra postoli, & perche non si può, lo cauaremo da 53. che resta 4. da scriuere di sotto ad vna rigghetta in margine, & auanza 5. per le 5. decine date, & prestate al 3. puntato à farne la sottrattione, poi diremo 7. via 8. fà 56. & 56. fà 112. & 5. auanzato fà 117. (ouero più breuemete adoprando il doppio del 7. cioè 14. diremo 14. via 8. & 8. via 14. fà 112. & 5. auanzato fà 117.) quale cauaremo da 4. seguente superiore, & perche non si può lo cauaremo da 124. che resta 7. da scriuere in margine al suo luogo à canto al 4. già iscritto, auanzando 12. vltimamente diremo 7. via 2. fà 14. & 14 fà 28. (ouero adoprando semplicemente il doppio di 7. cioè 14. diremo 14. via 2. & 14. volte 2. & 2. via 14. fà 28.) & 12. che auanza fà 40. quale cauaremo dal 42. seguente nel 424. imaginato, & resta 2. da scriuere in margine à canto al 74. (ouero, perche esso 2. restante è eguale al 2. del 42. noi senza scriuere altro 2. in margine, ci potremo seruire del già scritto, separandolo con vna rigghetta per il lungo, & in altro modo dal 4. che li segue à man sinistra) & così il restante sarà 274. al quale fingremo, che si accompagni il 5. superiore, che segue, & farà 2745. nel quale consideratemo quante volte entri il 287. sin' hora trouato, dicendo 2. in 27. entra 12. volte, & auanza 3. che accompagnato al 4. seguente fà 34. nel quale l'8. che segue del 287. non può entrare le 12. volte dette, però supponeremo, che il 2. nel 27. entri solo 10. volte, & auanza 7. che con il 4. farà 74. nel quale l'8. non può entrare le 10. volte dette, però supponeremo, che il 2. nel 27. entri solo 8. volte, & auanza 1. che con il 4. seguente accompagnatoli fà 114. nel quale l'8. seguente può entrare le dette 8. volte (che 8. via 8. fà 64.) & di più auanza molto (che auanza più di 8. anzi più di 18.) talmente, che questo 8. volte è quello, che ci segue, però la sua metà, che è 4. farà il numero, & figura da scriuere fra le righe, sotto, & vogliamo dire sincontro al 7. puntato, & per trouare l'auanzo, che è l'vltimo, & però lo potremo scriuere sopra ad vna rigghetta per numeratore à canto da man destra al 2874. radice trouata; diremo 4. via 4. fà 16. quale cauaremo da 7. puntato sopra postoli, & perche non si può lo cauaremo di 17. che resta 1. da scriuere sopra alla rigghetta, & auanza 1. (decima prestata al 7.) poi diremo 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. (ouero adoprando semplicemente il doppio di 4. cioè 8. diremo 8. via 7. fà 56.) & 1. auanzato fà 57. quale cauaremo da 5. & perche non si può, da 65. che resta 8. da scriuere sopra alla rigghetta auanzando 6. poi seguendo con il doppio di 4. sempre, & se ci parerà più comodo, cioè hora con 8. diremo 8. via 8. (che segue al 7.) fà 64. & 6. auanzato fà 70. quale cauaremo da 4. & perche non si può da 74. che resta 4. da scriuere sopra alla rigghetta, & auanza 7. poi vltimamente diremo 8. via 2. fà 16. & 7. auanzato fà 23. quale cauaremo dal 27. che ancora si troua nel 27457. dal quale hora si fa la sottrattione, & resta 4. da scriuere sopra alla rigghetta.

Tronifi la radice quadrata di

904259026843600

Operat. fatta al modo ordinario.

904259026843600
3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

42040

60140 5412684

auanza 33600

Ouero più breuemente.

904259026843600
3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

140 5412684

auanza 33600

Ouero breuissimamente con il modo di sopra mostrato.

904259026843600
3 0 0 7 0 9 0 0

541

3

Proua fatta senza scriuere figura alcuna.

Tronifi la radice quadra di

503532123663682000950

7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

12681

18 85123

14192000 766368200

709600025

10 5676817509

5676800416

auanza 1709350

Ouero più breuemente.

503532123663682000950
7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

18 85123

14192000 766368200

10 5676817509

auanza 1709350

Ouero breuissimamente.

503532123663682000950

è quasi 7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

1

851

7

56768175

17093

Proua fatta senza scriuere figura alcuna.

4. via 7. fa 28. & 28. fa 56. & 1. serbato fa 57. & 8. seconda figura seguente del 4481. fa 65. del quale il 5. destro è eguale al 5. seconda figura seguente dell'8264357. come conuiene, però serbaremo il 6. del 65. & seguendo diremo 4. via 8. fa 32. & 32. fa 64. & 6. serbato fa 70. & 7. via 7. fa 49. & 70. fa 119. & 4. seguente terza figura del 4481. fa 123. del quale il 3. destro è eguale al 3. terza figura seguente dell'8264357. però serbando il 12. del 123. & seguendo alla operatione diremo 4. via 2. fa 8. & 8. fa 16. & 12. serbato fa 28. & 7. via 8. fa 56. & 56. fa 112. che con il 28. fa 140. & 4. quarta, & vltima figura del 4481. fa 144. del quale il 4. destro è eguale al 4. quarta figura dell'8264357. però serbaremo il 14. del 144. detto, & seguendo diremo 7. via 2. fa 14. & 14. fa 28. & 14. serbato fa 42. & 8. via 8. fa 64. & 42. fa 106. del quale il 6. destro è eguale al 6. seguente quinta figura dell'8264357. però serbaremo il 10. del 106. & seguendo diremo 8. via 2. fa 16. & 16. fa 32. & 10. serbato fa 42. del quale il 2. destro è eguale al 2. seguente sesta figura dell'8264357. come bifogna, onde serbando il 4. che rimane nel 42. detto. noi vltimamente diremo 2. via 2. fa 4. & 4. serbato fa 8. qual'8. vltima figura, è numero della totale operatione, è a punto eguale all'8. vltima figura, è numero, che rimane nell'8264357. però conosciamo, che il numero, qual nasce a moltiplicare a 874. in se medesimo giouendo al prodotto il 4481. che auanzò è precise l'8264357. del quale si è tolta la radice, come conuiene, onde concluderemo, che la nostra operatione stia bene.

La causa naturale del modo d'operare nel pigliare la radice quadra delli numeri, si riferba a mostrare a tempo commodò, & quando hauerò facultà di tenere scrittori intelligenti, che mi aiutino, poiche non posso per molta debolezza (crinere da me stesso se non poche cose, & imperfette,

perficere, non le potendo interamente io solo ponere in carta, mentre che l'intelletto le v'è ritrovando, & accommodando.

Et se anco piaceffe alli pronti di memoria, & intelletto, vaghi d'vsare artificio per apparere sommamente breui nella scrittura delle operationi Arithmetiche, essi potrian circa al pigliare la radice quadra della numeri, mostrare di valersi della scrittura di pochissime figure, operando come si mostrerà, pigliando per esempio il 75284164235. adoprato da principio à trouarne la sua radice, che veduto del 752. la radice essere 27. & multiplicando

75284164235

27

33

esso 27. in se stesso, con venir sottrahendo il prodotto dal 752. nell'andar trouando il 23. che resta, egli si verrà scriuendo sotto alla riga al suo luogo, ma in figure piccolissime da potere facilmente mutare, & annullare; A questo 23. considereremo accompagnarli l'84. che segue componendo 2384. & nel 238. veduto, che il 27. entra 8. volte con la conditione, che si ricerca (cioè, che il quadrato di 4. sua metà si

possa cauare dal num. formato dall'auanzo accoppagnato al 4. figura puntata del 2384.) che però 4. sarà la figura, che v'è posta fra le righe, noi troueremo l'auanzo dicendo, 4. via 4. fa 16. da cauare da 4. puntato sopra postoli, & perche non si può, lo cauaremo da 24. che resta 8. qual' 8. scriueremo sotto alla riga principale in figura piccolissima da potere mutare, & annullare facilmente, & auanzaremo 2. per causa delle 2. decine prestite al 4. puntato nel fare la sottrattione, poi seguendo diremo, à multiplicare 4. via 7. fa 28. & 28. fa 56. & 2. auanzato fa 58. da cauare da 8. che segue verso man sinistra doppo il 4. puntato, & perche non si può, lo cauaremo da 58. & resta niente, cioè 0. qual' 0. scriueremo sotto alla riga principale in forma piccolissima, & auanzando 5. seguiremo à dire 4. via 2. fa 8. & 8. fa 16. & 5. auanzato fa 21. & questo cauaremo dal 23, che è sotto alla riga, & resta 2. però trasmuteremo il 3. in 2. & leuaremo il 2. sinistro del 23. & così hora sotto alla riga principale haueremo per auanzo 208. al quale considerato accompagnarli il 16. che segue componendo 20816. & nel 2081. veduto, che il 274. entra 6. volte con la conditione, che si ricerca, che però 3. sua metà sarà la figura, che v'è posta fra le righe; noi troueremo l'auanzo dicendo 3. via 3. fa 9. da cauare da 6. puntato sopra postoli, & perche non si può, lo cauaremo da 16. che resta 7. qual' 7. scriueremo sotto alla riga principale, intendendosi sempre in

figura piccola da poter mutare facilmente, & auanzaremo 1. per causa dell'vna decia prestata al 6. puntato nel fare la sottrattione, poi seguendo diremo, à multiplicare 3. via 4. fa 12. & 12. fa 24. & 1. auanzato fa 25. da cauare da 1. che segue verso man sinistra doppo al 6. puntato, & perche non si può lo cauaremo da 3. & resta 6. da scriuere sotto alla riga principale, auanzando 3. & seguendo diremo 3. via 7. fa 21. & 21. fa 42. & 3. auanzato fa 45. quale cauaremo da 8. figura, che si troua nel luogo subito seguenre sotto alla riga principale, & perche non si può lo cauaremo da 48. (prestandoli 4. decine, che li bisognano) & resta 3. però trasmuteremo l'8. in 3. auanzando 4. & seguendo diremo vltimamente 3. via 2. fa 6. & 6. fa 12. & 4. auanzato fa 16. quale cauaremo da 20. che segue sotto alla riga principale, & resta 4. però del 20. trasmuteremo il 0. in 4. & leuaremo il 2. & così hora sotto alla riga principale haueremo per auanzo 4367. al quale considerato accompagnato il 42. che segue componendo 436742. & veduto, che nel 43674. entra 14. volte con la conditione, che si ricerca, & che perciò 7. sua metà è la figura, che si hà da ponere fra le righe sotto al 2. puntato, posta che l'haueremo, troueremo l'auanzo nel modo detto. trasmutando le figure come bisogna, & annullando quelle, che occorrerà di annullare, & così seguendo fino al fine della totale operatione, essendosi trouato la radice del proposto numero essere 274379. haueremo sotto alla riga principale il solo 274379. auanzo della operatione. con il quale potremo formare il rotto della & a nostro beneplacito. Et potremo vsare il medesimo modo nel;

75284164235

2743

4367

l'altre operationi. Et notifi, che questo si può similmente vsare nelle operationi del parti-

75284164235

27437

52673

75284164235

274379

274379

328594

re, che per esempio partendo 4456289. per 2578. che ne viene 2728. posto fra le righe, noi sotto ad esse righe haueremo solo 1505. che è l'auanzo della partitione.

2578) 4456289

1878

2578) 4456289

28736

2578) 4456289

2212

2578) 4456289

1505

Et notifi, che questo si può similmente vsare nelle operationi del parti-

1505



Discorso intorno al formare il Rotto nella estrattione delle radici di qual si voglia sorte.

NEL formare il rotto nell'estrattione delle radici, poniamo nelle quadrate, ci mostra il giudicio, & ragion naturale, che essendo numeratore l'auanzo, che resta nel numero proposto da pigliarne la radice, leuarone il quadrato dell'intero, che haueremo trouato; allhora, il denominatore deue esser tale, che egli possa seruire a tutti gli auanzi, cioè che sempre se ne formi vñ rotto minore d'1. intero, qual rotto di mano in mano si vada auuicinando all'intero, & vi peruenga a punto quando faremo arriuari al quadrato del numero intero, che subito segue all'intero già trouato. Et perciò esso denominatore deue essere quel numero, che mostra la differenza, che si troua fra il quadrato dell'intero trouato, & il quadrato dell'intero subito seguente per l'ordine delli numeri, cioè che è maggiore dell'intero trouato in vna unità, ma questa differenza nelli numeri quadrati è sempre la somma di detti dui interi (come mostreremo di sotto) che è quanto il doppio, & 1. più dell'intero trouato, & perciò nella estrattione della 2. quadra conosciamo, che il denominatore del rotto deue essere il doppio, & 1. più dell'intero trouato. Et il formare il rotto in questo modo è causa, che la 2. così trouata sarà scarsa, cioè che il suo quadrato non arriuarà al numero proposto, ma noi potremo andare continuamente ritrouando altre & più propinque, cioè tali, che i quadrati loro più si andranno auuicinando al numero proposto.

Che la differenza delli quadrati di dui numeri interi prossimi sia quãto la somma d'essi dui numeri interi prossimi, ò vogliamo dire (che è il medesimo) sia quanto il doppio, & 1. più del minore, lo conosciamo, se pigliando per esempio per numeri interi prossimi 7. & 8. i quadrati delli quali sono 49. & 64. considereremo, che il prodotto di 8. via 8. cioè il quadrato d'8. maggiore è quanto il prodotto di 7. via 8. & di 1. via 8. (supponendo l'vn'8. diuiso in 7. & 1.) & di questi il prodotto di 7. via 8. è quanto il prodotto di 7. via 7. & di 7. via 1. (supponendo l'8. diuiso similmente in 7. & 1.) per il che il prodotto di 8. via 8. viene ad esser composto di questi tre, che sono 7. via 7. via 1. & 1. via 8. onde il quadrato d'8. (cioè 8. via 8. che fa 64.) supera il quadrato di 7. (cioè 7. via 7. che fa 49.) nelli dui prodotti, che rimangono, cioè di 7. via 1. & 1. via 8. che è quanto vna volta 7. & vna volta 8. & però è quanto vna volta 15. somma di 7. & 8. i numeri propinqui detti; & perche l'8. è vna unità maggiore di 7. intero minore a lui propinquo, vediamo, che tanto importa giungere insieme 7. minore, & 8. maggiore, che fa 15. quanto pigliare due volte. ò doppie di 7. minore, che fa 14. & a questo giungere 1. differenza di 7. ad 8. che fa il medesimo 15. Et così si conclude, che la differenza di 49. quadrato di 7. à 64. quadrato d'8. interi propinqui è 15. doppio, & 1. più di 7. intero minore.

Ma notifi di più, che la differenza di dui numeri quadrati è sempre quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza d'esse radici loro; che per esempio la differenza di 225. à 9. è quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, cioè di 15. & 3. che fa 18. via la differenza d'esse due radici, cioè di 15. à 3. che è 12. & 12. via 18. fa 216. che è la differenza di 225. à 9. Il che se bene noi Geometricamente già dimostriamo nel nostro libretto intitolato, *Adodo breuissimo di misurare le superficie rettilinee*, hora intendiamo ne mostreremo la causa, procedendo naturalmente al nostro solito. Presti dui numeri quadrati sopradetti 225. & 9. le radici delli quali sono 15. & 3. & supponendo il 15. maggiore diuiso in 3. minore, & in 12. differenza loro, conosciamo, che 15. via 15. importa tanto, quanto 15. via 12. & 15. via 3. & di questi nel 15. via 3. diuidendo il 15. in 3. (eguale al 3. numero minore delli dui detti 15. & 3.) & in 12. vediamo, che tanto importa il totale 15. via 3. quanto 12. via 3. & 3. via 3. per il che conosciamo il prodotto di 15. via 15. constare, ò essere contenuto da questi tre, che sono 15. via 12. via 3. & 3. via 3. ma di questi tre, li dui 15. via 12. & 12. via 3. ò vogliamo dire 15. via 12. & 3. via 12. (cherisulta l'istesso) si può dire, che (formando noi il 15. & 3. che fa 18.) vengono à comporre, ò importare tanto; quanto il solo prodotto di 18. via 12. & però in vece delli tre prodotti superiori, che sono 15. via 12. via 3. & 3. via 3. intendendo, ò adoprando quelli dui 18. via 12. & 3. via 3. che sono equiuacanti alli tre superiori detti, conosciamo, che tanto è, ò importa il prodotto di 15. via 15. quanto li dui di 18. via 12. & 3. via 3. & perciò il quadrato di 15. cioè 225. eccede il quadrato di 3. cioè 9. nel prodotto di 18. via 12. ma il 18. vediamo esser la somma d'essi dui numeri 15. & 3. & il 12. essere la differenza delli medesmi dui numeri 15. & 3. però conosciamo, che la differenza delli dui numeri quadrati è quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza delle medesme radici. Et così se facilmente vorremo sapere quanto è la differenza del quadrato di 37. al quadrato di 59. basterà moltiplicare 96. somma d'essi 37. & 59. via 22. differenza loro, che fa 2112. & questo è la differenza delli quadrati di detti dui numeri. Similmente volendo

sapere

saperè la differenza, che è dal quadrato di 20. al quadrato di 35. Multiplicaremo 64. via 6. cioè 64. via 6. cioè 216. via 20. che fa 1120. & 420. cioè 432. & questa è la differenza del quadrato di 20. al quadrato di 35. Er volendo sapere la differenza, che è dal quadrato di 138. al quadrato di 156. Multiplicaremo 395. somma delli doi numeri detti, via 138. differenza loro, che fa 46610. & questa è la differenza delli quadrati di detti doi numeri.

Et accinche si conosca, che delli numeri non quadrati è impossibile trouarne la $\sqrt{\quad}$ precise, cinè per esempio di 20. è impossibile trouare numero alcuno, che moltiplicato in se stesso lo produca; si dice, che potendosi trouare alcun numero, quale moltiplicato in se stesso producessi 20. numero intiero; questo numero conuerza, che fusse, ò intiero, ò misto d'intiero, e rotto; oia intiero, il quadrato del quale sia 20. non si troua, perche di 4. il quadrato è solo 16. & di 5. intiero prossimo seguente il quadrato è 25. Ne intiero, & rotto, cioè misto alcuno, il quadrato del quale sia numero intiero; non si può manco trouare, & lo conosceremo dal seguente discorso. Di vn numero misto (che per commodità chiamiamolo AB , che A , sia la parte, che conuene l'intiero, & B , la parte, che conuene il rotto) il suo quadrato consta del quadrato d' A , intiero, & chiamiamolo I , del quadrato di B , rotto, & chiamiamolo R ; & del prodotto, che nasce à moltiplicare il doppio dell' A , intiero, via il rotto B , qual prodotto chiamaremo P . Quanto all' I , quadrato d' A , intiero, egli sarà sempre intiero (poiche à pigliare vn numero intiero per numero intiero di volte, il prodotto è intiero) l' R , quadrato di B , rotto sarà sempre rotto; perche à moltiplicare vn rotto in se medesimo, cioè à pigliare vna quantità, che hora è vn rotto, ò parte d'vnità; manco d'vna volta, il prodotto è sempre minore della quantità presa, & però è uanico del rotto moltiplicato, & consequentemente è anco egli manco d'vna vnità, cioè necessariamente è rotto; il qual rotto, che si produce, cioè l' R , quadrato di B , che hà per numeratore il quadrato del numeratore di B ; & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B , mai si potrà schifare, & però mai si potrà ridurre à rotto, che per denominatore habbi il denominatore medesimo di B , (intendendosi lo schifare al modo ordinato, nel quale ciascun rotto, che ne deriva, deue hauere vn numero intiero per numeratore, & similmente vn numero intiero per denominatore) ne il quadrato di rotto alcuno si può mai schifare, perche essendo il quadrato del numeratore incommunicante al quadrato del denominatore, & il rotto, che da essi doi quadrati si forma viene ad essere inschifabile. Il prodotto P , che nasce à moltiplicare il doppio dell'intiero A , via il rotto B , cioè che è prodotto da vn intiero moltiplicato con vn rotto, può essere intiero, & anco può essere semplice rotto; & può essere misto, sarà intiero, quando il denominatore del rotto B , entrará vna volta, ò più precise nel doppio dell'intiero A ; sarà semplice rotto, cioè non arriuarà ad vn intiero, quando il prodotto, che nasce à moltiplicare il numeratore del rotto B , via il doppio dell'intiero A , non arriuarà al denominatore del rotto B , che allhora questo P , sarà vn semplice rotto, quale hauerà per denominatore il denominatore medesimo del rotto B ; & si potrà schifare, ò non schifare, secondo che il denominatore del rotto B , sarà communicante, ò incommunicante al doppio dell'intiero A . Ma il prodotto P , sarà misto, cioè composto d'intiero, e rotto, sempre che à moltiplicare il numeratore del rotto B , via il doppio dell'intiero A , ne nasca numero maggiore del denominatore del rotto B , di modo, che in esso numero il denominatore del rotto B , entri vna, ò più volte con auanzo, che le volte intiere, che v'entrará sarà intiero, & l'auanzo sarà il numeratore del rotto, che di più vi sarà, essendo denominatore il denominatore del rotto B ; & questo rotto di più, che vi sarà, quale, come s'è detto, hauerà per denominatore il denominatore istesso del rotto B ; si potrà schifare, quando al doppio dell'intiero A , sia communicante al denominatore del rotto B ; ma non si potrà schifare, quando il doppio detto dell'intiero A , non sia communicante con il denominatore del rotto B . Sin' hora dunque conosciamo, che I , quadrato dell'intiero A , è sempre intiero, che R , quadrato del rotto B , è sempre rotto inschifabile, & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B . Et che P , nato da moltiplicare il rotto B , via il doppio dell'intiero A , è ò intiero, ò rotto, ò misto, & che quando egli sia rotto, il suo denominatore è il denominatore del rotto B , (che à noi non occorre hora schifare esso rotto P , se bene si potesse) & quando esso P , sia misto, allhora il suo rotto hauerà pure per denominatore il denominatore istesso del rotto B , (che à noi similmente non occorre schifarlo, se bene si potesse). Questo inteso, vediamo, che quando il prodotto P , sia intiero, egli giogendosi all' I , che è intiero, la somma sarà intiero; & à questo giogendo l' R , che è rotto, la somma totale, cioè d' I , P , & R , & però il quadrato di AB , conuene, che sia misto, cioè intiero, & rotto, & così allhora siamo sicuri, che AB , non può essere radice precise d'alcun

mero intero. Ma quando il prodotto P, fusse semplice rotto, alhora giungendolo ad R, (che è rotto inschifabile, hauente denominatore maggiore del denominatore di P,) la somma non potrà mai essere intero, ma solo, ò rotto, ò misto. Sarà semplice rotto, quando la somma di P, & R, non fusse tanto grande, che ella superasse vna vnità intera, & però questa somma, ò rotto, gionto all'I, farà per somma d'I, P, & R, vn numero misto d'intero, e rotto, & perche questa total somma è il quadrato di A B, sappiamo, che perciò A B, non può essere R, precise d'alcun numero intero; poiche moltiplicato in se stesso, produce numero misto. Ma la somma detta di P, & R, sarà numero misto, quando, ò essendo P, semplice rotto, egli fusse tanto grande, che insieme con R, superasse la vnità intera, & così la somma loro fusse vna vnità, & vn rotto di più; ouero quando essendo P, numero misto, il suo rotto gionto all'R, ò non superasse la vnità intera, restando pur rotto, ouero la superasse, formando vna vnità, & vn rotto di più, che così la totale somma di P, & R, faria numero misto, & questo gionto ad I, intero, componeria vn numero similmente misto, & perche questo composto d'I, P, & R, è il quadrato d'A B, conosciamo similmente, che A B, non può essere R, precise d'alcun numero intero. Ma ci resta à mostrare da che nasca, che il rotto di P, gionto con il rotto R, formi, ò vn rotto semplice, cioè che sia parte d'vna vnità; ouero formi vn numero misto, superando la vnità, cioè, perche il rotto P, & R, gionti insieme non possino fare vna vnità precise. Notifi dunque, che. Proposto vn rotto P, accioche vn'altro rotto, & chiamiamolo R, gionto ad esso P, facci per somma vna vnità precise, conuiene, che l'R, sia eguale à quello, che resta à cauare il P, da vna vnità intera, ma questo restante (come è noto) è sempre vn rotto, & chiamiamolo S, che hà per numeratore quel numero, che resta à cauare il denominatore di P, dal suo denominatore, & hà per denominatore il medesimo denominatore di P, onde conosciamo, che hauendo S, la istessa denominazione di P, conuiene, che l'R, anco egli habbia, ò si possa ridurre alla medesima denominazione di P, & S, (e che alhora di più il suo numeratore sia l'istesso numero, che è numeratore d'S,) onde quando R, nò haueffe, ò non si potesse ridurre alla denominazione di P, conosciamo, che ne manco detto R, potrà essere quel rotto S, ò vogliamo dire eguale à quel rotto S, quale solo è quello, che gionto à P, può fare per somma vn'intero precise. Questo notato, noi già di sopra habbiamo mostrato, che il prodotto P, quando egli sarà rotto, ò misto, il denominatore del suo rotto (non lo schifando però, quando ben si potesse, che non accade schifarlo) sarà sempre il denominatore istesso del rotto B; & anco habbiamo mostrato, che il rotto R, quadrato di B, hauerà sempre per denominatore non il denominatore di B, ma il quadrato del denominatore di B, & che esso rotto R, sarà inschifabile, & consequentemente non si potrà ridurre al denominatore di B, ouero di P, più piccolo del denominatore d'esso R, però siamo sicuri, che mai il rotto di P, gionto al rotto R, potrà fare vna vnità precise; che è quello, che si voleua mostrare. Et così sapiamo la causa, perche delli numeri interi non quadrati sia impossibile trouarne la R precise. Il medesimo si dice delli numeri rotti, & misti nò quadrati, & si può conoscerne la causa nel medesimo modo; Che nelli rotti prefo per esempio $\frac{2}{7}$. non quadrato, è impossibile à trouarne la R precise, perche douendo ella essere vn rotto, il numeratore del quale sia la q di 7, & il denominatore sia la R di 9. se bene di 9. ella è 3. per essere 9. numero quadrato, vediamo poi, che di 7. numero intero è impossibile à trouarla precise, come conuerria, accioche di $\frac{2}{7}$ si hauesse R precise, similmente se il rotto fusse $\frac{1}{7}$, perche se bene di 9. numeratore la R è precise 3, che serue per numeratore, del 15. poi intero non quadrato sapiamo essere impossibile poterne trouare la R precise; & però essere impossibile formare vn rotto, che moltiplicato in se stesso, produca $\frac{1}{7}$. Il medesimo conosciamo occorrere se il rotto fusse $\frac{1}{5}$, ò altro simile. Et delli misti non quadrati prefo per esempio $12\frac{1}{2}$. che ridotto à forma di rotto sarà $\frac{25}{2}$. perche il 5. intero numerat. è non quadrato non si può trouarne la q precise, onde se bene di 4. denom. la R è precise 2. per denom. conosciamo, che è impossibile trouare alcun num. misto in forma di rotto, che moltiplicato in se stesso facci $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire $12\frac{1}{2}$. Et d'vn num. misto la R non può essere num. intero, perche sappiamo, che à moltiplic. vn'intero in se stesso, pduce similmente intero.

11.	121	19.	361	Et accioche si conosca facilmente dal vedere solo vn numero,	1.	1
21.	441	29.	841	se egli possa essere quadrato, ò nò, sappiasi, che li numeri qua-	2.	4
31.	961	39.	1521	drati non possono mai terminare da man destra in 2. ne in 3. ne	3.	9
41.	1761	49.	2401	in 7. ne in 8. & però quando d'vn numero proposto la sua pri-	4.	16
51.	2601	59.	3481	ma figura da man destra fusse 1. ò 3. ò 7. ouero 8. alhora siamo	5.	25
61.	3721	69.	4761	sicuri, che egli non può essere quadrato. Delli numeri poi, che	6.	36
71.	5041	79.	6241	terminano in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. per cono-	7.	49
81.	6561	89.	7921	scere se sono quadrati, conuien cercare se hanno la R precise,	8.	64
91.	8281	99.	8801	che non potiamo sapere in altro modo; se essi sono quadrati,	9.	81

ò non

12.	144	18.	324	15.	225	ò non quadrati; E' ben vero, che quando alcun numero
22.	484	28.	784	25.	625	termina da man destra in 1. se egli non hauea per secon-
32.	1024	38.	1444	35.	1225	da figura seguente vn numero paro, ouero vn zero, cioè se
42.	1764	48.	2304	45.	2025	la figura seguente non sarà 2. ouero 4. ouero 6. ouero 8.
52.	2704	58.	3364	55.	3025	ouero 0. egli non potrà essere quadrato, & per ò nõ occor-
62.	3844	68.	4624	65.	4225	rerà à cercare se egli habbi & precise, che faremo da que-
72.	5184	78.	6084	75.	5625	sto ficuri, che egli nou la può hauere. Et quando alcun nu-
82.	6724	88.	7744	85.	7225	mero termina da man destra in 4. se egli nõ hauea per (e-
92.	8464	98.	9604	95.	9125	guente seconda figura vn numero paro, ouero vn zero, cioè
						se la seguente figura non sarà 2. ouero 4. ouero
14.	196	16.	256	13.	169	6 ouero 8. ouero 0. egli non potrà essere nume-
24.	576	26.	676	23.	529	ro quadrato. Et quando alcun numero termi-
34.	1156	36.	1296	33.	1089	na da man destra in 5. se la seguente seconda
44.	1936	46.	2116	43.	1849	figura non sarà 2. egli non potrà essere numero
54.	2916	56.	3136	53.	2809	quadrato. Et quando alcun numero termina
64.	4096	66.	4356	63.	3969	da man destra in 6. se la seguente seconda figura
74.	5476	76.	5776	73.	5329	non sarà disparo, cioè 1. ouero 3. ouero 5.
84.	7056	86.	7356	83.	6889	ouero 7. ouero 9. esso numero non potrà essere
94.	8836	96.	9216	93.	8649	quadrato. Et quando alcun numero termina
						da man destra in 9. se la seguente seconda figura

ra non sarà numero paro, ouero zero, cioè se ella non sarà 2. ouero 4. ouero 6. ouero 8. ouero 0. egli non potrà essere numero quadrato. Et perche delli numeri, che terminano in zero, alcuni possono essere quadrati, & alcuni non quadrati, Sappiasi, che quelli, che haueano da man destra zeri continui in numero disparo, cioè che vi sia vn solo zero, ouero tre zeri, così, 0.0. ouero cinque zeri, ouero sette, ouero noue, ouero undici, &c. non possono essere quadrati. Et quelli numeri, che haueano da man destra numero paro di zeri continui, cioè, ò dui zeri, così, 0.0. ouero quattro, ouero sei, ouero otto, ouero dieci, ouero dodici, &c. non hauendo poi nelle due prime figure seguenti la qualità dette di sopra, che deuono hauere li numeri quadrati, che finiscono, ò terminano in figura significatiua non potranno essere quadrati. Ma più breuemente riducendo le sopradette regolette à minor numero, potiamo dire:

Li numeri quadrati non possono terminare da man destra in altro, che in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. ouero 0.

Quelli, che terminano in 1. ouero 4. ouero 9. cioè, che terminano in figura di numero quadrato, conuiene, che per figura seguente habbino vn numero paro, ouero zero (*che anco il 0. in questo caso si piglia per paro, poiche forma numero paro, accòmpagnatoli da man sinistra, che figura si voglia.*)

Quelli, che terminano in 5. conuiene, che habbino per figura seguente 2.

Quelli, che terminano in 6. conuiene, che habbino per seguente figura vn numero disparo, ouero 1, che anco la vnità, cioè 1. in questo caso si piglia per disparo.

Quelli, che terminano in 0. conuiene, che habbino da man destra vn numero paro di zeri, & che oltre à ciò remossi tutti li zeri destri continui, il numero, che rimane da man sinistra habbi le qualità, ò conditioni sopradette, cioè, che termini in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. & che terminando in 1. ò 4. ò 9. la seguente figura sia paro, Ma terminando in 6. ella seguente figura sia disparo, Et terminando in 5. ella sia 2.

Et così li numeri, che non haueanno le sopradette qualità, diremo non potere essere quadrati. Ma quando haueanno dette qualità, potranno essere, & non essere quadrati, cioè molti, che le haueanno saranno quadrati, & molti non quadrati; onde per conoscere li quadrati, conuien cercare la sua radice, che hauendola precise saranno quadrati, & non la hauendo saranno non quadrati. Che le sopradette regolette, ò auuertimenti si sono dati solamente, accioche conoscendo noi facilmente quelli numeri, che non possono essere quadrati, non perdiamo tempo à cercare se hanno & precise, ò nõ; ma si facci questa fatica, ò esperimento solo in quelli numeri, delli quali stiamo in dubbio se siano quadrati, ò nõ, non sapendo certo, che essi nou siano quadrati.



Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima dell'i numeri non quadrati, formando il rotto, che sia più del douere, Et della Approssimatione.
continua.

PROPOSTO poniamo di trouare la radice quadra di 44. Dicendosi ella essere $6\frac{8}{12}$. formando il 12. denominatore del rotto $\frac{8}{12}$. con il doppio del 6. intero, ne seguirà, che à quadrare, ò vogliamo dire à moltiplicare in se stesso detto $6\frac{8}{12}$. cioè $6\frac{2}{3}$. il prodotto sarà più di 44. Perche se 8. differenza di 36. à 44. si parte per il doppio di 6. che ne viene $\frac{2}{3}$. è necessario, che ancora à moltiplicare $\frac{2}{3}$. per il doppio di 6. facci 8. quale con il quadrato di 6. (intiero detto della radice) fà à punto il 44. Onde di $6\frac{8}{12}$. il quadrato di 6. & il doppio della moltiplicatione, ò rettangolo di 6. in $\frac{2}{3}$. costituiscono il 44. Ma il quadrato di $6\frac{2}{3}$. consta del quadrato di 6. & del doppio del rettangolo di 6. via $\frac{2}{3}$. Et anco del quadrato di $\frac{2}{3}$. però il 44. è superato dal quadrato di $6\frac{2}{3}$. nel quadrato di $\frac{2}{3}$. che è $\frac{4}{9}$. Cioè la x quadra propinqua d'un numero proposto, trouata in questo modo, formando il denominatore del rotto con il doppio dell'intiero, supera sempre con il suo quadrato il numero proposto in tanto, quanto importa il quadrato del rotto della x trouata.

Et per trouare radice più propinqua, cioè che superi il 44. in manco di $\frac{4}{9}$. Partasi esso $\frac{4}{9}$ superamento, per il doppio della x trouata, cioè per $12\frac{2}{3}$. che sono $\frac{40}{3}$. & ne viene $\frac{1}{3}$. cioè $\frac{1}{3}$. & questo si cavi dalla x trouata, cioè da $6\frac{2}{3}$. che resta $6\frac{1}{3}$. & questo è x di 44. più propinqua al vero incognito, che non è il $6\frac{2}{3}$. Che il suo quadrato eccederà il 44. solo nel quadrato dell' $\frac{1}{3}$. differenza delle due x dette, cioè lo eccederà in $\frac{1}{9}$. Perche il quadrato di $6\frac{1}{3}$. sarà $44\frac{1}{9}$. Et tutto questo si conosce di qui. Perche à parire $\frac{2}{3}$. per $12\frac{2}{3}$. ne viene $\frac{2}{3}$. ne segue, che à moltiplicare $12\frac{2}{3}$. per $\frac{2}{3}$. facci $\frac{16}{3}$. Ma se moltiplicassimo vn num. A. minore di $12\frac{2}{3}$. per $\frac{2}{3}$. il prodotto faria minore di $\frac{16}{3}$. & tato minore di $\frac{16}{3}$. quanto importasse il prodotto, che nasceria à moltiplicare il numero B. in che l'A. fusse minore del $12\frac{2}{3}$. via l'istesso $\frac{2}{3}$. Onde moltiplicando $12\frac{2}{3}$. via $\frac{2}{3}$. farà manco di $\frac{16}{3}$. cioè di $\frac{16}{3}$. tanto, quanto importa il prodotto da $\frac{1}{3}$ B. in che $12\frac{2}{3}$ A. è minore di $12\frac{2}{3}$. moltiplicato via $\frac{2}{3}$. detto, qual prodotto da $\frac{1}{3}$. via $\frac{2}{3}$. è $\frac{4}{9}$. Cioè $12\frac{2}{3}$. via $\frac{2}{3}$. fà $\frac{16}{3}$. manco, che $12\frac{2}{3}$. via $\frac{2}{3}$. cioè farà $\frac{16}{3}$. manco $\frac{4}{9}$. Hora hauendo $6\frac{2}{3}$. & $6\frac{1}{3}$. & volendo trouare la differenza delli quadrati loro, sappiamo, che ella è il numero, che nasce à moltiplicare la loro somma via la loro differenza, cioè di $12\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$. che faria $\frac{40}{9}$. & questo necessariamente è manco di $\frac{4}{9}$. che nasce à moltiplicare il doppio di $6\frac{2}{3}$. cioè $12\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$. (perche ancora $12\frac{2}{3}$. somma di $6\frac{2}{3}$. con $6\frac{1}{3}$. è manco del doppio di $6\frac{2}{3}$. essendo $6\frac{1}{3}$. manco, è minore di $6\frac{2}{3}$.) & è manco come s'è detto in $\frac{40}{9}$. perche à moltiplicare la differenza, che è da $12\frac{2}{3}$. à $12\frac{1}{3}$. quale è la istessa differenza, che si troua fra $6\frac{2}{3}$. & $6\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{3}$. detto, fà $\frac{40}{9}$. Se dunque la differenza del quadrato di $6\frac{2}{3}$. al quadrato di $6\frac{1}{3}$. è $\frac{40}{9}$. & questo è manco di $\frac{4}{9}$. in $\frac{40}{9}$. ne segue, che se il quadrato di $6\frac{2}{3}$. è più del douere in $\frac{4}{9}$. che il quadrato di $6\frac{1}{3}$. farà più del douere solo in $\frac{40}{9}$. Onde se quello supera 44. in $\frac{4}{9}$. questo lo supererà solo in $\frac{40}{9}$. Er perche $\frac{40}{9}$. differenza delli quadrati delle due radici $6\frac{2}{3}$. & $6\frac{1}{3}$. è sempre minore di $\frac{40}{9}$. cioè di $\frac{40}{9}$. perche $12\frac{2}{3}$. di doue deriuà il $\frac{40}{9}$. è sempre minore di $12\frac{2}{3}$. di doue deriuà il $\frac{40}{9}$. ne segue, che sempre il $\frac{40}{9}$. si potrà cauare dal $\frac{40}{9}$. Onde il quadrato di $6\frac{1}{3}$. sarà sempre maggiore del 44. intiero, & in tanto, quanto resta à cauare $\frac{40}{9}$. da $\frac{40}{9}$. cioè in $\frac{40}{9}$. che è il prodotto d' $\frac{1}{3}$. via $\frac{2}{3}$. ò vogliamo dire, che è il quadrato d' $\frac{1}{3}$. cauato dalla prima x, per formarne la seconda.

Et se alcuno dicesse, che operando così, alle volte occorreria trouar radice, il quadrato della quale non arriuasce all' intiero proposto (44.) Si risponde, che ciò è impossibile; perche allora conuerria, che la differenza del quadrato d'essa radice al quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) fusse più, cioè maggiore dell'eccesso ($\frac{4}{9}$.) in che il quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) superasse l'intiero proposto (44.) accioche à cauare la dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato della radice antecedente, restasse numero minore dell' intiero proposto (44.) per il quadrato della radice detta; il che mai può occorrere; poiche habbiamo mostrato essa differenza de' quadrati delle due radici douere essere sempre minore dell' ($\frac{40}{9}$.) eccesso, in che il quadrato della radice antecedente supera l'intiero proposto (44.) onde cauarà dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato d'essa radice antecedente, resterà sempre più dell' (44.) intiero proposto, & però il quadrato di qual si vogli radice così trouata eccederà sempre l' (44.) intiero proposto.

Et volendo trouare vn'altra radice più prosima (cioè manco eccedente il vero) che nò è $6\frac{1}{3}$. potremo partire l' $\frac{40}{9}$. in che il quadrato d'esso $6\frac{1}{3}$. eccede il 44. proposto, per il prodotto d'esso

con $6\frac{19}{30}$, partasi $\frac{1}{900}$

199
cioè con 5970 , partasi $\frac{1}{900}$

ne viene $6\frac{19}{30}$, che la
mità è $6\frac{19}{30}$, da ca-
uare da $6\frac{19}{30}$, che resta
 $6\frac{19}{30}$, però la radi-
ce più propinqua sarà $6\frac{19}{30}$, il quadrato della
quale eccederà il 44. in
 $44\frac{101}{100}$, qua-
drato d' $6\frac{19}{30}$, num.
cauato da $6\frac{19}{30}$, seconda
R antecedente.

Moltiplichisi in se stesso

6 7561
11940
79201
79201
158402
712809
554407
142563600) 6272798401
44
5702544
fà 44 142563600

d'esso $6\frac{19}{30}$, ouero (che risulta l'istesso) partiremo la metà d' $6\frac{19}{30}$, cioè $6\frac{19}{30}$, per il semplice $6\frac{19}{30}$. Ouero partiremo l' $6\frac{19}{30}$, per il semplice $6\frac{19}{30}$, & poi piglieremo la metà dell'auuenimento, che ne viene $6\frac{19}{30}$, & questo cauaremo da $6\frac{19}{30}$, che resta $6\frac{19}{30}$, & questa è più propinqua & eccedente di 44. perché il suo quadrato eccederà 44. ma solo in $44\frac{101}{100}$, quadrato d' $6\frac{19}{30}$, cauato dal $6\frac{19}{30}$, radice antecedente; Perché similmente, come di sopra si disse, Se à partire $6\frac{19}{30}$, per il doppio di $6\frac{19}{30}$, ne viene 11940 , ne segue, che à moltiplicar' il doppio di $6\frac{19}{30}$, via $6\frac{19}{30}$, facci 79201 . Ma à moltiplicare via

$6\frac{19}{30}$, vn numero, che sia manco del doppio di $6\frac{19}{30}$, farà manco di $6\frac{19}{30}$, & però il prodotto si potrà cauare da $6\frac{19}{30}$. Et come si disse, Se à moltiplicare $6\frac{19}{30}$, in se stesso fa $44\frac{101}{100}$. A moltiplicare $6\frac{19}{30}$, (numero minore di detto $6\frac{19}{30}$, in $6\frac{19}{30}$) in se stesso, farà manco di $44\frac{101}{100}$, & la differenza di questi dui quadrati è il numero, che nasce à moltiplicare $6\frac{19}{30}$, differenza d'essi dui numeri, via la somma loro; che $6\frac{19}{30}$, & $6\frac{19}{30}$, è quanto il doppio di $6\frac{19}{30}$, manco $6\frac{19}{30}$. Ma se à moltiplicare $6\frac{19}{30}$, via il doppio di $6\frac{19}{30}$, fa 79201 . A moltiplicare esso $6\frac{19}{30}$, via vn numero, che sia minore del doppio di $6\frac{19}{30}$, in $6\frac{19}{30}$, verrà à far manco d' $6\frac{19}{30}$, tanto, quāto importa la moltiplicatione d' $6\frac{19}{30}$, in $6\frac{19}{30}$, cioè nel quadrato d' $6\frac{19}{30}$, però conosciamo, che à moltiplicare $6\frac{19}{30}$, via la somma di $6\frac{19}{30}$, & $6\frac{19}{30}$, non farà $6\frac{19}{30}$, ma farà tanto manco, quāto importa il quadrato d' $6\frac{19}{30}$. Adunque il quadrato di $6\frac{19}{30}$, è minore del quadrato di $6\frac{19}{30}$, in vn numero tale, che cauato da $6\frac{19}{30}$, resta il quadrato d' $6\frac{19}{30}$. Se dunque il quadrato di $6\frac{19}{30}$, è $44\frac{101}{100}$, cioè $44\frac{101}{100}$, più del douere, ne segue, che il quadrato di $6\frac{19}{30}$, sarà più del douere solo quanto è il quadrato d' $6\frac{19}{30}$.

Proposto 496. da trouarne la radice quadrata eccedente, ella primieramente diremo essere 22 $\frac{1}{2}$, il quadrato della quale supera il 496. proposto in $2\frac{1}{2}$, quadrato del rotto $\frac{1}{2}$, acco-

Di 496. la prima R eccedente è 22 $\frac{1}{2}$,
il suo quadrato è 496 $\frac{1}{2}$.

La seconda R è 22 $\frac{1461}{5390}$

5390

1461

22 5390

16071

64284

4994

5390

2234521

44946

14982

24970

29052181

29052100

29052100

81

29052100

29052100

81

29052100

Il doppio della seconda

radice è 44

2922

5390

5929

337160

240082

cioè 5390

2160738

720246

1200410

1294041980

cioè 29052100

81

29052100

ne viene

1294041980

81

1294041980

da 22 $\frac{1461}{5390}$ seconda R, & il restate sarà la terza R più propinqua.

Il suo quad. è 496 $\frac{1}{2}$, poiche il quadrato di questa terza, che si trouarà, eccederà il 496. nel solo quadrato di

numero in che la terza R è superata dalla antecedente seconda. Pro-
posto 55. da trouarne la R quadra propinqua eccedente, Diremo ella essere $7\frac{1}{2}$. il quadrato
della quale eccede il 55. in $\frac{1}{4}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$. quale eccesse $\frac{1}{4}$. partito per il dop-
pio di detta R, cioè per $14\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{10}$. cioè $7\frac{1}{2}$. ne viene $7\frac{1}{2}$. quale cauato dalla pri-
ma R $7\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire $7\frac{1}{2}$. resta $7\frac{1}{2}$. & questa

Di 55. la prima R è $7\frac{1}{2}$. il suo
quad. è $55\frac{1}{4}$.

La seconda R è $7\frac{303}{728}$

$$\begin{array}{r} 7\frac{303}{728} \\ 728 \overline{) 91809} \\ \underline{438256} \\ 4242 \\ 530065 \\ \underline{602} \\ 529984 \\ 54 \quad 728 \end{array}$$

il suo quadrato è 55 529984

Il doppio della seconda R è

$$\begin{array}{r} 14\frac{303}{364} \\ 364 \overline{) 5399} \\ \underline{364} \\ 1 \\ 75586 \\ 302344 \\ 7860944 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{col quale partito } \frac{81}{529984} \\ \text{ne viene } \frac{81}{1456} \\ \text{da cauare da } 7\frac{303}{728} \text{ seconda R.} \end{array}$$

Il 728. in 7860944. entra il prodotto di 2. via 5399. cioè 10798. volte (perche
728. in 1456. entra 2. volte, & il 1456. in 7860944. entra 5399. volte) però multi-
plicando 303. numeratore via 10798.
che fa 3271794. per numeratore.
ne cauaremo 81. numeratore.
resta 3271713. per numeratore.

Resta $7\frac{3271713}{7860944}$, che è la terza R; della quale, essendo maggiore la seconda in $\frac{81}{7860944}$. ne se-
gue, che nel quadrato di questo, che è $\frac{6561}{61794440571136}$. essa terza radice col suo quadrato
supererà il 55.

Ancora proposto 3. da trouarne la R quadra eccedente. Sia primamente, che si dica ella ef-
fere 1. & $\frac{1}{2}$. cioè 2. il quadrato della quale eccede il 3. proposto in 1. (quadrato del $\frac{1}{2}$. rotto, ò
quartità, che tiene il luogo del rotto nella detta R.) Per trouare la seconda R eccedente più propinqua
della prima; partiremo 1. in che il quadrato della prima eccede il 3. proposto per il doppio di
essa prima R, cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{4}$. quale si caui dalla prima R, cioè da 2. & resta $1\frac{3}{4}$. & que-
sta è la seconda R eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 3.
proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{4}$. cauato dalla prima R, per trouare la seconda, cioè eccederà in
 $\frac{1}{4}$. Questo $\frac{1}{4}$. per trouare la terza R eccedente più propinqua della seconda, si partirà per
il doppio d'essa seconda, cioè per $\frac{3}{2}$. ò vogliamo dire per $\frac{3}{2}$. il che è partire 1. per 56. & ne
viene $\frac{1}{56}$. quale si caui dalla seconda R detta, che è $1\frac{3}{4}$. cioè $1\frac{3}{4}$. & resta $1\frac{3}{4}$. il che è la
terza R eccedente più propinqua della seconda; che il quadrato di questa terza R eccederà il
3. proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{4}$. che si è cauato dalla seconda per trouare questa terza, cioè
eccederà il 3. in $\frac{1}{4}$. Questo $\frac{1}{4}$. per trouare la quarta R eccedente più propinqua
della terza, partiremo per il doppio d'essa terza R, cioè per $\frac{3}{2}$. & perciò potremo ridurre ef-
so $\frac{3}{2}$. a 3136. efimi, che il 3136. nasce da 56. via 56. ma il 28. denominatore del $\frac{3}{2}$. entra
2. volte in 56. però, perche 2. via 56. fa 112. esso 28. entrerà 112. volte nel 3136. cioè ciascu-
n 28. efimo farà 112. 3136. efimi, onde li $\frac{3}{2}$. saranno 97. volte 112. cioè 10864. 3136. efimi; però
partendo

$$\begin{array}{r} \text{terza R } 7\frac{3271713}{7860944} \\ 7860944 \overline{) 3271713} \\ \underline{7860944} \\ 31443776 \\ 7860944 \overline{) 31443776} \\ \underline{7860944} \\ 45803982 \\ 5 \quad 6499262 \\ 25997048 \\ 58493358 \\ 38995572 \\ 506942436 \\ 4253269 \\ 55619121 \\ 22901991 \\ 6543426 \\ 9815139 \\ 61794440577697 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7860944 \\ 7860944 \\ 31443776 \\ 31443776 \\ 70748496 \\ 47165664 \\ 613153632 \\ 61794440571136 \\ 6561 \\ 55 \quad 61794440571136 \\ \text{è il quadrato della} \\ \text{terza R, però egli} \\ \text{supera il 55. nel ro-} \\ \text{to sopralcritto.} \end{array}$$

Propoſto 3. da pigliarne la R quadrato eccedente.

Dicendo ella eſſere $1. \& \frac{1}{2}$. cioè 1. l'eccello del ſuo quad. ſarà $\frac{1}{2}$. cioè 1. doppio della R , partitore 4.) eccello da partire 1.

ne viene $\frac{1}{4}$. che cauato da 1. prima R , reſta $1 \frac{1}{4}$. che è ſecôda R più propinqua, l'eccello del ſuo quad. è $\frac{1}{16}$. quad. d' $\frac{1}{4}$. in che la ſecôda è min. della prima. Doppio della ſecôda R partit. $\frac{1}{4}$.) $\frac{1}{16}$. eccello da partire. ne viene $\frac{1}{32}$. che cauato da $1 \frac{1}{4}$. ſecôda R , reſta $1 \frac{1}{8}$. che è terza R più propinqua; il ſuo quadrato eccede in $\frac{1}{64}$. quadrato d' $\frac{1}{8}$. in che la terza R è minore della ſecôda.

doppio della terza R partit. $\frac{1}{8}$.) $\frac{1}{64}$. eccello da partire.

ne viene $\frac{1}{128}$. che cauato da $1 \frac{1}{8}$. terza R , reſta $1 \frac{1}{16}$. che è quarta R più propinqua, quale con il ſuo quadrato eccederà in $\frac{1}{256}$. quadrato d' $\frac{1}{16}$. in che la quarta R è minore della terza.

Il doppio della quarta R , che l'eccello da partire è partitore è $\frac{1}{64}$. che è la quinta R più propinqua, il quadrato della quale eccederà ſolo nel quadrato di

10864	2	2	18817
21728			37634
18817			7953
131719			113903
526876			188170
395157			338706
408855776			263438
			299303202

Ne viene $\frac{1}{408855776}$. che cauato da 1. quarta R , reſta $1 \frac{1}{408855776}$. che è la quinta

R più propinqua, il quadrato della quale eccederà ſolo nel quadrato di

$\frac{1}{408855776}$. in che la quinta R detta è minore della quarta.

$\frac{299303202}{408855776}$. ſi moltiplichino in ſe ſteſſo

708158977 . via 708158977

4957112839

54528241229

6373430793

5665271816

3540794885

57360877137

ſà 501489136705686529

408855776 . via 408855776

1635423104

31073038976

35979308288

2861990432

3044278880

2044278880

ſà 167163045568562176

ſono li 3. interi 501489136705686528

reſta p' l'eccello $\frac{1}{167163045568562176}$

Queſto auuenimento cauaremo dalla quarta R detta, che è $1 \frac{1}{408855776}$. eſſimi, che il 10864 . nel 408855776 . entra 37634. volte, per che 18817 . via 2. (numero delle volte, che 10864 . entra in 21728 . quale inſieme con il 18817 . compoſcono il

partendo 1.3136 . eſſimo, per 10864 . 3136 . eſſimi, ne verrà $\frac{1}{2}$.

Quero per fare detta partitione, abbreviando i denominatori, che ſono comunicanti, nel modo, che ſi moſtrò nell'Elemêto del Partire, nel Trattato del li numeri rotti, ridurremo li dui denominatori $28. \& 3136$. ad $1. \& 112$. & poi al ſolito moltiplicando 1. denominatore via 1. numeratore fa 1. per numeratore, & moltiplicando 97. via 112. fa 10864 . per denominatore dell'auuenimento. Queſto auuenimento

cauaremo hora dalla terza R , detta, cioè da $1 \frac{1}{8}$. che ſi riduce ad $1 \frac{1}{8}$. (perche il 10864 . ſi compone da $112. \& 97$. & il 56 . in 112 . entra 2.

volte, però 56 . in 10864 . entrerà 2. volte 97. cioè 194. volte, onde ciaſcuo 56 . eſſimo ſarà 194. 10864 . eſſimo, & li 41. 56 . eſſimi faranno 41. volte 112. cioè 7954. 10864 . eſſimi) & reſtarà $1 \frac{1}{8}$. il che ſarà la quarta R eccedente più propinqua della terza, perche il quadrato di queſta quarta eccederà il 3. propoſto ſolo nel quadrato dell' $\frac{1}{64}$. cauato dalla terza per ritrouare queſta quarta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{256}$. Queſto eccello, per trouare la quinta R eccedente più propinqua della quarta, partimento per il doppio d'eſſa quarta R , cioè per $\frac{1}{32}$. & perciò potremo ridurre eſſo $\frac{1}{32}$. a $\frac{1}{128}$. & perciò potremo ridurre eſſo $\frac{1}{128}$. a $\frac{1}{118026496}$. eſſimi, Quero abbreviando queſti dui denominatori ridurremo il 5432 . ad 1. partendo per l'ifteſſo 5432 . che egli nell' 118026496 . entra 21728. volte (che copouendoli 218026496 . da 10864 . via 10864 . perche il 5432 . entra in l'vno d'eſſi 2. volte; egli entrerà nel prodotto loro 2. volte l'altro, cioè 2. volte 10864 . che ſà 21728 .) & però l' 118026496 . douſtarà 21728 . & così partendo $\frac{1}{32}$. per $\frac{1}{118026496}$. ne verrà $\frac{1}{408855776}$.

408855776 .)

408855776) fa 37634. però ciascuno 10864. efimo farà 37634. 408855776. efimi; perliche moltiplicaremo 7953. numeratore con il detto 37634. & fa 299303202. 408855776. efimi, dal quale cauato l' $\frac{1}{12}$ resta $\frac{1}{12}$. & per la quinta R eccedente più propinqua della quarta farà $\frac{1}{12}$. il quadrato della quale eccederà il 3. proposto solo nel quadrato d' $\frac{1}{12}$. cauato dalla quarta R per trouare questa quinta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{12}$. Et le vorremo ancora trouare vna sesta R eccedente più propinqua, & poi vna settima, & vna ottaua, &c. noi potremo seguire al modo detto, che per le medefme cause già mostrate haueremo l'intento nostro.

Et proposto $3\frac{1}{2}$. da trouare la R quadra eccedente. Sia primamente, che si dica ella essere $1\frac{1}{2}$. cioè $1\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. il quadrato della quale eccede il $3\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{1}{2}$. (quadra-
to del $\frac{1}{2}$. rotto; & quantità, che tiene il luogo del rotto nella detta R.) Per trouare la seconda R eccedente più propinqua della prima, partiremo il $\frac{1}{2}$. in che il quadrato della prima R eccede il $3\frac{1}{2}$. proposto per il doppio d'essa prima R, cioè per $4\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{2}$. & ne viene $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. quale si caui dalla prima R, che è $2\frac{1}{2}$. & resta $1\frac{1}{2}$. & questo è la seconda R eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{1}{2}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{2}$. cauato dalla prima R per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{2}$. Questo $\frac{1}{2}$. per trouare la terza R eccedente più propinqua della seconda, si partirà per il doppio di essa seconda, cioè per $2\frac{1}{2}$. (però abbrentando i denomi-
natori, ci ridurremo a partire $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{2}$.) & ne verrà $\frac{1}{2}$. & vogliamo dire $\frac{1}{2}$. quale si caui dalla seconda R detta, che è $1\frac{1}{2}$. cioè $1\frac{1}{2}$. & resta $1\frac{1}{2}$. & questo è la terza R eccedente più propinqua della seconda, che il quadrato di questa terza eccederà il $3\frac{1}{2}$. proposto nel quadrato del $\frac{1}{2}$. cauato

Terza R eccedente.

788

861

1469

2719201. numeratore.

741321. denominat.

3495238. è il quadrato.

741321

247106

494214

Cioè $\frac{1024}{741321}$ più di $3\frac{1}{2}$.

741321

dalla seconda per trouare questa terza, cioè eccederà in $\frac{1}{2}$. Et così potremo seguire al solito se vorremo oltre di ciò trouare la quarta R, o quinta, o sesta, o altra eccedente più propinqua di mano in mano l'vna dell'altra. Et notisi, che se bene la prima R non sarà presa, con il formare il suo rotto, o quantità, che serue in luogo di rotto (qual quantità, come nellisuperiori esempi s'è veduto, può arriuare ad 1. & anco essere più d'1.) che habbi per numeratore l'auanzo, & per denominatore il doppio dell'ingiero, ma sia essa prima R, che quantità si vogli, pur che il suo quadrato ecceda il numero proposto, cioè

Di $3\frac{1}{2}$. dicendo la prima R eccedente che essa prima R sia eccedente, come si propone, noi
essere $1\frac{1}{2}$. la seconda sarà potremo nel modo detto, mediante questa prima eccedente, trouar poi la seconda, la terza, &c. solo vi

505

552

1057

552

1117249

304704

203137

304704

101568

203136

1

304704

Il suo quadrato è 3495238. Et così potremo dire la moltiplicaremo in se medesima, & cauaremo il suo quadrato dal numero proposto; poiche il quadrato del rotto di detta prima R non farà l'eccesso del quadrato d'essa prima R sopra il numero proposto, se non quando il rotto d'essa farà formato dall'auanzo per numeratore, & dal doppio dell'intero per denominatore. Che per esempio dicédo la R di $3\frac{1}{2}$.

Eccede il $3\frac{1}{2}$. in essere $1\frac{1}{2}$. noi mediante questa prima R $1\frac{1}{2}$. potremo trouare la seconda più propinqua, partendo l'eccesso $\frac{1}{2}$. per il doppio d' $1\frac{1}{2}$. cioè per $3\frac{1}{2}$. che ne viene $\frac{1}{2}$. quale cauaremo dalla prima R $1\frac{1}{2}$. & resta $1\frac{1}{2}$. & questa è la seconda R eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{1}{2}$. proposto nel quadrato d' $\frac{1}{2}$. cauato dalla prima R per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{2}$. Et poi nel modo medesimo potremo seguire a trouare la terza R, o altra eccedente, più propinqua di mano in mano.

Et se proposto pure $3\frac{1}{2}$. si dica la sua quadra eccedente essere 2; perche qui non è rotto formato dall'auanzo, & doppio dell'intero, non sapremo similmente in che il quadrato di questa R ecceda il numero proposto, se non trouaremo esso quadrato, che è 4. & da esso cauaremo il $3\frac{1}{2}$. proposto, che resta $\frac{1}{2}$. & così sapremo l'eccesso essere $\frac{1}{2}$. quale $\frac{1}{2}$. hora per trouare la seconda

conda & più propinqua, partiremo per il doppio di detta prima & cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{2}$. quale cauaremo da detto 2. prima & resterà $1\frac{1}{2}$. & questo sarà la seconda & più propinqua del 2. prima, & il quadrato d'essa seconda eccederà il 3. proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{2}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $1\frac{1}{4}$. Et così porremo seguire alle altre.

Et se hauesimo detto la prima & eccedente di 3. essere vn numero qual si vogli maggiore di 2. cioè $2\frac{1}{2}$. ò 4. ò 6. ò altro numero, poniamo, che si dicesse ella essere 6. noi con questo 6. pro-

lo per prima & eccedente, potressimo pure trouare vna seconda & più propinqua, poi la terza, &c. nel modo detto. Che perciò venendo alla operatione, vedressimo quanto è l'eccesso del quadrato del 6. cioè di 36. sopra al 3. proposto, che cauato 3. da 36. resta 33. Questo eccesso partiressimo per il doppio di 6. prima & cioè per 12. che ne viene $2\frac{1}{2}$. & questo auuenimento cauaressimo dal 6. prima & che restaria $3\frac{1}{2}$. il che faria la seconda & più propinqua della prima, che il suo quadrato eccederia il 3. proposto nel quadrato di $2\frac{1}{2}$. cauato dalla prima & per deriuare la seconda, Et hora per trouare la terza & più propinqua, trouato il quadrato del $2\frac{1}{2}$. egli sarà $7\frac{1}{4}$. quale è l'eccesso da partire per il doppio di $3\frac{1}{2}$. seconda & cioè per $6\frac{1}{2}$. che ne viene $1\frac{1}{2}$. da cauare dalla seconda & $3\frac{1}{2}$. & resterà $2\frac{1}{2}$. il che faria la terza & più propinqua della seconda, il quadrato della quale eccederia il 3. proposto nel quadrato d' $2\frac{1}{2}$. cauato dalla

auuenimento $1\frac{841}{8568}$	da cauare da $3\frac{11}{36}$	seconda &.	Cauifi 88529281	da $2\frac{8777}{8568}$	seconda &.
			324093168	37826	per ritrouare questa terza, cioè eccederà in
quadrifi 9409	resta $2\frac{1777}{8568}$	che è la	18913	via 2. fa 264782	$\frac{1}{2}$
8568	terza &.	eccesso da partire	37826	2912602	$\frac{1}{2}$
84681	mità del partitore 18913	88529281	67216802	324093168	$\frac{1}{2}$
37636		8568	73410624	391309970	$\frac{1}{2}$
84681		151304	1059628	88529281	$\frac{1}{2}$
88529281	numeratore	151304	302780689	324093168	$\frac{1}{2}$
68544			resta 1		$\frac{1}{2}$
51408			che è la quarta & eccedente.		$\frac{1}{2}$
43840					$\frac{1}{2}$
68544	mità del den. 162046584				$\frac{1}{2}$
73410624	denominat.	ne viene 88529281			$\frac{1}{2}$
		324093168			$\frac{1}{2}$
		cauare dalla terza &			$\frac{1}{2}$

terza & che resterà $1\frac{1}{2}$. questa sarà la quarta & eccedente, il quadrato della quale eccederà il 3. proposto nel quadrato dell' $2\frac{1}{2}$. cauato dalla terza & per trouare la quarta, Et così al modo solito si seguirà a trouare quant'altre più propinque ci piacesse.

Et se pigliando poniamo la & di 10. dicessimo: ella essere $2\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire $2\frac{1}{2}$. hauendo formato il rotto $\frac{5}{2}$. con il 6. auanzo per numeratore, & con il doppio del 2. intero per denominatore, noi perciò sapremo, che il quadrato di questo $2\frac{1}{2}$. prima & eccederà il 10. proposto nel quadrato del $\frac{5}{2}$. quantiche, che tiene il luogo di rotto in essa, cioè eccederà in $1\frac{1}{4}$. che è $2\frac{1}{2}$. Et mediante questa prima & eccedente, volendo trouare la seconda più propinqua, partiremo il $2\frac{1}{2}$. eccesso, per il doppio d'esso $3\frac{1}{2}$. prima & cioè per 7. che ne viene $\frac{1}{2}$. & questo si cauerà dal $3\frac{1}{2}$. prima & resterà $3\frac{1}{2}$. che è la seconda & più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 10. proposto nel quadrato di $2\frac{1}{2}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $1\frac{1}{4}$. Quest'eccesso poi si partirà per il doppio della seconda & c. & l'auuenimento si cauaria da essa seconda & che il restante faria terza & eccedente più propinqua della seconda, Et così si seguirà a trouarne dell'altre più propinque, quanto ci piacesse.

Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima della numeri non quadrati, formando il rotto, che sia minore del douere, Et della Approssimazione continua.

PROPOSTO di trouare la R quadra, poniamo di 44. Dicendosi ella essere 6. & $\frac{1}{2}$. formando il rotto, che habbi per numeratore l'auanzo di 36. (quadrato del 6. intiero) ò 44. (numero proposto) & per denominatore la differenza, che è dal quadrato di 6. intiero della R al quadrato di 7. numero intiero seguente, cioè che habbi per denominatore il doppio più 1. del 6. intiero della R. Ne seguirà, che esso $6\frac{1}{2}$ sarà R scarfa, cioè che il quadrato d'essa non arriuarà ò 44. Et quello, che manca al $6\frac{1}{2}$. per arriuarè al 44. si troua così; Cauisi 8. numeratore del rotto da 13. denominatore, che resta 5. qual 5. si multipli per 8. numeratore, che fa 40. per numeratore d'un rotto, il denominatore. del quale è il quadrato di 13. denominatore dell' $\frac{1}{2}$. però sarà 169. & haueremo $\frac{40}{169}$. che è quello, che manca al quadrato della detta R $6\frac{1}{2}$. per arriuarè al 44. proposto. Et notisi, che quando il rotto della R fusse stato $\frac{1}{2}$. che è il resto dell' $\frac{1}{2}$. rotto d'essa R, fino ad 1. intiero; allhora, ò sia poi l'intiero, ò 6. medesimo, ò altro, cioè ò fusse la R, ò 6. $\frac{1}{2}$. ò 19 $\frac{1}{2}$. ò altro, essendosi tolta la R, ò di 41. ò di 376. ò d'altro numero proposto alla R, del quale per rotto cōuenisse il $\frac{1}{2}$. allhora, dico, il quadrato del $6\frac{1}{2}$. faria minore di 41. Ouero il quadrato del 19 $\frac{1}{2}$. faria minore del 376. nel medesimo rotto $\frac{40}{169}$. trouato di sopra; perche similmente nel $\frac{1}{2}$. si moltiplica 5. via 8. (che sono il numeratore, & differenza d'esso al denominatore) che fa pure 40. per numeratore; & si moltiplica similmente 13. via 13. cioè il denominatore in se medesimo, che fa pure 169. per denominatore, formandosi similmente $\frac{40}{169}$. La causa delle cose sopradette si conoscerà di qui. Dicendosi la R di 44. essere 6. & $\frac{1}{2}$. formando il 13. denominatore con il doppio del 6. intiero della R. Perche à moltiplicare due volte, ò vogliamo dire à moltiplicare il doppio del 6. intiero, cioè 12. via $\frac{1}{2}$. rotto, produrrà à punto l'8. numeratore dell' $\frac{1}{2}$. che è il numero, in che il 44. eccede il quadrato di 6. intiero della R, ne segue, che la differenza del prodotto di $\frac{1}{2}$. via 6. 2. volte, al prodotto di $\frac{1}{2}$. via 6. 2. volte, insieme con il quadrato d' $\frac{1}{2}$. (perche il quadrato di $6\frac{1}{2}$. consta del quadrato di 6. del quadrato di $\frac{1}{2}$. & del prodotto di 6. via $\frac{1}{2}$. due volte) sia la differenza, che è dal quadrato di $6\frac{1}{2}$. al 44. Ma à moltiplicare $\frac{1}{2}$. via il doppio di 6. intiero, cioè via 12. faria l'8. che è da 36. ò 44. Et à moltiplicare $\frac{1}{2}$. via l'istesso 12. faria $\frac{6}{1}$. medesimo manco d'8. perche douendo moltiplicare 8. via 12. & partire il prodotto per 13. numero del quale il 12. moltiplicare è minore d'una unità; l'auuenimento sarà minore dell'8. detto tanto, quanto importa 8. unità partite per 13. cioè sarà minore dell'8. in $\frac{8}{13}$. Ma d'esso $\frac{1}{2}$. (manco dell'8.) se ne deue defalcare il quadrato d' $\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{4}$. (& il quadrato d' $\frac{1}{2}$. si potrà sempre cauare da esso $\frac{1}{2}$. perche il quadrato d'un rotto, ò parte d'unità è sempre minore d'esso rotto, che $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. significa pigliare $\frac{1}{4}$. di rotta, cioè manco d'una rotta, & però il prodotto sarà manco d'una rotta $\frac{1}{4}$. cioè manco d'esso $\frac{1}{2}$. & però si potrà cauare da esso $\frac{1}{2}$. & per cauarlo ridurremo l' $\frac{1}{2}$. à 169. esimi, moltiplicando 8. numeratore via 13. (che ogni 13. esimo è 13. ò 69. esimi) & fa 104. però l' $\frac{1}{2}$. è $\frac{104}{169}$. & di questo cauaremo il $\frac{1}{4}$. che resta $\frac{103}{169}$. & in questo $\frac{103}{169}$. il quadrato di $6\frac{1}{2}$. è minore del quadrato di 6. giontoli il duto del doppio di 6. via $\frac{1}{2}$. cioè in questo $\frac{103}{169}$. il quadrato di $6\frac{1}{2}$. è minore del 44. Ma vediamo, che del $\frac{103}{169}$. il 40. numeratore nasce dal cauare il quadrato d'8. numeratore d' $\frac{1}{2}$. dal prodotto di 8. numeratore via 13. denominatore, dunque per formare il 40. si hà da moltiplicare 8. via 13. & 8. via 8. & cauare questo prodotto 64. da quello 104. ma 8. via 8. è sempre minore di 8. via 13. & di quanto importa à moltiplicare 8. via la differenza d'8. à 13. che è 5. & però à moltiplicare 8. via 5. che fa 40. questo mostra, che 8. via 8. è minore di 8. via 13. in 40. onde conosciamo, che per trouare il 40. basta à moltiplicare l'8. numeratore d' $\frac{1}{2}$. via la differenza, che è da 8. numeratore à 13. denominatore; cioè via 5. che fa 40. per numeratore, & il 169. denominatore è sempre il quadrato di 13. denominatore. Cioè il $\frac{1}{2}$. nasce à moltiplicare l' $\frac{1}{2}$. rotto della prima R $6\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{2}$. che li manca ad arriuarè à 7. seguente intiero. Et per trouare R più propinqua, ò vogliamo dire más scarfa, cioè che s'auicini più al 44. proposto, ò vogliamo dire al quadrato della quale manchi manco di $\frac{40}{169}$. per arriuarè al 44. proposto. Partasi il $\frac{40}{169}$. in che è scarso il quadrato della prima R, per il numero, che nasce à sommare la prima R $6\frac{1}{2}$. con l'intiero seguente; cioè con 7. qual numero, ò somma è 13 $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{27}{2}$. che è $\frac{103}{169}$. & l'auuenimento, che è $\frac{103}{169}$. si gionga alla prima R $6\frac{1}{2}$. che fa $6\frac{103}{169}$. & questo è la seconda R più prossima, ò más scarfa. Perche essendo $6\frac{103}{169}$. maggiore di $6\frac{1}{2}$. in $\frac{103}{169}$. il quadrato di $6\frac{103}{169}$. sarà maggiore del quadrato di $6\frac{1}{2}$. in tanto, quanto

Di 44. la R. prossima è
Il 13. denominat. del
rotto è il doppio più
1. del 6. intero, cioè
è la differenza del qua-
drato di 6. al quadra-
to di 7. intero, che fe-
gue, & pò il 13. serue
per denominat. à tut-
ti li auanzi, che sono
fra 36. & 49.

A, prima R. scarfa $6\frac{8}{13}$

B, intiero seguente $7\frac{8}{13}$

fomma $13\frac{8}{13}$. che
è partitore.

C 177
2301

43 $\frac{129}{169}$ è il suo quadr.
che manca di $\frac{40}{169}$ per
arriuare al 44. proposto.

La scarfezza del qua-
drato della prima R.
è $\frac{8}{13}$. da partire,
ne viene $\frac{1}{13}$. che
fi gionge à $6\frac{1}{13}$. pri-
ma R.
177. via 8. numerat.
fa 1616
 $\frac{40}{1456}$
2301

la fomma è $6\frac{112}{177}$. che è la se-
coda R. più propinqua, ò man-
co scarfa.

Moltiplichisi in se stesso

112	112
6	112
177	
6	12544
177	18585
1344	13129
1229	
105	
7	177
36	

43 $\frac{31429}{31329}$ è il quadrato del-
la seconda R., che è minore

di 44. in $\frac{200}{31329}$. qual si chia-
mi il rotto N. & il suo deno-
minatore si chiami D, per
commodità.

N $\frac{200}{31329}$ D.

seconda R. $6\frac{112}{177}$
intiero seguente 7

partitore	13	112
	177	
	2413	
	16891	
	41021	
cioè	427101	
	31329	

A trouare il numero D, denominatore del rotto N,
che manca al quadrato della seconda R., per arriua-
re à 44. vediamo, che egli è il quadrato di 177 C. &
questo 177. è il numero, che nasce à moltiplicare
13. fomma delli intieri d'A, & B, & però denomi-
natore dell' $\frac{8}{13}$. rotto della prima R., via esso denomi-
natore, & però si può dire il denominatore in se stes-
so, & al prodotto, ò quadrato 169. giongerli il nu-
meratore 8. Cioè per trouare il denominat. D, mol-
tiplichisi nella prima R. il denominatore del rotto
in se stesso, & al prodotto si gionga il numeratore,
& la fomma moltiplicata in se stessa produrrà il nu-
mero D.

Di 44. proposto la prima R. scarfa è $6\frac{8}{13}$

La seconda R. più propinqua è $6\frac{112}{177}$ Il suo quadrato manca in

$\frac{200}{177}$. quale partito p
13 $\frac{8}{13}$. ne viene $\frac{1}{13}$.
 $\frac{8}{13}$. che giointo à $6\frac{1}{13}$.
fa $6\frac{112}{177}$. che è la terza
R. più propinqua.

$\frac{200}{31329}$. da partire

$\frac{200}{427101}$. auuenimento da giungere à $6\frac{112}{177}$
2413. volte entra 177. denom. in 427101. denominat.
112. numeratore

4826
26543
200. numeratore

177) 270456. numeratore, che si può schifare per 177. come il
427101. denominatore, la fomma è

1528
934
495
1416

terza R.

terza $\frac{1528}{2413}$ Il totto della scarfezza del quadrato della terza $\frac{1528}{2413}$, si trouaria anco multiplicado il numero, in che la terza $\frac{1528}{2413}$ è minore del 7. intiero seguente, viz il numero in che essa terza $\frac{1528}{2413}$ è maggiore della seconda $\frac{1528}{2413}$ antecedente, cioè multiplicado $\frac{1528}{2413}$ per $\frac{885}{2413}$ via $\frac{1000}{427101}$, che fa il medesimo $\frac{1000}{5821569}$.

$\frac{1445}{2413}$ $\frac{885}{2413}$ via $\frac{1000}{427101}$ fa $\frac{1000}{5821569}$

$\frac{18785}{2413}$ $\frac{885}{2413}$ via $\frac{1000}{427101}$ fa $\frac{1000}{5821569}$

$\frac{34680}{2413}$ $\frac{885}{2413}$ via $\frac{1000}{427101}$ fa $\frac{1000}{5821569}$

$\frac{2334784}{2413}$ $\frac{885}{2413}$ via $\frac{1000}{427101}$ fa $\frac{1000}{5821569}$

$\frac{5821569}{5821569}$ è il quadrato.

manca in $\frac{1000}{5821569}$ per arriuare à 44.

quanto importa à moltiplicate la somma d'essi dui numeri $\frac{6}{7} + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}$. & $\frac{6}{7} + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}$. via $\frac{1}{7} = \frac{1}{7}$. (differenza loro) ma questo prodotto non arriuaria à $\frac{1}{7}$. in che il quadrato di $\frac{6}{7}$ è minore del 44. & consequentemente il quadrato di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$ non arriuaria à 44. ma sarà minore di 44. Et la causa, che questo prodotto non arriuaria à $\frac{1}{7}$. è, che se à partire $\frac{1}{7}$. p. 13. (somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. & 7. intiero seguente) ne viene

$\frac{1}{7}$. ne segue connessamente, che à moltiplicate $\frac{13}{7}$. via $\frac{1}{7}$. farà $\frac{1}{7}$. la somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. & $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. è minore di $\frac{13}{7}$. cioè della somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. con 7. perche $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. è minore di 7. però à moltiplicate la somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. & $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. via $\frac{1}{7}$. farà necessariamente manco di $\frac{1}{7}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicate $\frac{1}{7}$. via $\frac{1}{7}$. in che il $\frac{1}{7}$. è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{1}{49}$. Che se à moltiplicate la somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. con $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. via $\frac{1}{7}$. faceffe precise $\frac{1}{7}$. allhora il quadrato di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. (saria precisamente maggiore del quadrato di $\frac{6}{7}$. in $\frac{1}{7}$. & però esso quadrato di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. saria à puto 44. ma perche detta moltiplicatione è minore di $\frac{1}{7}$. in $\frac{1}{7}$. ne segue, che esso quadrato di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. farà manco di 44. in detto $\frac{1}{7}$. Et per trouare questo $\frac{1}{7}$. che à detta seconda $\frac{1}{7}$ manca ad arriuare al 44. vediamo, che bisogna moltiplicare il numero, che ad essa seconda $\frac{1}{7}$ manca ad arriuare à 7. seguente numero intero, il che è $\frac{1}{7}$. via $\frac{1}{7}$. numero, che si è giunto alla prima $\frac{1}{7}$.

$\frac{40}{2301}$ via $\frac{65}{177}$

$\frac{177}{177}$ fa $\frac{200}{31329}$

Et per trouare vna terza $\frac{1}{7}$, il quadrato della quale s'accosti più al 44. Partiremo similmente $\frac{1}{7}$, che manca al quadrato della seconda à peruenire à 44. per la somma di essa seconda $\frac{1}{7}$, & di 7. num. intiero seguente, cioè per $\frac{13}{7}$. che ne viene $\frac{1}{7}$. quale giungeremo à detta seconda $\frac{1}{7}$. & $\frac{1}{7}$. & questa è la terza $\frac{1}{7}$ più propinqua, il quadrato della quale (perche ella è maggiore della seconda) più s'accosta al 44. ma non vi arriuua, perche à douerui arriuare, conuerria che il quadrato di questa terza $\frac{1}{7}$ fusse maggiore del quadrato della seconda in $\frac{1}{7}$. (numero, che manca al quadrato della seconda per arriuare à 44.) ma egli è maggiore di detto quadrato della seconda $\frac{1}{7}$ in manco d'esso $\frac{1}{7}$. il che si conosce così. Perche à partire $\frac{1}{7}$ per la somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. seconda $\frac{1}{7}$, & di 7. intiero seguente, ne viene $\frac{1}{7}$. ne segue, che à moltiplicate detta somma per esso $\frac{1}{7}$. produce $\frac{1}{49}$. ma la somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. seconda $\frac{1}{7}$, & di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. terza $\frac{1}{7}$, è minore della somma di $\frac{6}{7} + \frac{6}{7}$. seconda $\frac{1}{7}$, con 7. intiero seguente; perche la terza $\frac{1}{7}$ è minore di 7. però à moltiplicate la somma della seconda, & terza $\frac{1}{7}$ per $\frac{1}{7}$. (O questo prodotto, perche nasce à moltiplicate la somma di dette due radici, via la differenza loro, è quel numero, in che il quadrato della terza supera il quadrato della seconda) farà necessariamente manco di $\frac{1}{7}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicate $\frac{1}{7}$. via $\frac{1}{7}$. in che la terza $\frac{1}{7}$ è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{1}{49}$. onde se producessse $\frac{1}{49}$. il quadrato della terza $\frac{1}{7}$ saria à punto 44. ma perche produce $\frac{1}{49}$. manco, vediamo, che esso quadrato della terza $\frac{1}{7}$ non arriuà à 44. ma vi manca detto $\frac{1}{49}$. Conosciamo dunque, che al quadrato della terza $\frac{1}{7}$ mancata ad arriuare al 44. proposto, tanto, quanto nasce à moltiplicate il numero, in che la terza $\frac{1}{7}$ è minore di 7. intiero seguente, via il numero, in che essa terza $\frac{1}{7}$ è maggiore della antecedente seconda $\frac{1}{7}$. Et l'istesso occorre similmente nella quarta, quinta, & altre radici più propinque (O però maggiori) che si trouassero; che il quadrato di ciascuna di mano in mano si approssimaria sempre più al 44. proposto, ma mai vi arriuara; anzi li mancherà sempre tanto, quanto nasce à moltiplicate il numero, in che la $\frac{1}{7}$ trouata è minore, o vogliamo dire è differente dall'intiero seguente, via il numero, in che essa $\frac{1}{7}$ trouata è differente (o vogliamo dire è maggiore) dalla $\frac{1}{7}$ à lei prossima antecedente.

Et notifi;

terza $\frac{1}{2}$ int. següete 5 $\frac{1}{2}$ m^acam. da part.
soma parti: 9 $\frac{1}{2}$ 81

3449 131044
69142
A. 1179316
1248538

ne viene 81 da giong-
e alla terza $\frac{1}{2}$, & fa $4\frac{1}{2}$ che
è la quarta $\frac{1}{2}$ più propinqua.

terza $\frac{1}{2}$
191 81
4 $\frac{1}{2}$ con 1248538
3449 658840
3449 362 1820
65531 2968
658759 724

81 fa $4\frac{1}{2}$
658840 3449
1248538 si può schifare per il
362. denominatore del $\frac{1}{2}$ rotto della $\frac{1}{2}$. Et questo per lo-
ro mirabile proprietà occorre
sempre in ciascuna $\frac{1}{2}$, quando
selli gionge l'aunenimento, for-
mando la seguente $\frac{1}{2}$ più propinqua.

Et così si seguiria à trouare del-
l'altre $\frac{1}{2}$ scarse più propinque.

& così il rotto $\frac{1}{2}$ è 69142. 131044. efimi, Et
quanto al 9. intiero, si è multiplicato esso 9. via
131044. che fa 1179395. & questo gionto al 691-
42. spettante al rotto fa 1248538. però 1248538.
131044. efimi è il 9 $\frac{1}{2}$ detto.

seconda $\frac{1}{2}$ più propinqua, si partirà il $\frac{1}{2}$ che manca al quadrato della prima $\frac{1}{2}$ per 15 $\frac{1}{2}$.
somma della prima $\frac{1}{2}$, & di 8. intiero seguente, & ne viene $\frac{1}{2}$. & questo si gionge alla pri-
ma $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. & fa $7\frac{1}{2}$. per la seconda $\frac{1}{2}$, al quadrato della quale per arriuare al 55 $\frac{1}{2}$. manca
 $\frac{1}{2}$ numero, che nasce à multiplicare quello, in che essa seconda $\frac{1}{2}$ è minore di 8. intiero
següente ($\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{2}$) via quello, in che la istessa seconda $\frac{1}{2}$ è maggiore della antecedente pri-
ma ($\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{2}$) cioè à multiplicare $\frac{1}{2}$ via $\frac{1}{2}$. che fa $\frac{1}{2}$.

la prima $\frac{1}{2}$ di 55 $\frac{1}{2}$. è $7\frac{1}{2}$.
l'intiero següente è 8
somma partitore 15 $\frac{1}{2}$
185
2220

m^acam. da part. prima $\frac{1}{2}$ con $\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
ne viene $\frac{1}{2}$.

A. Nella multi-
plicar. A, doue
si vuol ridurre
9 $\frac{1}{2}$. cioè
131044. efimi, che
362. in 131044.
entra 362. vol-
te, & però con-
uien multiplicar
e 3449. num-
merar. per 362.
che faria 1248-
538. per nuouo
numerat. Que-
sto 1248538. s'è
trouato con a-
ltru modo così.
Senza mouere
il 9 $\frac{1}{2}$ del
suo effere s'è fin-
to multiplicar-
lo per 131044.
(per ridurre à 13
1044. efimi) &
quanto al rotto
 $\frac{1}{2}$. p^ache il
suo denominar.
362. nel 1310-
44. entra 362.
volte, con que-
sto 362. volte si
è multiplicato
il numerat. 162.
che fa 69142. &
quanto al 9. intiero, si è multiplicato esso 9. via
131044. che fa 1179395. & questo gionto al 691-
42. spettante al rotto fa 1248538. però 1248538.
131044. efimi è il 9 $\frac{1}{2}$ detto.

terza $\frac{1}{2}$. quarta $\frac{1}{2}$. int. següete.

191 1820 5 6898
4 $\frac{1}{2}$ 3449
differ. 81 differ. 1629. 9
1248538 3449 27692
6898 27592
20694

prod. delle differ. 729 23791202
che è quello, che manca al quadrato della
quarta $\frac{1}{2}$, per arriuare al 20 $\frac{1}{2}$. proposto.

quarta $\frac{1}{2}$ 1820. multiplicarsi in se stessa.

3449
14560
4 $\frac{1}{2}$
3449
11796
20694
2413
3312400
5947436
fa 20 11895601
5947800 $\frac{1}{2}$
364 $\frac{1}{2}$
729
cioè 23791202. manco di 20 $\frac{1}{2}$.

Trouisi la $\frac{1}{2}$ propinqua non eccedente di
55 $\frac{1}{2}$. Diremo essa $\frac{1}{2}$ (& la chiameremo pri-
ma) effere $\frac{1}{2}$, cioè $7\frac{1}{2}$. Al suo qudrato
per arriuare al 55 $\frac{1}{2}$. manca il $\frac{1}{2}$. che
nasce à multiplicare il rotto d'essa $\frac{1}{2}$, cioè
 $\frac{1}{2}$. via quello, che ad essa $\frac{1}{2}$ m^aca per ar-
riuare ad 8. seguente intiero, cioè via $\frac{1}{2}$.
ò vogliamo dire, che nasce à multiplicare
il numero, in che ella supera l'intiero ante-
cedente 7. via quello, in che ella è superata
dall' intiero seguente 8. Per trouare la se-
conda $\frac{1}{2}$ più propinqua, si partirà il $\frac{1}{2}$ che manca al quadrato della prima $\frac{1}{2}$ per 15 $\frac{1}{2}$.
somma della prima $\frac{1}{2}$, & di 8. intiero seguente, & ne viene $\frac{1}{2}$. & questo si gionge alla pri-
ma $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. & fa $7\frac{1}{2}$. per la seconda $\frac{1}{2}$, al quadrato della quale per arriuare al 55 $\frac{1}{2}$. manca
 $\frac{1}{2}$ numero, che nasce à multiplicare quello, in che essa seconda $\frac{1}{2}$ è minore di 8. intiero
següente ($\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{2}$) via quello, in che la istessa seconda $\frac{1}{2}$ è maggiore della antecedente pri-
ma ($\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{2}$) cioè à multiplicare $\frac{1}{2}$ via $\frac{1}{2}$. che fa $\frac{1}{2}$.

prima $\frac{1}{2}$ con $\frac{1}{2}$
7 $\frac{1}{2}$ 444
37 185
192
444
fa $7\frac{1}{2}$. che è secôda
 $\frac{1}{2}$ più propinqua.

Et notifi, che doppo
la prima $\frac{1}{2}$ (scarfa d'un
numero proposto, per
trouarne dell'altre più
propinque, noi non
solo potiamo seruirci
dell'intiero, che segue
alla prima $\frac{1}{2}$, ma po-
tiamo seruirci ancora
d'alcuna qual ci piac-
e. Che pro-
posto 44.

cia $\frac{1}{2}$ eccedente in vece di detto intiero seguente, & procedere nel modo medesimo; Che pro-
posto 44.

la seconda R è maggiore della prima in

la seconda R è minore d 8. seguente intiero in

$\frac{7}{444}$ via $\frac{31}{37}$ fa $\frac{49}{5476}$ che è quello, che manca al quadrato della seconda R, per arriuarci a $55 \frac{1}{4}$.

seconda R $7 \frac{1}{4}$
intiero seguente 8

somma partitore $15 \frac{1}{4}$) $\frac{31}{37}$ mancava da partire.

$\frac{2368}{84508}$ ne viene $\frac{49}{84508}$ da giungere alla seconda R, per formarne la terza.

seconda R

$\frac{16}{7 \frac{1}{4}}$ con $\frac{49}{84508}$
 $\frac{36544}{49}$

$\frac{36593}{989}$ numeratore della somma, che si può sempre schifare per il 37. denominatore del $\frac{1}{37}$. rotto della R, con la quale si fa la somma, come ancora schifa l'84508. denominatore.

$\frac{329}{333}$ fa $7 \frac{989}{2284}$ che è la terza R più propinqua

Di 44. proposto.

la prima R scarfa è $6 \frac{8}{13}$ la scarfezza è $\frac{40}{169}$

la eccedente $6 \frac{3}{3}$

soma, che è partitore $13 \frac{11}{39}$ $\frac{40}{169}$
 $\frac{259}{39}$ $\frac{40}{169}$ 20
 $\frac{39}{3}$ $\frac{169}{13}$

ne viene $\frac{60}{3367}$ da giungere alla prima R $6 \frac{8}{13}$
 259. via 8. fa 2072
 60

13. den. del rotto della 12132. numeratore.

R (schifatore,

la soma, che è seconda R è $6 \frac{1}{3} \frac{1}{39}$ più propinqua

seconda R scarfa $6 \frac{1}{3} \frac{1}{39}$ con $\frac{1}{37}$

$\frac{20668}{82672}$ $\frac{5167}{4315}$

numeratore $\frac{847448}{3272}$ si schifa per 260. de-

nomin. del $\frac{1}{37}$.

rotto della R.

$\frac{704}{1864}$

$\frac{518}{518}$

fa $6 \frac{1}{3} \frac{1}{39} \frac{1}{37}$ che è la terza R più propinqua.

posto 44. da trouarne la R scarfa, dicendosi ella essere $6 \frac{8}{13}$ il quadrato della quale è scarfo in $\frac{1}{37}$. prodotto di $\frac{1}{37}$. via $\frac{1}{37}$. (dè vogliamo dire quantita, che nasce a cauare il quadrato del rotto $\frac{1}{37}$. dal medesimo $\frac{1}{37}$.) noi per trouare vna seconda R più propinqua, potremo scruirci di $6 \frac{8}{13}$. R eccedete del proposto 44. giòngedo la prima R $6 \frac{8}{13}$. a $6 \frac{8}{13}$. che fa $13 \frac{1}{3}$. & cò questo partire $\frac{1}{37}$. mancamento del quadrato della prima R, che ne viene $\frac{1}{37}$. & qsto giungere alla prima R $6 \frac{8}{13}$. che fa $6 \frac{8}{13} \frac{1}{37}$. & questa è seconda R più propinqua, & vogliamo dire manco scarfa della prima. Perche se a partire $\frac{1}{37}$. per $13 \frac{1}{3}$. ne viene $\frac{1}{37}$. ne segue, che a moltiplicare $13 \frac{1}{3}$. via $\frac{1}{37}$. produca $\frac{1}{37}$. Onde a moltiplic. pil $\frac{1}{37}$. vn numero, che sia minore di $13 \frac{1}{3}$. il prodotto farà minore di $\frac{1}{37}$. ma la soma della prima,

pri. R scarfa. sec. R scarfa. R ecced. adoprata

$6 \frac{8}{13}$ $6 \frac{1}{3} \frac{1}{39}$ $6 \frac{8}{13}$ $\frac{86}{169}$
 differenza $\frac{1}{37}$ differenza $\frac{8}{13}$ $\frac{172}{169}$

prodotto delle differenze $\frac{520}{872053}$ $\frac{30303}{84175}$

cioè $\frac{40}{67081}$ che è quello, in che il

quadr. della seconda R è min. del 44. proposto.

seconda R scarfa $6 \frac{1}{3} \frac{1}{39}$ $\frac{86}{169}$

R eccedente $6 \frac{8}{13}$ $\frac{77}{169}$

soma partitore $13 \frac{1}{3} \frac{1}{39}$ $\frac{1}{37}$ scarfezza da partire.

777. in 67081. entra volte $86 \frac{1}{3}$. però

si moltiplica 133. via $86 \frac{1}{3}$

$\frac{77}{1398}$

$\frac{1864}{872053}$

numerat. 892168 in 40. numeratore

cioè 2676506. in 120.

ne viene $\frac{60}{1338153}$ da giungere alla seconda R

scarfa, & se ne formerà la terza.

sec. R scarfa. ter. R scarfa. R ecced. adop. $172 \frac{2}{3}$ 1338253
 $6 \frac{1}{2} \frac{2}{3}$ $6 \frac{1}{2} \frac{2}{3}$ $6 \frac{1}{2} \frac{2}{3}$ 1722 518 4014759
 60 $172 \frac{2}{3}$ $344 \frac{2}{3}$
 differ. 1338253 via differ. 5167

che è questo $\frac{60}{7750}$ via $\frac{1}{5167}$ perche $172 \frac{2}{3}$ in 1338253 entra
 cioè $\frac{120}{15501}$ via $\frac{1}{5167}$ 25825 volte $7750 \frac{1}{2}$
 che fa $\frac{120}{80093667}$ il che è 80093667

quello, in che il quadrato della terza R è min. del 44. proposto. R eccedente detta, qual multiplicatione produce $\frac{60}{7750} \times \frac{1}{5167}$ che è quello, che manca al quadrato della seconda R, per arriuare al 44. proposto. Et hora volèdo trouare vna terza R scarfa più propinqua della seconda, noi similmente parriremo il mancamento del quadrato della seconda R, cioè $\frac{120}{15501}$ per la somma d'essa seconda R, & di $6 \frac{1}{2}$ R eccedètte detta, & l'aumento giongeremo alla seconda R, che ne nascerà la terza R scarfa più propinqua della seconda. Et così seguiremo à trouare quant'altre R scarfe più propinque vorremo.

Er accioche si conosca euidentemente, che d'un numero proposto, trouandoli con questo modo quante R si vogliono, l'vna maggiore dell'altra, non potrà auuenir mai, che alcuna d'esse douenti tanto grande, che ella sia eccedente, cioè che il quadrato d'essa ecceda il numero proposto. Consideraremo, che essendo A, R scarfa d'vna numero proposto, & E, R eccedente dell'istesso, & S, la scarfezza del quadrato della R scarfa, cioè quello, in che esso quadrato è minore del numero proposto, Et essendo V, la vera incognita del numero proposto, quale o si potendo esplicare per numero rationale (cioè mislo d'intera, e rotto semplicemente) cerchiamo nondimeno andarceli di continuo accostando, senza però superarlo mai, cioè di modo, che nondimeno ciascuno accostamento sia scarfo, & che perciò essa quantità V, vera & incognita, ò inesplicabile, sia sempre maggiore di qual si vogli R, che si trouasse, essendo nondimeno essa V, minore della E, R eccedente. Consideraremo, dico, che giogendo insieme A, R scarfa, & E, R eccedente, la somma, & chiamiamola C, sarà maggiore, che la somma, che nascesse à giungere insieme la detta A, R scarfa con V, R vera incognita (poiche se bene la A, è eguale alla A, cioè à se stessa, la V, poi è minore della E.) & chiamiamola D, onde se vna medesima quantità, poniamo la S, (scarfezza sopra detta) farà partita per la somma C, & anco per la somma D, l'aumento, che nascerà dalla C, & chiamiamolo F, sarà minore, che l'aumento, qual nascesse dalla D, & chiamiamolo G, (poiche accrescendo il partitore, ne viene a conoscere auuenimento minore; che in vna quantità S, data, minor numero di volte entra, ò è contenuta vna quantità grande, che vna piccola) Questo auuertito, che à partire S, scarfezza sopra detta per la somma C, (che è il cospo della R scarfa, A, & della eccedente E,) ne verrà meno, che à partire la medesima S, per la somma D, (che è il composto della R scarfa A, & della vera incognita V,) considereremo ancora, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, minore, & V, maggiore, quello, che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità per la differenza loro; che conuersamente, partendo la differenza d'essi dui quadrati, per la somma delle due quantità, l'aumento sarà à punto la differenza di dette due quantità; ma se partiremo la differenza d'essi dui quadrati, per quantità maggiore della somma delle due quantità dette, l'aumento verrà ad essere minore, che la differenza delle medesime due quantità dette, onde se alla quantità A, minore giongeremo questo auuenimento minore, sarà necessario, che la somma sia minore, che la quantità V, cioè essa somma d'A, & dell'aumento detto non potrà arriuare alla quantità V, anzi sarà necessariamente minore d'essa V. Hora applicando le cose dette al proposito nostro; di 44. numero proposto, sapendo, che $6 \frac{1}{2}$ A, è R scarfa, & $6 \frac{1}{2}$ E, è R eccedente; se partiremo la scarfezza S, che hora è $\frac{120}{15501}$ per la somma di A, & E, che è $13 \frac{1}{2}$ R, chiamata C, l'aumento $\frac{1}{5167}$, chiamato F, sarà minore, che la differenza, quale è dal $6 \frac{1}{2}$ R scarfa A, all'V, R vera incognita; però giogendo esso auuenimento F $\frac{1}{5167}$ all'A $6 \frac{1}{2}$, & fa $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$, l'appiamo certissimo, che questa somma è minore della vera R incognita V, & che però esso $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$ è anco ella R scarfa, ma più propinqua del $6 \frac{1}{2}$ R, poiche è maggiore di detto $6 \frac{1}{2}$. Et consequentemente veniamo à conoscere, che esso $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$ minore d'V, è tanto maggiormente minore dell'E, cioè di $6 \frac{1}{2}$ R eccedente. Il quadrato di questa R scarfa $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$, l'appiamo essere scarfo, cioè minore del 44.

ma, & seconda R trouate, cioè di $6 \frac{1}{2}$ R, & $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$ R minore di $13 \frac{1}{2}$ R, cioè della somma di $6 \frac{1}{2}$ R, & $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$ R, perche $6 \frac{1}{2} \frac{1}{5167}$ R è minore di $6 \frac{1}{2}$ R (che è minore in $\frac{1}{5167}$ R), però à moltiplicare la somma della prima, & seconda R trouate, via $\frac{1}{5167}$ R, farà necessariamente ilaco di $\frac{1}{5167}$ R. Et tanto manco, quanto importa à moltiplicare $\frac{1}{5167}$ R, via $\frac{1}{5167}$ R, in che la seconda R trouata è minore di $6 \frac{1}{2}$ R.

del 44. numero proposto in $\frac{7}{10} \frac{8}{10} \frac{9}{10}$. che nasce à moltiplicare $\frac{7}{10} \frac{8}{10} \frac{9}{10}$ in che la g troua re maggiore della g scarfa antecedente $6 \frac{1}{10}$. via $\frac{7}{10} \frac{8}{10} \frac{9}{10}$. in che la R trouata è minore della g eccedente $6 \frac{1}{10}$. Hora se vorremo trouare vn'altra seguente g scarfa più propinqua, noi nel medesimo modo fingeremo il $6 \frac{1}{10} \frac{8}{10} \frac{9}{10}$. R scarfa essere la A , il $6 \frac{1}{10}$. g eccedente, essere la E ; & il $\frac{7}{10} \frac{8}{10} \frac{9}{10}$. che manca al quadrato della A , per arriuare al 44. proposto, essere la scarfezza S , & quella partendola per la somma di A , & E , sapremo per le medesime ragioni, d'auue, che l'auuenimèto F , sarà minore, che la differenza della R scarfa A , alla g vera incognita V , & che però gionto esso auuenimento F , alla R A , la somma necessariamente sarà minore della V , R vera incognita, & consequentemente, che essa somma sarà g scarfa come vogliamo, & più propinqua della antecedente scarfa, poiche ella è maggiore di detta antecedente; Et il medesimo vedremo esser necessario, che auuenga nelle g seguenti, che in questo modo si trouassero, cioè, che ciascuna d'esse sarà necessariamente scarfa, ma più propinqua delle antecedenti à lei. La medesima ragione si può ancora usare nella inuentione della prima R scarfa $6 \frac{1}{10}$. Che del 44. proposto, dicendo la g scarfa A , essere 6 . & la eccedente E , essere 7 . Se partiremo la scarfezza S 8 . per la somma d' A , & E , che è 13 . & ne viene $\frac{8}{13}$. questo $\frac{8}{13}$. F , per le medesime ragioni sopradette sapremo essor minore, che la differenza, quale è 6 . R scarfa detta, alla V , R vera incognita; & che però gionto esso auuenimento F $\frac{8}{13}$. alla A . & fa $6 \frac{8}{13}$. che questa somma necessariamente sarà minore, che la quantità V , vera R incognita, & però che questa somma $6 \frac{8}{13}$, sarà g scarfa come vogliamo.

Et se hauessimo detto di 44. proposto la R scarfa A , essere 6 . & la g eccedente E , essere $6 \frac{1}{10}$. ne seguiria similmente, per le medesime cause, che partendo 8 . scarfezza S , per la somma d' A 6 . & g scarfa, & d' E $6 \frac{1}{10}$. g eccedente, qual som-

6 scarfa.	13	ma è $12 \frac{8}{13}$. & ne viene $\frac{8}{13}$. cioè $\frac{8}{13}$. che
$6 \frac{1}{10}$ eccedente.	$6 \frac{1}{10}$	
13	19	
12	12	questo auuenimento F , sarà minore della
19	19	differenza, quale è dalla A 6 . g scarfa, alla
11	11	V , g vera incognita, & che però gionto es-
7	7	so auuenimento F , alla A 6 R scarfa, che la
209	209	somma sarà minore della V , vera R incog-
144	144	nita, & che perciò essa somma $6 \frac{8}{13}$. sarà
353	353	necessariamente R scarfa. Et per quel-
43	43	lo, che di sopra si mostrò, sappiamo, che la
361	361	scarfezza S , cioè quello, in che il quadrato

si troua moltiplicando quello, in che la detta g scarfa $6 \frac{1}{10}$. è maggiore del 6 . g scarfa antecedente, via quello, in che la detta R scarfa $6 \frac{1}{10}$. è minore del $6 \frac{1}{10}$. R eccedente, cioè di $\frac{1}{10}$. via $\frac{7}{10}$. (che si può dire di $\frac{7}{10}$. via $\frac{7}{10}$.) che fa $\frac{7}{10}$.

Et se hauendo presa la g scarfa d'un numero proposto, partiremo la scarfezza per il doppio solo della g scarfa detta, & che l'auuenimento si gionga à detta g scarfa, allhora la somma non sarà g scarfa più propinqua, ma sarà g eccedente; per che se à partire la scarfezza del quadrato della g scarfa presa A , per la somma della detta g scarfa A , & della R vera incognita V , ne viene precise la differenza D , in che la R scarfa A , è minore della g vera incognita V , (poiche à moltiplicare la somma di due quantità A , & V , per la differenza loro se ne produce la differenza del quadrato d'esse due quantità A , & V .) ne segue, che à partire essa scarfezza per il doppio della g scarfa A , (qual doppio è minore della somma della A , & g scarfa, & della V , vera incognita; essendo la V , vera incognita maggiore della scarfa) ne venga auuenimento maggiore, che non è la differenza D ; detta; onde giungendo esso auuenimento alla g scarfa A , la somma sarà necessariamente maggiore della g vera incognita V , & però essa somma sarà g eccedente. Onde se di 44. proposto diremo la R scarfa essere 6 . & partiremo la scarfezza 8 . per 12. doppio del 6 . che ne viene $\frac{2}{3}$. & questo $\frac{2}{3}$. giungeremo à 6 . che fa $6 \frac{2}{3}$. questa somma $6 \frac{2}{3}$. sarà di necessità g eccedente. Ouero, se del 44. proposto diremo la g scarfa essere $6 \frac{1}{10}$. & la scarfezza $\frac{8}{10}$. partiremo per il doppio del $6 \frac{1}{10}$. cioè per $13 \frac{1}{10}$. che ne viene $\frac{8}{13}$. & questo giungeremo alla g scarfa detta $6 \frac{1}{10}$. che fa $6 \frac{8}{13}$. questa somma $6 \frac{8}{13}$. sarà g eccedente del 44. proposto; perche il $\frac{8}{13}$. auuenimento trouato, partendo il $\frac{8}{13}$. scarfezza per il doppio di $6 \frac{1}{10}$. cioè per la somma di $6 \frac{1}{10}$ A , & $6 \frac{1}{10}$ g scarfe; è maggiore, che l'auuenimèto, qual si trouasse à partire la detta scarfezza $\frac{8}{13}$. per la somma di $6 \frac{1}{10}$. g scarfa, & di V , g vera incognita, è necessario esso auuenimento $\frac{8}{13}$. essere maggiore, che la differenza, quale veramente è fra la g scarfa A , & la g vera incognita V , & però alla g scarfa A $6 \frac{1}{10}$. gionto esso auuenimento $\frac{8}{13}$. la somma

H

Di 44 la R scarfa sia $6\frac{1}{4}$, il doppio è $13\frac{1}{2}$.
partitore, la scarfezza è $\frac{1}{4}$ da partire.

43 $\frac{171}{13}$ $\frac{40}{169}$ 10
1 13
ne viene $\frac{1}{13}$ da gióng. a $6\frac{1}{4}$.
fa $6\frac{1}{4}$, che è R eccedente.
Di 44 la R eccedente è $6\frac{1}{4}$.
Il doppio è $13\frac{1}{2}$, che
è partitore.
L'eccesso del suo quadr. è
 $\frac{1}{13}$ da partire.

1854 $\frac{7416}{559}$ $\frac{100}{312481}$ 25
1 559
10686
9270 ne viene $\frac{25}{1036386}$ da
9270
1036386 cauare da 6 $\frac{354}{559}$
resta $6\frac{656291}{1036386}$, che è R ecced. più propinqua.

Moltiplichisi $6\frac{656291}{1036386}$
via $6\frac{656291}{1036386}$
7875192
620790
7
1036386
93274740
7254702
3072772
6218316
643378064940
625
fa 44 1074095940996
che eccede il 44. propo-
sto nel quadrato di $\frac{1}{13}$.
differenza di
questa R alla R antecede-
nte.

moltiplicando la seconda parte $\frac{1}{13}$, dell'vna, via la seconda parte $\frac{1}{13}$, dell'altra; & giungere insieme questi prodotti detti; Onde perciò vediamo poterli dire, & conoscere, che il quadrato del totale $6\frac{1}{4}$, si compone dal quadrato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, dal quadrato dell'altra parte $\frac{1}{13}$, & dal prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, nell'altra $\frac{1}{13}$. Ma il quadrato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, giunto con il prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, nell'altra parte $\frac{1}{13}$, fa a punto 44. (poiche il quadrato di $6\frac{1}{4}$, è tanto minore di 44, quanto importa il prodotto di $13\frac{1}{2}$, doppio di $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$) però questi con il rimanente quadrato di $\frac{1}{13}$, altra parte, quali tutti insieme compongono il quadrato del totale $6\frac{1}{4}$, verranno a fare 44. &

$6\frac{1}{4}$, verrà ad esser maggiore, che la R vera incognita V, & consequentemente ella somma $6\frac{1}{4}$, sarà R eccedente. Et l'eccesso sarà quanto è il prodotto, che nasce a moltiplicare in se stesso $\frac{1}{13}$, differenza della R scarfa A, alla eccedente trouata; Perche essendo la differenza del quadrato della R scarfa A, al quadrato della eccedente, tanto, quanto nasce a moltiplicare la somma della R scarfa A, & della eccedente, cioè di $6\frac{1}{4}$, & $6\frac{1}{4}$, via la differenza loro $\frac{1}{13}$, conosciamo, che diuidendo la R eccedente in $6\frac{1}{4}$, scarfa, & $\frac{1}{13}$, restante; tanto fa a moltiplicare la somma di $6\frac{1}{4}$, & $6\frac{1}{4}$, cioè il doppio di $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$, & a quello giungere il prodotto del restante $\frac{1}{13}$, via $\frac{1}{13}$, quanto fa a moltiplicare la somma di $6\frac{1}{4}$, & $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$. Onde questo prodotto è maggiore di quello del doppio di $6\frac{1}{4}$, A, via $\frac{1}{13}$, nella moltiplicazione di $\frac{1}{13}$, via $\frac{1}{13}$, cioè nel quadrato di $\frac{1}{13}$, differenza d'A $6\frac{1}{4}$, a $6\frac{1}{4}$, ma quel prodotto con il quadrato d'A, compisce a punto il 44. proposto; però il quadrato della R eccedente trouata, che contiene in se il quadrato d'A, & quel prodotto detto, & il quadrato di $\frac{1}{13}$, differenza d'esse due R, scarfa, & eccedente, verrà ad essere maggiore del 44. numero proposto nel quadr. di $\frac{1}{13}$, differenza detra della R scarfa A, alla eccedente trouata. Ouero per mostrare, che l'eccesso del quadrato della R eccedente $6\frac{1}{4}$, sopra al 44, è quanto il quadrato di $\frac{1}{13}$, differenza di questa R alla scarfa $6\frac{1}{4}$, poteuamo dire. Supposto la R eccedente diuisa in $6\frac{1}{4}$, scarfa, & $\frac{1}{13}$, differenza aggiunta; douendosi moltiplicare $6\frac{1}{4}$, via $6\frac{1}{4}$, ciascun d'essi così diuiso (che è quanto trouare il quadrato di $6\frac{1}{4}$) fappiamo (per quello, che si mostrò nel Capir. 9. del Moltiplicare nel nostro Trattato dell' Elementi del numeri Geometrici) che questo si trouarà moltiplicando la prima parte $6\frac{1}{4}$, dell'vno, via la prima parte $6\frac{1}{4}$, dell'altro (che è quanto il quadrato di $6\frac{1}{4}$) & moltiplicando la prima parte $6\frac{1}{4}$, via la seconda $\frac{1}{13}$, & anco moltiplicando la seconda parte $\frac{1}{13}$, via la prima $6\frac{1}{4}$, (che ponendo insieme queste due moltiplicazioni della prima parte via la seconda, & della seconda via la prima) è quanto moltiplicare il doppio di $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$, ouero il doppio di $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$, & finalmente moltiplicando la seconda parte $\frac{1}{13}$, dell'altra, & giungere insieme questi prodotti detti; Onde perciò vediamo poterli dire, & conoscere, che il quadrato del totale $6\frac{1}{4}$, si compone dal quadrato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, dal quadrato dell'altra parte $\frac{1}{13}$, & dal prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, nell'altra $\frac{1}{13}$. Ma il quadrato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, giunto con il prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{1}{4}$, nell'altra parte $\frac{1}{13}$, fa a punto 44. (poiche il quadrato di $6\frac{1}{4}$, è tanto minore di 44, quanto importa il prodotto di $13\frac{1}{2}$, doppio di $6\frac{1}{4}$, via $\frac{1}{13}$) però questi con il rimanente quadrato di $\frac{1}{13}$, altra parte, quali tutti insieme compongono il quadrato del totale $6\frac{1}{4}$, verranno a fare 44. &

cioè tanto più di 44. quanto è il quadrato di $\frac{1}{4}$. in che il 6. è differente dal 6. Se poi vorremo seguire à trouare $\mathbb{R}$ eccedente più propinqua, noi al solito partiremo l'eccesso (cioè quello, in che il quadrato della $\mathbb{R}$ eccedente, che habbiamo eccede il numero proposto) per il doppio della $\mathbb{R}$ eccedente, che habbiamo, & l'auuenimento cauaremo dalla $\mathbb{R}$ eccedente detta, che il restante sarà $\mathbb{R}$ eccedente più propinqua. Et lo potremo conoscere benissimo, considerando, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, maggiore, & V, minore, quello che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità A, & V, per la differenza loro, & che però à partire la differenza de' suoi dui quadrati, per la somma d'esse due quantità, ne verrà la differenza loro; ne segue, che partèdo la differenza de' suoi dui quadrati per quantità maggiore della somma d'A, & V, l'auuenimento, & chiamiamolo G, sarà quantità minore della differenza delle dette due quantità A, & V, però cauando questo auuenimento G, dalla quantità maggiore A, conosciamo, che il restante necessariamente sarà maggiore dell'altra quantità V. Onde delle due quantità A, & V, essendo A, quantità maggiore 6 $\frac{1}{4}$, & $\mathbb{R}$ eccedente, & V, quantità minore la vera incognita, i quadrati delle quali sono 44 $\frac{1}{4}$, & 44. & però la differenza d'essi quadrati loro è $\frac{1}{4}$, partendo questa differenza de' quadrati per il doppio d'A, cioè per 13 $\frac{1}{2}$, (che è maggiore della somma d'A, & V, essendo A, da se maggiore d'V, da se) l'auuenimento G, sarà minore della differenza, che è fra A, & V, onde cauando questo auuenim. G, dalla A, il restante, che è $\frac{1}{4}$, necessariamente sarà maggiore della V, vera incognita, & però esso restante 6 $\frac{1}{4}$, verrà ad essere anco ella $\mathbb{R}$ eccedente, ma più propinqua della A, essendo minore di essa A. Et l'eccesso del quadrato di questa noua $\mathbb{R}$ eccedente sopra al numero proposto 44. sarà $\frac{1}{4}$, che è il quadrato del $\frac{1}{4}$, differenza di questa alla $\mathbb{R}$ eccedente. Che acciò in questo, & in ogn'altro caso si conosca à pieno essere così, Noi per commodità dando il nome alle quantità, che ci bisognano cōsiderare, chiameremo A, la $\mathbb{R}$ eccedente 6 $\frac{1}{4}$, il quadrato della quale eccede il 44. numero proposto in $\frac{1}{4}$, quale eccesso chiameremo C, la $\mathbb{R}$ eccedente ultimamente trouata 6 $\frac{1}{4}$, chiameremo B, l'auuenimento, che nasce à partire C, per il doppio d'A, chiameremo D, quale auuenimento D $\frac{1}{4}$, perche si cauà dalla A, acciò che il restante ci manifesti la B, è anco la differenza della A, alla B. Hora considereremo, che nascèdo D $\frac{1}{4}$ à partire C $\frac{1}{4}$, per il doppio d'A, è necessario, che conuersamente à moltiplicare il doppio d'A, per D $\frac{1}{4}$, produchi C $\frac{1}{4}$, però à moltiplicare la somma d'A, & B, che è quanto il doppio d'A, manco B, (perche B, è minore d'A, in D,) per D, produrrà C, manco il duto di D, via D, cioè manco il quadrato di D. Ma questa moltiplicazione della somma d'A, & B, in D, è la differenza del quadrato d'A, maggiore al quadrato di B, minore, adunque il quadrato di B, è minore del quadrato di A, in C, manco il quadrato di D, cioè dal quadrato d'A, cauato C, manco il quadrato di D, ò vogliamo dire dal quadrato d'A, cauato C, & giuntoli il quadrato di D, ne nascerà il quadrato di B. Ma il quadrato d'A, è quanto 44. & C, cioè il quadrato d'A, contiene in se il 44. numero proposto, & il C $\frac{1}{4}$, di più; però da questo quadrato di A, cauato C, (che resta solo 44.) & giuntoli il quadrato di D, che farà 44. & il quadrato di D, di più, ne nascerà il quadrato di B, onde il quadrato di B, è composto dal 44. numero proposto, & dal quadrato di D, & però si conosce esso quadrato di B, eccedere il 44. numero proposto nel quadrato di D, cioè nel quadrato di $\frac{1}{4}$, differenza, che è da A, $\mathbb{R}$ eccedente alla B, $\mathbb{R}$ più propinqua, che li segue, ultimamente trouata. Et il medesimo si conoscerà auuenire similmente di continuo nelle seguenti $\mathbb{R}$ eccedenti più propinque, che di mano in mano si andassero trouando, applicandoli le istesse ragioni.

Trouisi la $\mathbb{R}$ propinqua eccedente di 6. D'esso 6. è $\mathbb{R}$ scarfa $\frac{1}{4}$. Il suo quadrato manca in $\frac{1}{4}$, quale si parta per il doppio della detta $\mathbb{R}$ scarfa, cioè per 4 $\frac{1}{2}$, che è $\frac{1}{4}$, cioè $\frac{1}{4}$, & ne viene $\frac{1}{4}$, cioè $\frac{1}{4}$, quale auuenimento si gionga alla $\mathbb{R}$ scarfa detta $\frac{1}{4}$, & fa $\frac{1}{4}$, & questo è $\mathbb{R}$ propinqua eccedente, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{4}$, che è quadrato d' $\frac{1}{4}$, giunto alla $\mathbb{R}$ scarfa per formarne la eccedente, ò vogliamo dire, che è quadrato della differenza, che è fra questa $\mathbb{R}$ eccedente trouata, & la $\mathbb{R}$ scarfa à lei antecedente adoprata. Hora potremo dire. Di 6. la $\mathbb{R}$ eccedente propinqua è $\frac{1}{4}$, che il suo quadrato eccede il 6. proposto in $\frac{1}{4}$. Questo eccesso partito per il doppio d'essa $\mathbb{R}$, cioè per 4 $\frac{1}{2}$, che è $\frac{1}{4}$, cioè $\frac{1}{4}$, ne viene $\frac{1}{4}$, quale auuenimento cauato da detta $\mathbb{R}$, che è $\frac{1}{4}$, resta $\frac{1}{4}$, & questo è $\mathbb{R}$ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{4}$, quadrato d' $\frac{1}{4}$, differenza, che è fra questa $\mathbb{R}$ ultimamente trouata, & la A à lei antecedente adoprata.

Trouisi la $\mathbb{R}$ non eccedente di 5. Ella è $\frac{1}{2}$, il suo quadrato manca in $\frac{1}{4}$, nato da moltiplicare

Tronfi la R non eccedente di 6.
Ella è $2\frac{1}{2}$, il suo quad. m̄ca in $2\frac{1}{2}$.

prima R (carfa $2\frac{1}{2}$)
eccedente $2\frac{1}{2}$
(somma $4\frac{1}{2}$) $2\frac{1}{2}$ mancām.
partitore. da partire.

49 6
10 25
2 5

ne viene $2\frac{1}{2}$, da giungere alla pri-
ma R $2\frac{1}{2}$, & fa $2\frac{1}{2}$, cioè $2\frac{1}{2}$,
che è la sec. R (carfa più propinqua.

prima R. Seconda R. R eccedente

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
49 49

prodotto delle differenze $2\frac{1}{2}$,
che è il mancamento del quadrato
della seconda R.

seconda R $2\frac{1}{2}$,
eccedente $2\frac{1}{2}$

(somma $4\frac{1}{2}$) $2\frac{1}{2}$ mancām.
partitore da partire.

485 6 3395
98 2401 23765
2 49

ne viene $2\frac{1}{2}$, da giungere al-
la seconda R, & fa $2\frac{1}{2}$, che è la
terza R (carfa più propinqua.

23 12
49 33765
485
10678
12

10682. numeratore si può schifare
1526 per 49 denomin. del rot-
to della R $2\frac{1}{2}$, come an-
co sappiamo poterli schi-
fare il denominat. 23765.

seconda R terza R R eccedente

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
485

prod. delle differ. $2\frac{1}{2}$,
che è il mancamento del quadrato
della terza R.

terza R $2\frac{1}{2}$,
eccedente $2\frac{1}{2}$

(somma $4\frac{1}{2}$) $2\frac{1}{2}$ mancamento
partitore da partire.

4801 6
970 23525
2 485
1207 1207

ne viene $2\frac{1}{2}$, da giungere alla ter-
za R $2\frac{1}{2}$, & fa $2\frac{1}{2}$, che è la quarta R (carfa.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

2 2 2
differ. $2\frac{1}{2}$ differ. $2\frac{1}{2}$
4801 6
1744 12
872 12
104630. numeratore, che si schi-
fa per 485. denominar.
del rotto della terza R.

quarta R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

quinta R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

sesta R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

settima R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

ottava R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

nona R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decima R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

undecima R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

duodecima R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decimaterza R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decimaterza R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decimaterza R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decimaterza R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

se stessa $2\frac{1}{2}$ 8632

decimaterza R da $2\frac{1}{2}$ 158

moltiplic. i $2\frac{1}{2}$ 4801

mare i rotti, potiamo supponere, che la eccedente sia non $2\frac{1}{2}$, ma $2\frac{1}{2}$, quantità più commodā, anco ella eccedente necessariamente, per essere maggiore di $2\frac{1}{2}$. Che non importa, che alla nostra R (carfa gionghiamo più vna R eccedente, che vn'altra, se bene quanto più propinqua farà essa R eccedente, che adopraremo, tanto più propinqua haueremo nella R (carfa, che trouaremo, hora presa per R eccedente $2\frac{1}{2}$, & giongedola alla R (carfa $2\frac{1}{2}$, la somma farà $4\frac{1}{2}$, con la quale partiremo $2\frac{1}{2}$, scarfezza del quadrato della nostra R (carfa, & ne viene $2\frac{1}{2}$, quale giongendolo alla nostra R (carfa $2\frac{1}{2}$, farà $2\frac{1}{2}$, che è R (carfa più propinqua, il quadrato della quale m̄ca ad arriurare al 5. apposto, nel prodotto di differenza di questa R (carfa tronata alla lei antecedente, via $2\frac{1}{2}$, differenza di questa R (carfa $2\frac{1}{2}$, R eccedente adoprata per trouarla; qual prodotto è $2\frac{1}{2}$. Et volēdo tronare vn'altra R (carfa più propinqua, noi alla R (carfa, che habbiamo $2\frac{1}{2}$, giongeremo vna R eccedente, & hora farà comodo $2\frac{1}{2}$, perche $2\frac{1}{2}$ riduce commodamēte a 8900, efimi, che è $2\frac{1}{2}$, & fa $4\frac{1}{2}$, con la qual somma partiremo il m̄cam. $2\frac{1}{2}$, & ne

Moltiplichisi $2 \frac{83830099}{355310000}$ la scarfa in se
stessa.

$$\begin{array}{r}
 335320396 \\
 36885143560000 \\
 18442621789 \\
 1005961188 \\
 754470891 \\
 754470891 \\
 251490497 \\
 670640792 \\
 251490497 \\
 670640792 \\
 \hline
 126103111311909801 \\
 \hline
 126103111311909801 \\
 \hline
 778090499 \\
 \hline
 126103111311909801
 \end{array}$$

che è $\frac{778090499}{126103111311909801}$

Per trovare la scarfezza del suo quad.

$$\begin{array}{r}
 2199 \\
 8900 \\
 39900 \\
 87740100 \\
 83840099 \\
 \hline
 3910001. \text{ differenza.} \\
 199. \text{ differenza.} \\
 \hline
 35190009 \\
 74290019 \\
 \hline
 778090199. \text{ numeratore del} \\
 \text{mancomento, essendo denominatore} \\
 \text{il quadrato di } 355110000.
 \end{array}$$

(ordinaria.

& ne viene $\frac{778090499}{126103111311909801}$ quale giungeremo alla nostra R scarfa $2 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. & fa $2 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. che è R scarfa più propinqua. Et se hauesimo preso per R eccedente $2 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. che è molto commoda nell'operare (quale se bene è alquanto manco di $2 \frac{1}{3}$. conosciamo essere eccedente, perche il suo quadrato subito si vede essere differente dal quadrato di $2 \frac{1}{3}$. in manco d' $\frac{1}{10}$. in che il quadrato di $2 \frac{1}{3}$ supera il 5. perche $\frac{1}{10}$ differenza di $2 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. è $2 \frac{1}{3}$ moltiplicato per la somma loro, che è manco di 5. fa solo manco di $\frac{1}{10}$ giuntala alla nostra R scarfa $2 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. farà $4 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. con che partito il mancomento $\frac{778090499}{126103111311909801}$. ne viene $\frac{778090499}{126103111311909801}$ quale giunto alla nostra R scarfa, fa $2 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. che è R eccedente più propinqua. Ma se hauesimo preso per R eccedente $2 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. quantità molto commoda, & molto meno eccedente, cioè più propinqua di $2 \frac{1}{3}$. (e conosciamo facilmente essere eccedente, perche il suo quadrato si vede passare il 5. proposto, considerando, che essendo il suo rotto quasi $\frac{1}{10}$. che moltiplicato per 4 dopo il rotto dell'intero, fa quasi $\frac{1}{10}$. & per manca d' $\frac{1}{10}$. & alquanto più. per arrivare alla vna, che oltre al 4. quadrato di 2. intero si troua nel 5. proposto, & questo $\frac{1}{10}$. & alquanto più si vede essere superato dal quadrato d'esso rotto $\frac{1}{10}$. che essendo quasi $\frac{1}{10}$. faria per quadrato quasi 48. da partire per 89. via 89. che perche l'vno degli 89. in esso 48. entra molte volte, cioè più di 5. volte, conosciamo egli essere più di $\frac{1}{10}$. & bastaria, che fusse poco più d' $\frac{1}{10}$.) giungedola alla nostra R scarfa $2 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. faria $4 \frac{1}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. con che partito il $\frac{778090499}{126103111311909801}$. mancomento del quadrato della nostra R scarfa, ne viene $\frac{778090499}{126103111311909801}$. & questo giunto alla nostra R scarfa, fa $2 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{9}{100}$. che è R scarfa più propinqua, il quadrato della quale, per le ragioni altre volte dette, sarà scarso nel numero, che si troua a moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questo R scarfa trouata alle due dette scarfe, & eccedente adoprata a trouar questa. Et in tal modo potremo operare a trouare quant'altre R scarfe propinque vorremo.

Troua si la R propinqua eccedente di 5. Ella è $2 \frac{1}{3}$. Il suo quadrato eccede il 5. proposto in $\frac{1}{3}$. quadrato del rotto $\frac{1}{3}$. Et volendo trouare vn'altra R eccedente più propinqua, giungeremo la nostra R eccedente $2 \frac{1}{3}$. a se stessa, che è quanto doppiarla, & farà $4 \frac{1}{3}$. con che partiremo l' $\frac{1}{3}$. eccesso del quadrato della nostra R eccedente, & ne viene $\frac{1}{3}$. & questo euaremo dalla nostra R eccedente $2 \frac{1}{3}$. che resta $2 \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. il che è R eccedente più propinqua; il quadrato della quale eccede il 5. proposto in $\frac{1}{3} \frac{1}{3}$. quadrato dell' $\frac{1}{3}$. differenza di questa R trouata alla lei antecedente adoprata. Et volendo vn'altra R eccedente più propinqua, giungeremo quella nostra R $2 \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. a se stessa, o ad vn'altra R eccedente, che non importa, che la somma loro sia il doppio della nostra R, cioè che ella si gionga a se stessa, ma potiamo giungerla d'qual' altra R eccedente ci piace; bene è vero, che quanto più propinqua sarà la R eccedente, con la quale giungeremo la nostra, tanto maggior propinquità haueremo nella R eccedente, che si trouarà. Hor sia, che alla nostra R eccedente $2 \frac{1}{3}$. si gionga $2 \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. (che è necessariamente eccedente, essendo maggiore della nostra eccedente) & fa $4 \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. con il quale si parta l' $\frac{1}{3} \frac{1}{3}$. eccesso del quadrato della nostra R, & ne viene $\frac{1}{3} \frac{1}{3}$. il che si caui dalla nostra R, & resta $2 \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. che è R eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 5. proposto nel numero, che nasce a moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa R ultimamente trouata a ciascuna delle due R giunte insieme, adoprata a trouar questa. Che hora la differenza di questa R al

sta $\frac{1}{2}$ al $2\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. & al $2\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. di più, cioè è $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. quali due differenze moltiplicate fra loro, producono $\frac{1}{4}$. & in questo il quadrato della $\frac{1}{2}$ ultimamente trouata $2\frac{1}{2}$. eccede il 5. proposto. Et la causa di ciò si conosce, considerando, che se à partire $\frac{1}{2}$ E, eccesso del quadrato della nostra $\frac{1}{2}$ eccedente A, sopra al 5. proposto; per la somma di A, nostra $\frac{1}{2}$ eccedente $2\frac{1}{2}$. & di B, altra $\frac{1}{2}$ maggiore eccedente adoprata $2\frac{1}{2}$. ne viene $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ D, ne segue, che à moltiplicare D, via la somma di A, & B, produchi E. Considerato ancora, che; perche cauando D, da A, il restante C $2\frac{1}{2}$. è la $\frac{1}{2}$ trouata, ne segue, che essa $\frac{1}{2}$ trouata è minore, & differire dalla A, in esso D, & che la medesima $\frac{1}{2}$ trouata C, viene ad essere minore, & differente dalla B, maggiore della A, in $\frac{1}{2}$ G, in detti D, & G, cioè nella somma di D, & G, & chiamamola L, però la somma di A, & C, è minore della somma di A, & B, in detti D, & G, cioè in L, in che B, supera C. Onde se à moltiplicare la somma di A, & B, per D, se ne produce C, conosciamo, che à moltiplicare la somma di A, & C, per il medesimo D, se ne produrrà manco d'E, & tanto manco, quanto importa il prodotto di D, via L, & chiamamolo M. Ma à moltiplicare la somma di A, & C, per D, (differenza loro) il prodotto I, faria la differenza de' loro quadrati, cioè quello, in che il quadrato d'A, maggiore supera il quadrato di C, minore; però conosciamo, che I, faria minore d'E, in quello, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè in M. Et perche il quadrato d'A, contiene il numero proposto 5, & E $\frac{1}{2}$. di più; Et il quadrato di C, è minore di questo quadrato d'A, in I, cioè non in E, ne in quantità maggiore d'E, ma sempre in quantità minore d'E, (che I, è minore E,) ne segue, che se cauaremo I, dal quadrato d'A, resterà interamente il 5. proposto, & ancora qualche cosa di più, cioè quello di più, in che I, è minore d'E, (il che è M,) & perche à cauare I, dal quadrato d'A, resta il quadrato di C, conosciamo, che esso quadrato di C, supererà sempre il 5. numero proposto, & lo supererà in quello, che restaria à cauare I, da E, cioè lo supererà in M, & però C, farà sempre $\frac{1}{2}$ eccedente, & l'eccesso del suo quadrato farà sempre M, quantità, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè quantità, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che la trouata C, è superata dalla A, & dalla B, radici eccedenti, giunte insieme, & adoprare à trouare questa $\frac{1}{2}$ eccedente C. Onde quando A, & B, fussero eguali fra loro, cioè che noi ci seruissimo della sola A, doppiandola in vece di giungerli la B, che così per le due $\frac{1}{2}$ eccedenti, da trouare C, hauereissimo A, & A, perche la differenza di C, trouata, che fusse, ad A, & A, faria vna istessa, ò vogliamo dire fariano due differenze eguali, allhora vna differenza moltiplicata, via l'altra à lei eguale, ò vogliamo dire, ella differenza moltiplicata in se stessa, produrria l'eccesso, in che il quadrato di C, supera il numero proposto, & però si potrebbe dire, che esso quadrato di C, eccedesse il numero proposto nel quadrato di D, differenza di C, & trouata, ad A, & A, lei antecede doppia, & adoprata per trouare detta C. Et notifi, che hauendo vna $\frac{1}{2}$ eccedente A, d'vn numero proposto, per trouarne vn'altra C, più propinqua eccedente,

Di 5. la nostra $\frac{1}{2}$ eccedente è $2\frac{1}{2}$ A
La $\frac{1}{2}$ eccedente, che si giunge è $2\frac{1}{2}$ B
La somma, con la quale si parte è $4\frac{1}{2}$

$\frac{9}{2}$ $\frac{1}{2}$ E, eccesso da partire
2 5184
1 3592
ne viene $\frac{1}{2}$ D, da cauare da
23328

$2\frac{1}{2}$ A, nostra $\frac{1}{2}$ eccedente.

36
9
324
17
5508
1

resta $\frac{5507}{23328}$ C, che è $\frac{1}{2}$ ecced. più appinqua.

nostra $\frac{1}{2}$ ecced. altra $\frac{1}{2}$ ecced. adoprata. & ecced. trouata.

$2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$
differenza $\frac{1}{2}$ D, & $\frac{1}{2}$ G, cioè $\frac{1}{2}$ L
differenza $\frac{1}{2}$ D

Prodotto delle differenze $\frac{1}{4}$ M, che è l'eccesso del quadrato della $\frac{1}{2}$ trouata sopra al 5. proposto, come anco s'è veduto moltiplicandola in se stessa.

Moltiplichi si 5507
in se stesso 23328
23328
186624
46656
513216
38549
27535
27535
544195233
23328
23328
186624
746496
536544
denom. 544195584
fa 5 649
544195584

loro, cioè che noi ci seruissimo della sola A, doppiandola in vece di giungerli la B, che così per le due $\frac{1}{2}$ eccedenti, da trouare C, hauereissimo A, & A, perche la differenza di C, trouata, che fusse, ad A, & A, faria vna istessa, ò vogliamo dire fariano due differenze eguali, allhora vna differenza moltiplicata, via l'altra à lei eguale, ò vogliamo dire, ella differenza moltiplicata in se stessa, produrria l'eccesso, in che il quadrato di C, supera il numero proposto, & però si potrebbe dire, che esso quadrato di C, eccedesse il numero proposto nel quadrato di D, differenza di C, & trouata, ad A, & A, lei antecede doppia, & adoprata per trouare detta C. Et notifi, che hauendo vna $\frac{1}{2}$ eccedente A, d'vn numero proposto, per trouarne vn'altra C, più propinqua eccedente,

dente, noi non solo potiamo giungere effa R A, à se stessa, ò ad vn'altra R eccedente B, maggiore della A, che habbiamo, ma anco la potiamo giungere ad vna R eccedente minore di lei; Che di sopra hauendo $2\frac{1}{2}$ A, per R eccedente di 5, alla quale giongessimo $2\frac{1}{2}$ B, eccedete, maggiore d'A, noi gli hauremmo ancora potuto giungere vna R eccedente minore d'effa A, & operare nel medesimo modo, cioè con la somma d'A, & B, partire l'eccesso E, & l'auuenimeto D, cauarlo da A, che il restante C, faria R eccedente più propinqua del numero proposto. Il quadrato della tñale C, eccedera il 5. numero proposto nel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono dalla R eccedete C, trouata, à ciascuna delle due radici A, & B, gionte insieme, & adoperate à trouare effa C, più propinqua non solo della A, che haueuamo, ma ancora della B, giontali; che la B, eccedente mai potrà essere tanto piccola, ò tanto minore della A, che la C, in questo modo trouata non sia ancora minore di detta B. (Et faria vanità à durar fatica di trouare la C, quando ella non hauesse ad essere più propinqua ancora alla B, che già habbiamo nota.) Et accioche il tutto si manifesti à pieno, faremo il seguente discorso.

Poniamo, che di 22. proposto si dica la R eccedente A, essere 5. Volendo trouare vn'altra R eccedente più propinqua, Sia che ci seruiamo di 9 B, R eccedente maggiore d'A. giongendo B. 9. ad A. 5. & con questa somma partendo l'eccesso del quadrato d'A, sopra al 22. proposto, quale eccesso è 3 E, ne viene $-\frac{1}{4}$ D, il che si caua da A 5. & resta $4\frac{1}{4}$, che è C, R eccedente più propinqua d'A, il quadrato della quale supera il 22. numero proposto in $4\frac{1}{4}$ 2. prodotto delle due differenze $-\frac{1}{4}$. & $4\frac{1}{4}$. che sono della R C, trouata alle due A, & B, gionte insieme, & adoperate à trouare effa C. Et se hauesimo detto del 22. proposto la R eccedete A, essere 9. che l'eccesso E, faria 59. Et volendo trouare vn'altra R eccedente più propinqua. Sia che ci fusimo seruiti di 5. per la R eccedente B, da giungere alla A, che la somma loro faria 14. con la quale partito il 59. eccesso del quadrato della A, ne viene $4\frac{1}{4}$ D, & questo cauato da A 9. resta $4\frac{1}{4}$. che faria C, R eccedente trouata, più propinqua della A, & anco necessariamente, più propinqua della B, minore della A. Et questa C, è la istessa, che si trouò ancora di sopra adoprando 5 A, & 9 B, in vece di 9 A, & 5 B. Et sempre, che la A, prima maggiore, & la B, seconda minore, radici eccedenti d'un numero proposto per trouare la C, più propinqua in vn'altra operatione; cioè che il numero della A, dell'vna in vna operatione, douenti il numero B, dell'altra, nell'altra operatione, & che il B, douenti l'A, sen pre ancora la C, trouata con vna delle operationi farà la istessa, che la C, trouata con l'altra operatione. Che poniamo nel superiore esemplo, tanto resulterà à partire 59. eccesso E, d'A 9. per 14. somma d'A, & B, & cauare l'auuenimeto $4\frac{1}{4}$ D, da A 9. quanto resulterà à partire 3. eccesso E, d'A 5. (ò vogliamo dire eccesso del quadrato d'A 5.) per 14. somma istessa d'A, & B, & cauare l'auuenimeto $-\frac{1}{4}$ D, da A 5. Perche essendo la differenza delli quadrati di doi numeri, quello che nasce à moltiplicare la somma d'essi doi numeri, via la differenza loro, ne segue, che à partire la differenza delli quadrati di doi numeri per la somma loro, ne venga la differenza d'essi doi numeri. Onde delli doi numeri 5. & 9. la differenza delli quadrati delli quali è 56. partendo questo 56. per 14. somma loro, l'auuenimeto 4. farà la differenza, che è da 5. à 9. onde se dal 9. maggiore se cauara questo auuenimeto 4. di necessità il restante farà il 5. minore. Ma se con la somma d'essi 5. & 9. cioè con 14. partiremo numero maggiore di 56. differenza de' quadrati loro, di necessitá l'auuenimeto farà maggiore della differenza loro, cioè di 4. perche cauido questo auuenimeto dal 9. numero maggiore, il restante farà minore di 5. numero minore; & tanto minore di 5. quanto l'auuenimeto detto farà maggiore di 4. differenza delli doi numeri. Ma proposto vn numero da partire per vn dato, tanto resulterà à fare del proposto quante parti si vogliono, & partire ciascuna d'esse per il dato; & poi giungere insieme tutti gli auuenimeti; quanto resulterà à partire il numero proposto intieramente per il dato; cioè questo solo auuenimeto faria tanto, quanto la somma di tutti gli auuenimenti partiali detti gionti insieme; però hauendo 59. differenza di 22. ad 81. quadrato di 9. da partire per 14. che ne viene $4\frac{1}{4}$. se noi faremo due parti del 59. che l'vna sia 56. differenza delli quadrati di 5. & 9. & l'altra sia 3. differenza di 22. al quadrato di 5. & che si parta il 56. per 14. che ne viene 4. (differenza di 5. à 9.) & anco si parta il 3. per 14. che ne viene $-\frac{1}{4}$. & si giungano questi doi auuenimenti 4. & $-\frac{1}{4}$. insieme; la somma farà il medesimo $4\frac{1}{4}$. auuenimeto totale del 59. totale partito per 14. però tanto resulterà à cauare 4. & anco $-\frac{1}{4}$. (auuenimeto trouato con l'eccesso 59.) da 9. che resterà 5. & poi $4\frac{1}{4}$. quato à cauare il solo $-\frac{1}{4}$. (auuenimeto trouato con l'eccesso 3.) da 5. cioè in ciascun modo ne resulterà $4\frac{1}{4}$. & questo $4\frac{1}{4}$. farà la C, R eccedete del 22. proposto. più propinqua di ciascuna delle due adoperate. Et perche di sopra, quando pigliando $2\frac{1}{2}$ A, per R eccedente di 5. noi per trouare vn'altra eccedente più propinqua, seruendoci in ciò di B $2\frac{1}{2}$. maggiore della A, dimostrarremo, che l'eccesso $-\frac{1}{4}$. $-\frac{1}{4}$. $-\frac{1}{4}$. $-\frac{1}{4}$. $-\frac{1}{4}$. del quadrato della R eccedente

dente $C = \frac{A+B}{2}$ più propinqua, che si trouò, era sempre il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che ciascuna delle A, & B, supera la C; Et hora si è mostrato, che quando (scambievolmente in vn'altra operatione (per trouare la C, & eccedente più propinqua del medesimo numero proposto, mediante le due A, & B,) la A, sia la maggiore delle due radici A, & B, & la B, sia la minore; ne seguirà pure, che la C, qual trouaremo sarà la istessa, che la trouata nell'operatione antecedente, Conosciamo benissimo, che si può ancora similmente dire, trouando la C, quando la B, sia minore della A, che l'eccesso del quadrato della C, è sempre il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono dalla C, alle due A, & B, giunte insieme, & adoprare à trouare essa C.

Se hora noi, ponendo insieme le regole, & considerationi fatte nel trouare le & scarfe, & le eccedenti delli numeri proposti, vorremo farne vna raccolta generale, dando Regola vniversale alla inuentione continua delle radici scarfe, & eccedenti propinque delli numeri proposti, potremo dire.

Data vna & scarfa d'vn numero proposto, Per trouare vn'altra radice scarfa più propinqua. Giogasi la data con vna & eccedente qual si vogli (che quanto più essa & eccedente sarà vicino al vero, cioè di quanto manco il suo quadrato eccederà il numero proposto, tanto più propinqua sarà la radice scarfa, che trouaremo) & con la somma di queste due radici, scarfa, & eccedente, si parta la scarfezza della data, cioè il numero, in che manca il quadrato della data ad arriuar al numero proposto, & l'aumento si gionga alla & scarfa data, che la somma sarà & scarfa più propinqua della data, Et la scarfezza del quadrato d'essa sarà quel numero, che nasce à moltiplicare la differenza, che è da questa & scarfa trouata, alla & scarfa data, via la differenza, che è dalla medesima & scarfa trouata alla & eccedente adoprata. Et con questo istesso modo si troueranno quant'altre & scarfe più propinque si vorrà.

Ancora.

Data vna & scarfa d'vn numero proposto, Per trouare vna & eccedente propinqua. Giogasi la & scarfa data con se stessa (che sarà quanto doppiarla) ò con vn'altra & scarfa à beneplacito (che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella & eccedente da trouarsi) & con la somma si parta la scarfezza del quadrato della data, & l'aumento si gionga alla & scarfa data, che la somma sarà & eccedente del numero proposto. Et l'eccesso del quadrato d'essa sarà quel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono fra la radice eccedente trouata, & le due & scarfe giunte insieme, & adoprare per trouare essa radice eccedente.

Ancora.

Data vna & eccedente d'vn numero proposto, Per trouare vn'altra eccedente più propinqua. Giogasi la data con se stessa (che sarà quanto doppiarla) ò con vn'altra & eccedente à beneplacito (che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella & eccedente da trouarsi) & con la somma si parta l'eccesso del quadrato della data, & l'aumento si caui dalla & eccedente data, che il restante sarà & eccedente più propinqua della data. Et l'eccesso del quadrato di questa & trouata sarà il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa & eccedente trouata alle due & eccedenti giunte insieme, & adoprare à trouare questa. Et con questo istesso modo si troueranno quant'altre & eccedenti più propinque si vorranno.

Ancora.

Data vna & eccedente d'vn numero proposto, Per trouare vna & scarfa propinqua. Giogasi la & eccedente data con vna & scarfa qual si vogli (che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella & scarfa da trouarsi) & con la somma si parta l'eccesso del quadrato della data, & l'aumento si caui dalla & eccedente data, che il restante sarà & scarfa del numero proposto. Et la scarfezza del quadrato d'essa sarà il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa & scarfa trouata alle due radici, eccedente, & scarfa, giunte insieme, & adoprare à trouare questa & scarfa.

Esempij.

Data la radice scarfa di 23. proposto, si vuol trouare vn'altra radice scarfa più propinqua.

La data scarfa è

Eccedente à beneplacito da giongerli 4

La somma, con la quale si parte è 27. 6. scarfezza del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{2}{3}$. da giungere alla data, & fa 4 $\frac{2}{3}$. che è & scarfa più propinqua.

La scarfezza del suo quadrato (23 $\frac{2}{3}$.) è $\frac{1}{3}$. prodotto da $\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$. differenza d'essa 4 $\frac{2}{3}$. à 4. & à 5. radici adoprare.

K

Ancora.

Ancora.⁴

DATA $4\frac{1}{2}$. radice (carfa di 22. proposto, si vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La darsca fcarfa è $4\frac{1}{2}$
 Scarfa a benepiacito da giongerli 4

$$\text{via } 4\frac{1}{2} \frac{2}{9}$$

La somma, con la quale si parte è $8\frac{1}{2}$: $\frac{1}{2}$, scarsezza del quad. della
dara da partire.

Ne viene $\frac{7}{4}$. da giungere alla data $4\frac{1}{2}$. & fa $4\frac{1}{4}$. che è B. eccedente più propinqua.

Il suo quadrato $32\frac{1}{2}\frac{3}{4}$, eccede in $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$, prodotto da $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$, via $\frac{1}{7}\frac{3}{4}$, differenze d'effa $4\frac{1}{4}\frac{3}{4}$.
 & 4. radici adoprare.

Owego

Data 4. radice scarfa di 22. proposto, si vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La dars farsa è 4
 Scarfa à beneplaciro da giongerli 4 f

La somma, con la quale si parte è $8\frac{1}{2}$ 6. (carrezza del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{3}$, da giungere alla data 4, & fa mede(mamète $4\frac{1}{3}$, per la π eccedete propinqua.

Il suo quadrato $22\frac{2}{3}\frac{2}{3}$, eccede in $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$, prodotto medefimamente da $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$, via $\frac{3}{17}\frac{2}{3}$, differenze d'elfa $4\frac{1}{3}\frac{2}{3}$, & 4, & $4\frac{1}{3}$, radici adoperate.

Anchor.

Data 4 $\frac{1}{2}$, radice eccedente di 33. proposto, si vuol trouare vn'altra $\frac{1}{2}$ eccedente più propinqua.

La darsa eccedente è 4 1/2
Eccedente a beneplacito da giungerli 5

Moltiplichisi in (c) stessa $4 \frac{34}{40}$

La somma, con la quale si parte è	9 $\frac{9}{10}$	$\times \frac{1}{2} \frac{1}{10}$	ecceſſo del quad. della data da part.	272
	49	36	ne viene $\frac{7}{10} \frac{9}{10}$, da cauare dalla data	27
	5	25	4 $\frac{9}{10}$, & reſta $4 \frac{7}{10} \frac{9}{10}$, cioè $4 \frac{1}{10}$, che è	1323
	1	1	l'ecceſſo più propinqua.	1116

Il suo quad. $22 \frac{7}{9}$, eccede il 22. pposto in $\frac{7}{9}$, ridotto da $\frac{1}{9}$ (cioè $\frac{5}{9}$)
 & $\frac{1}{9}$ differenze d'essa $4 \frac{1}{9}$, 5 , $4 \frac{1}{9}$ & 5 , radici adoperate.

& $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. differenze d'effa $4\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. $2\frac{1}{3}$ $4\frac{1}{3}$. & 5. radici adoperate.

Ouezo,

Data 5. R. eccedente di 22. proposto, si vuol trouare vn'altra g. eccedēte più propinqua.

La data eccedente è 5
Eccedente al beneplacito da giungerli 42

La somma, con la quale si parte è 9°) 3. eccetto del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{4} \frac{5}{8}$, da cauare dalla data 5. & resta $4 \frac{1}{4} \frac{3}{8}$, medefimamēte per la R. ecced. propinqua.

Il suo quadrato $\pm 2 \frac{7}{10} \frac{8}{1}$, eccede in $\frac{1}{10} \frac{7}{10} \frac{8}{1}$, prodotto medefmamente da $\frac{1}{10} \frac{8}{1}$, & $\frac{5}{19} \frac{8}{1}$, differenze d'ella $4 \frac{1}{10} \frac{8}{1}$, à 5, & $4 \frac{8}{1}$, radici adoperate,

Ancona.

DATA 5. radice eccedente di 22. proposto, si vuol trouare vna radice (caris propinqua.

La dars eccedente è 5
Scarfa à beneplacito da giongerli a

La somma, con la quale si parte è 9) 3. eccesso del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{4}$. da cavare dalla data 5. & resta $4\frac{3}{4}$. che è la scarfa propinqua.

La scarfezza del suo quadrato a $\frac{1}{4}$, è $\frac{1}{4}$, prodotto da $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{4}$, differenza d'effa $4\frac{1}{4}$, di 5, & di 4-
radici adoprare.

Però.

Data vna g (carla d'un numero proposto, giougendoli vna eccedente. Ouero conuersamente:

Data vna β eccedente, giorggendoli vna β scarfa, &c. Si troua vna γ scarfa più propinqua.

Data vna R (carla d'vn numero proposto, giogendoli vna R Carla. Ouero.

Data vna R eccedente, giougendoli vna R eccedete, &c. Si troua vna R ecced. più propinqua.

Alcuni auuertimenti nel pigliare la Radice quadrata propinqua delli numeri non quadrati.

V Olendo la x poniamo di 98. che con le regole ordinarie si diria essere alquanto manco di $9\frac{1}{2}$. (ouero alquanto più di $9\frac{1}{2}$.) noi potiamo prima pigliare per x il 9. & vn rotto, & sia $9\frac{1}{2}$. che il suo quadrato è $85\frac{1}{4}$. onde fino à 98. resta $12\frac{3}{4}$. & questo sia numeratore d'un rotto, essendo denominatore il doppio del $9\frac{1}{2}$. (preso per intero, & in luogo d'intero della x) cioè $18\frac{1}{2}$. & haueremo $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. per rotto, della x , essendo l'intero, ò pigliando in vece d'intero il $9\frac{1}{2}$. detto; onde la x totale farà $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. cioè $9\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. & questa sarà più propinqua x eccedente di 98. che il $9\frac{1}{2}$. poiche il quadrato di $9\frac{1}{2}$. supera il 98. nel quadrato di $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. (rotto accompagnato al suo intero 9.) Et il quadrato di $9\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. supera il 98. nel quadrato di $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. (rotto accompagnato al suo intero $9\frac{1}{2}$.) qual quadrato di $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. è minore del quadrato di $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. perche questo rotto $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. è minore di $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. hauendo egli minor numeratore di 17. & ancora maggior denominatore di 18. Che di dui rotti dati hauend'essi denominatori eguali minore è quello, che hauerà minor numeratore, come per esemplo di $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. minore è il $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Et hauendo li rotti dati, numeratori eguali, minore è quello, che hà maggior denominatore, come per esemplo di $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. minore è il $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. Onde se l'vno delli dui rotti hauerà non solo minor numeratore, ma ancora habbi maggior denominatore dell'altro, tanto maggior: mentre si conoscerà egli essere minore dell'altro. Et se per prima parte, ò in luogo dell'intero della x di 98. pigliaremo $9\frac{1}{2}$. maggiore di $9\frac{1}{2}$. che allhora il rotto verrà ad essere $\frac{10\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. & però la x totale sarà $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}\frac{10\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire $9\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. questa sarà x eccedente di 98. ancor più propinqua di $9\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. perche il rotto $\frac{10\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. & però il suo quadrato, nel quale il quadrato di quest'ultima x superà il 98. è minore del rotto $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. & però del suo quadrato, nel quale il quadrato di detta x antecedente supera il 98. proposto. Et pigliando $9\frac{1}{2}$. maggiore di $9\frac{1}{2}$. che così haueremo $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. cioè $9\frac{1}{2}\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. questa farà ancor più propinqua x del 98. perche il suo rotto $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. (& però il quadrato d'esso rotto, che mostra l'eccesso del quadrato della x) è minore del rotto di ciascuna delle x antecedenti. Et pigliando $9\frac{3}{4}$. che così haueremo $9\frac{3}{4}$. & $\frac{4\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{3}{4}\frac{4\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. questa per la medesima causa farà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{1}{2}$. che così haueremo $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{1}{2}}{17\frac{1}{2}}$. questa farà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{5}{8}$. che così haueremo $9\frac{5}{8}$. & $\frac{1\frac{1}{2}}{17\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{5}{8}\frac{1\frac{1}{2}}{17\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{5}{8}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. questa farà ancor più propinqua. Et se pigliassimo $9\frac{1}{2}$. di questo il quadrato sarà $97\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. cioè $98\frac{1}{4}$. che eccede il 98. proposto, però esso $9\frac{1}{2}$. dà se è x eccedente, & non si può in questo caso adoprare al nostro proposito. Onde vediamo, che facilmente giouendo al 9. vn rotto tale, che il quadrato del composto sia vicino al 98. ma minore, però d'esso 98. & col restante fino al 98. formare il numeratore d'un rotto, che habbi per denominatore il doppio della prima parte, che ci ferne, ò si piglia in luogo d'intero della x i questi dui, rotto, & intero, posti insieme, formeranno subito vn numero, ò x eccedente, il quadrato del quale farà molto vicino al 98. che lo supererà sempre, solo nel quadrato del rotto formato.

Et nel trouare la x scarfa delli numeri non quadrati, potiamo ancora usare l'istesso modo, formando però il denominatore del rotto, con il doppio

Di 98. $9\frac{1}{2}$. è preso per l'intero della x , & il rotto farà $\frac{12\frac{3}{4}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$. quale manca ad arriuare alla vnità intera in $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. però moltiplicato $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. via $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. che fa $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{4}\frac{1}{4}$. & questo manca al quadrato della totale x scarfa $9\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. per arriuare al 98.

Quadrati 9 $\frac{377}{312}$.
4986
15
306
15
312
95472
76729
172301
97304
74857
fa 97 97344
cioè 22487
97344
manco di 98.

Tutte le seguenti sono radici scarfe di 98. trouate nell'istesso modo, il quadrato delle quali è in ciascuna scarfo nel numero, che nasce a moltiplicare il rotto, & seconda parte d'esse, per la differenza d'esso rotto alla vnità intiera.

$$9\frac{1}{2} \cdot \& \frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}} \cdot \text{cioè } \frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}} \cdot \text{che fa } 9\frac{1}{2} \cdot \frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$$

$$9\frac{1}{3} \cdot \& \frac{3\frac{1}{3}}{20\frac{1}{3}} \cdot \text{cioè } \frac{3\frac{1}{3}}{20\frac{1}{3}} \cdot \text{che fa } 9\frac{1}{3} \cdot \frac{3\frac{1}{3}}{20\frac{1}{3}}$$

$$9\frac{1}{4} \cdot \& \frac{4\frac{1}{4}}{20\frac{1}{4}} \cdot \text{cioè } \frac{4\frac{1}{4}}{20\frac{1}{4}} \cdot \text{che fa } 9\frac{1}{4} \cdot \frac{4\frac{1}{4}}{20\frac{1}{4}}$$

$$9\frac{1}{5} \cdot \& \frac{5\frac{1}{5}}{20\frac{1}{5}} \cdot \text{cioè } \frac{5\frac{1}{5}}{20\frac{1}{5}} \cdot \text{che fa } 9\frac{1}{5} \cdot \frac{5\frac{1}{5}}{20\frac{1}{5}}$$

$$9\frac{1}{6} \cdot \& \frac{6\frac{1}{6}}{20\frac{1}{6}} \cdot \text{cioè } \frac{6\frac{1}{6}}{20\frac{1}{6}} \cdot \text{che fa } 9\frac{1}{6} \cdot \frac{6\frac{1}{6}}{20\frac{1}{6}}$$

il rotto faria $\frac{7\frac{1}{2}}{20\frac{1}{2}}$ · cioè $\frac{7\frac{1}{2}}{20\frac{1}{2}}$ · che è differente dalla vnità intiera in $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · il prodotto de' quali è $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · che è la scarfezza del quadrato della π totale $9\frac{1}{2}$ · Et pigliando per prima parte

della π $9\frac{1}{2}$ il rotto faria $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · cioè $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · che è differente dalla vnità intiera

in $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · & il loro prodotto è $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · che è la scarfezza del quadrato di questa radice $9\frac{1}{2}$ ·

Ma qui è da auuertire, che nel pigliare queste π scarfe in questo modo per ordine, 1519

elle nõ sono di mano in mano più propinque fra loro, ne più propinque continua- 6400 · si riduca a 97344 · efimi.

mente della prima radice $9\frac{1}{2}$ · ordinaria: 1344 84

Che queste radici scarfe non seruanò l'ordi- 1519

dine delle radici eccedenti, Adzi fra que- 21785 6076

ste radici scarfe prese per ordine, cioè ac- 1275 96 12552

crescendo sempre a beneplacito il numero, 100 127596

che si piglia per intero, & prima parte della π , vediamo, che solo quest'ultima $9\frac{1}{2}$ · faranno 24060 24

& $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · cioè $9\frac{1}{2}$ · è più propinqua della 25

ordinaria $9\frac{1}{2}$ · (il quadrato della quale non è scarfo in $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ ·) & di ciascuna delle due sopradette $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · Et $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · Che di queste due $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · Et $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · non è però, che la $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · che ha per prima parte $9\frac{1}{2}$ · maggior quan- 24060 24

tità di $9\frac{1}{2}$ · prima parte dell'altra sia più propinqua di detta $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ ·

anzi ella è manco propinqua, cioè più scarfa, perche $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · scarfezza del suo quadrato è

maggiore di $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · scarfezza del quadrato di detta $9\frac{1}{2}$ · con $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · Che $\frac{1}{20\frac{1}{2}}$ · ridotto

a 7344 · efimi, farà 24060 24 · Et per conoscere la causa di questa loro maggiore, & minor

propinquità al vero, bisogna auuertire, che.

Se la vnità, & qual si vogli quantità A, sia diuisa per mezzo, cioè in due parti eguali, & ancora

sia diuisa in due parti ineguali B, & C, Tanto è il quadrato della metà della quantità A, quan- 24060 24

conosce di quì. Il moltiplicare 5. via 5. è quanto moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D, perche 2 B, & 3 D, compongono 5. mità della A; però tanto risulta a dire, moltiplichisi 5. via 5. quanto risulta a moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D, & sommare i dui prodotti 10. & 15. insieme. Ancora a moltiplicare 5. via 3 D, risulta tanto, quanto (diuidendosi il 5. in 2. eguale a B, & in 3. eguale a D, dai quali 2. & 3. è composto il 5.) a moltiplicare 2 B, via 3 D; & 3 D, via 3 D, (cioè D, in se medesimo) & giungere questi dui prodotti insieme. Onde perciò si può dire, che il moltiplicare 5. via 5. risulta tanto, quanto a moltiplicare 5. via 2 B, & a B, via 3 D; & 3 D, in se stesso, & sommare insieme questi tre prodotti, ò vogliamo dire questi dui prodotti, & il quadrato detto di D. Questo inteso, & serbato in mente, considereremo hora, che a moltiplicare 2 B, via 8 C, risulta tanto, quanto se diuidendosi 8 C, in 5. mità dell'A, & in 3 D; si moltiplichi 5. via 2 B, & 3 D, via 2 B. Onde veniamo a conoscere, che il prodotto delle parti ineguali 2 & 8. è eguale alli prodotti di 5. via 2. & 3. via 2. giunti insieme. Et di sopra vedemmo, che il quadrato di 5. mità della quantità A, è eguale alli prodotti di 5. via 2 B, & di 3 D, via 2 B, (che sono li medesimi dui prodotti detti di sopra) & al quadrato di 3 D, giunti insieme; però conosciamo, che il quadrato di 5. supera il prodotto di 8 C, via 2 B, nel quadrato di 3 D, onde è chiaro, che quando vna quantità data è diuisa in due parti eguali, & in due parti ineguali, il prodotto delle due parti ineguali è sempre minore del quadrato della mità della quantità data; Et perche quanto maggiore è questa differenza (cioè quanto più ciascuna delle parti ineguali è minore della mità della quantità data) tanto maggiore ancora è il quadrato d'essa differenza, & consequentemente tanto meno viene a d'essere il prodotto delle parti ineguali (il qual prodotto è sempre quello, che rimane a cavare il quadrato di detta differenza D, dal quadrato della mità della quantità data) conosciamo ancora, che quanto più qual si voglia delle due parti ineguali è distante, ò differente dalla mità della quantità data, tanto è minore il prodotto d'esse parti ineguali moltiplicate fra loro.

Hora applicando questo alla consideratione della propinquità delle radici scarfe, trouare nel modo sopradetto, verremo a conoscere, che essendo la scarfezza del quadrato di ciascuna diloro tanto, quanto importa a moltiplicare il rotto della R, via la differenza, ò restante d'essa alla vnità intera, esso restante, & rotto della R vengono ad essere le due parti della vnità, quali dai parti, quanto più saranno distanti dalla mità della vnità, cioè da $\frac{1}{2}$, tanto minore sarà il prodotto loro; che quando ciascuna d'esse parti fusse $\frac{1}{2}$, a punto, cioè la mità della vnità, allhora il loro prodotto, che sarà $\frac{1}{4}$, sarà il maggiore, che possa occorrere, & perche questo prodotto è sempre la scarfezza del quadrato della R, vediamo, che sempre, che il rotto d'essa è $\frac{1}{2}$, & che perciò il restate fino alla vnità, ò vogliamo dire l'altra parte della vnità è medesimamente $\frac{1}{2}$, cioè che la vnità viene ad essere diuisa in due parti eguali, il prodotto del quale $\frac{1}{2}$, via $\frac{1}{2}$, cioè $\frac{1}{4}$, è il maggiore, che possa farsi dalle due parti, in che si diuide scella vnità, vediamo, dico, che allhora, quando il rotto della R scarfa è $\frac{1}{2}$, il quadrato d'essa R è scarfo $\frac{1}{4}$, & è la maggior scarfezza, che in esse possa auuenire; & quando occorre, che il rotto della R sia molto distante dall' $\frac{1}{2}$, ò auuicinandosi al niente, ò alla intera vnità, che così ancora l'altra parte, ò restante della vnità sarà ancor'ella medesimamente molto distante dall' $\frac{1}{2}$, auuicinandosi all'intera vnità, ò al niente, allhora il prodotto loro verrà a d'essere molto piccolo, cioè molto minore dell' $\frac{1}{4}$, sopradetto, & però la scarfezza della R sarà molto piccola, & consequentemente ella sarà molto propinqua al vero.

2. Questo modo nel pigliare le radici scarfe propinque non appare molto commodo, perche non potiamo molto facilmente conoscere la scarfezza del quadrato del numero misto d'intero, e rotto, che si piglia per intero, ò prima parte della R, se però ella non è composta d'intero, & d' $\frac{1}{2}$. Che delli numeri simili subito si conosce il quadrato (poche poniamo di 13 $\frac{1}{2}$, il quadrato si compone da 13. via 13. & da 13. via $\frac{1}{2}$, due volte, cioè da 1. volta 13. & da 2. via $\frac{1}{2}$, onde sarà il composto di 169. 13. & $\frac{1}{4}$, cioè 182 $\frac{1}{4}$, che è quanto moltiplicare il 13. intero, & via 1. più di lui, cioè via 14. & al prodotto 182. giungere $\frac{1}{4}$, quadrato del rotto $\frac{1}{2}$, che fa 182 $\frac{1}{4}$. Et così occorre negli numeri misti d'intero, e del rotto $\frac{1}{2}$) Et oltre di ciò non siamo poi sicuri come haueremo trouato la R; in questo modo, che ella sia più propinqua della ordinaria, cioè se il rotto, che si trouasse sarà più differente da $\frac{1}{2}$, di quello, che sarà l'ordinario semplicemente, e cecetto che quando l'ordinario fusse $\frac{1}{2}$, che allhora preso per l'intero, ò prima parte della R vn numero misto a beneplacito, sapremo che il rotto, ò seconda parte d'essa R, che si trouasse non potrà arriuare a detto $\frac{1}{2}$.

Che dicendosi. Trouisi la R scarfa di 12 $\frac{1}{2}$, ella al modo ordinario sarà 3 $\frac{3}{4}$, cioè 3 $\frac{3}{4}$, & però il suo quadrato eccederebbe il $\frac{1}{4}$, proposto in $\frac{1}{4}$, prodotto da $\frac{1}{2}$, rotto della R, via $\frac{1}{2}$, che li manca a arriuare all'vnità intera, & questa è la maggior scarfezza, che possa occorrere. Onde se vorremo usare il modo sopradetto, hora troueremo vna R più propinqua dell'ordinaria; che

Di 12 r. la R scarfa sia $3\frac{9}{10}$ & $\frac{3}{10}$, cioè $3\frac{9}{10}$. Moltiplichi $3\frac{1661}{3160}$ in se.

$$\begin{array}{r}
 3\frac{9}{10} \& \frac{3}{10} \text{ che è } 3\frac{1661}{3160} \\
 3\frac{9}{10} \& \frac{3}{10} \text{ che è } 3\frac{1661}{3160} \\
 \hline
 339 \text{ via } 3160 \quad 2921 \quad 26289 \\
 3160 \quad 67183 \quad 151680 \\
 \hline
 \text{fà } 698119 \quad 2758921 \\
 9985600 \quad 4294681 \\
 \hline
 \text{che è la scarfezza del quadra-} \text{fà } 13 \quad 9985600 \\
 \text{to della R.} \quad 4992800 \\
 \hline
 \text{māca} \quad 698119 \\
 \hline
 9985600
 \end{array}$$

che ponendo l'intero, ò prima parte poniamo $3\frac{1}{2}$. (che il suo quadrato è $11\frac{1}{4}$.) la seconda parte, ò rotto della R sarà $3\frac{1}{2}$. cioè $3\frac{1}{2}$. & la R totale verrà ad essere $3\frac{1}{2}$. il quadrato della quale sarà scarfo solo in $3\frac{1}{2}$. prodotto da $3\frac{1}{2}$. rotto della R, via $3\frac{1}{2}$. residuo d'essa alla vnità intera. Et in questi casi se piglieremo per intero, ò prima parte della R quantirà maggiore, cioè che più s'accosti col suo rotto ad $\frac{1}{2}$. noi verremo à trouare R ancor più propinqua, petche il rotto, ò seconda parte della R sarà tanto più minore, ò differente dalla $\frac{1}{2}$. vnità, & però moltiplica-

to via la differenza d'esso alla vnità intera, il prodotto (che è la scarfezza del quadrato della R) sarà tanto minore. Onde hora del $12\frac{1}{2}$. proposto preso per prima parte della R scarfa $3\frac{1}{2}$. (che il quadrato è $11\frac{1}{4}$.) la seconda parte, ò rotto della R sarà $3\frac{1}{2}$. cioè $3\frac{1}{2}$. & però la R totale sarà $3\frac{1}{2}$. il quadrato della quale sarà scarfo solo nel prodotto di $3\frac{1}{2}$. rotto della R, via $3\frac{1}{2}$. residuo d'esso alla vnità intera, qual prodotto è $3\frac{1}{2}$. che è scarfezza minore della antecedente, onde questa R $3\frac{1}{2}$. è più propinqua della antecedente, come conosciamo douere suuenire.

Dicendosi. Trouisi la R scarfa di $56\frac{1}{2}$. al modo ordinario ella sarà $7\frac{7}{15}$. cioè $7\frac{7}{15}$. il quadrato della quale ($56\frac{1}{2}$) manca d' $\frac{1}{2}$. per arriuare al $56\frac{1}{2}$. Hora considerisi l'ordine delle R scarfe, così rotte dalli sottoscritti numeri, che sono fra li dui prossimi numeri quadrati interi 49. & 64. che si conoscerà l'ordine delle scarfezze delli quadrati d'esse.

50	51	52	53	54	55	56	56½	57	58	59	60
$7\frac{1}{15}$	$7\frac{2}{15}$	$7\frac{3}{15}$	$7\frac{4}{15}$	$7\frac{5}{15}$	$7\frac{6}{15}$	$7\frac{7}{15}$	$7\frac{7\frac{1}{2}}{15}$	$7\frac{8}{15}$	$7\frac{9}{15}$	$7\frac{10}{15}$	$7\frac{11}{15}$
d. 14	13	12	11	10	9	8	$7\frac{1}{2}$	7	6	5	4
n. 1	2	3	4	5	6	7	$7\frac{7}{2}$	8	9	10	11
S. 14. è	36	36	44	50	54	56	$56\frac{1}{2}$	56	54	50	44

numerat. della scarfezza del $\frac{1}{2}$ della R. Il denominat. commune à tutti questi numerat. è 225. quadrato del 15. denominat. del rotto di ciascuna delle superiori radici.

61	62	63
$7\frac{12}{15}$	$7\frac{13}{15}$	$7\frac{14}{15}$
3	2	1
$\frac{12}{36}$	$\frac{13}{26}$	$\frac{14}{14}$

Il numeratore S, del rotto del mancamento del quadrato delle radici, nasce à moltiplicare il numeratore n, del rotto della R, via la differenza d, che è da detto numeratore al suo denominatore, onde questa differenza, & numeratore producono il numeratore, però quanr più essi d, & n, sono differenti fra loro, tanto minore è l'S, numeratore della scarfezza, ò mancamento, perche tanto minore è il prodotto di d, & n, che quanto più le due parti del 15. total: sono differenti da $7\frac{1}{2}$. mità d'esso 15. tanto minore è il prodotto di dette due parti, & quando esse due parti del 15. sono eguali fra loro, cioè arriuano, ò non eccedono la mità del 15. totale, essendo ciascuna d'esse $7\frac{1}{2}$. allhora il prodotto loro è il maggiore, che possa farsi, & perche allhora il rotto della R sarà $7\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. & il quadrato del numeratore, mità del denominatore, sarà l' $\frac{1}{2}$. del quadrato del denominatore, & però il rotto della scarfezza sarà $\frac{1}{2}$. ne segue, che con questa regola la scarfezza non possa mai essere più d' $\frac{1}{2}$. che poi andando dal $56\frac{1}{2}$. al 63. viene à sminnire la scarfezza del quadrato delle radici, con quell'ordine, che è venuta crescendo dal 50. al $56\frac{1}{2}$. però conosciamo, che dal 7. al $7\frac{1}{2}$. di radice, la scarfezza vien sempre crescendo, & dal $7\frac{1}{2}$. all'8. ella vien sempre sminuendo. Che essendo il rotto della R minore d' $\frac{1}{2}$. quanto egli è più piccolo, cioè è quanto più il numeratore è differente dal comun denominatore,

toze, tanto più la g farà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento. Et essendo il rotto della g maggiore d' $\frac{1}{2}$, similmente quanto maggiore egli sarà, cioè quanto meno il numeratore sia differente dal commun denominatore, tanto più la g farà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento.

Auvertimenti circa alli dui modi del pigliare la radice quadrata delli numeri non quadrati, de' quali l'vno dà radice propinqua maggior del douere, Et l'altro dà radice propinqua minore del douere.

Q Vando in ciascuno delli dui modi il rotto della g è $\frac{1}{2}$. l'vn modo, & lo chiameremo il primo, fà il quadrato della g eccedente $\frac{1}{4}$, più del douere, Et l'altro modo, che lo chiameremo il secondo, fà il quadrato della g scarfa $\frac{1}{4}$, manco del douere.

Quando in ciascuno delli dui modi il rotto è minore d' $\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della g eccedente manco d' $\frac{1}{4}$, più del douere, Et il secondo modo fà il quadrato della radice scarfa, manco d' $\frac{1}{4}$, manco del douere.

Primo modo.
La g eccedente di 30. è $5\frac{5}{6}$. cioè $5\frac{1}{2}$. Il quadrato è $30\frac{5}{6}$. che è $\frac{5}{6}$. più del douere.

La g eccedente di 40. è $6\frac{2}{3}$. cioè $6\frac{1}{2}$. Il quadrato è $40\frac{2}{3}$. che è solo $\frac{2}{3}$. più del douere.

La g eccedente di 45. è $6\frac{3}{4}$. cioè $6\frac{3}{4}$. Il quadrato è $45\frac{9}{8}$. cioè $7\frac{1}{8}$. più del douere.

Secondo modo.
La g scarfa di 30. è $4\frac{4}{6}$. cioè $4\frac{2}{3}$. Il quadrato è $20\frac{2}{3}$. che è $\frac{2}{3}$. manco del douere.

La g scarfa di 39. è $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Il quadrato è $18\frac{1}{2}$. cioè solo $\frac{1}{2}$. manco del douere.

La g scarfa di 32. è $4\frac{6}{8}$. cioè $4\frac{3}{4}$. Il quadrato è $12\frac{9}{4}$. cioè $7\frac{1}{4}$. manco del douere.

questo manco del douere della scarfa, che il più del douere della eccedente, & però più propinqua è la g eccedente, che non è la scarfa, poiche il quadrato della eccedente supererà il vero in quantità più piccola, che non è quello, in che il quadrato della scarfa è minore del vero; Et quanto minore d' $\frac{1}{2}$, sarà il rotto

della g , tanto più propinqua sarà la g presa al primo modo, cioè la eccedente; Che d'vn rotto minore d' $\frac{1}{2}$, poniamo di $\frac{1}{3}$, minore è il suo quadrato (che nasce à moltiplicare esso $\frac{1}{3}$, via $\frac{1}{3}$, rotto, che hà per numeratore il medesimo 3.) che non è il prodotto, che nasce à moltiplicare esso rotto $\frac{1}{3}$, via il residuo $\frac{2}{3}$, d'esso alla vnità, qual residuo hà per numerat. numero maggiore, che non è il numeratore d'esso rotto, poiche il numeratore del residuo detto contiene il numeratore d'esso rotto, & tanto di più, quanto è il doppio della differenza, che si troua fra il numeratore d'esso rotto, & la metà del denominatore, onde minore sarà il numerat. del quadrato del $\frac{1}{3}$, che il numeratore del prodotto di $\frac{1}{3}$, via $\frac{2}{3}$, essendo denominatore di ciascun d'essi vn medesimo prodotto di 10. denominatore, via 10. denominatore.

Et quando in ciascuno delli dui modi il rotto è maggiore d' $\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della g eccedente più d' $\frac{1}{4}$, più del douere, & il secondo modo fà il quadrato della g scarfa manco d' $\frac{1}{4}$, manco del douere, & però più propinqua è la g presa al secondo modo, cioè la scarfa, che la g presa al primo modo, che è la eccedente; poiche il quadrato della eccedente s'allontana dal vero più d' $\frac{1}{4}$, ma il quadrato della scarfa s'allontana dal vero manco d' $\frac{1}{4}$. Et quanto più il rotto della g eccederà $\frac{1}{2}$, tanto più propinqua sarà la scarfa, che la eccedente.

Et notisi, che della g presa al secondo modo, il suo rotto mai può arrinare alla vnità, poiche il denominatore d'esso è sempre l'intera differenza; ò l'inciero numero, in che il quadrato dell'intero della g è differente dal quadrato dell'inciero maggiore subito seguente; & il numeratore del rotto non arriua mai à tal differenza, & però non arriua al denominatore. Che la

g di $2\frac{7}{8}$, per esempio è $4\frac{8}{8}$, che 9. denominatore è la differenza di 16. à 25. num. quadrato seguente, alla quale non può mai arriuaire l'8. numeratore. Ma della g presa al primo modo, il rotto può arriuaire alla vnità, & eccederla; perche essendo il denominatore la differenza manco 1. che si troua fra il quadrato dell'intero della g , & il quadrato dell'intero seguente, ne segue, che il numeratore sarà eguale al denominatore (& però il rotto sarà 1. vnità) sempre che il numero, di che si piglia la g è 1. manco di numero quadrato intero. Et quando esso numero, di che si piglia la g è manco d'1. manco di numero quadrato intero, allhora il numeratore sarà maggiore del denominatore, & però il rotto, ò quantità in forma di rotto, che egli mostrerà sarà più d'1. vnità; non potrà già passare la vnità in rotto, che hauendo l'istesso denominatore, habbi per numeratore 1; anai esso numeratore sarà sempre manco d'1. (perche il deno-

La $\frac{1}{2}$ di 24. è 4 $\frac{1}{2}$. cioè 4. & 1. cioè 5. Il quadrato è 25. che eccede il vero 24. nell'1. quadrato di $\frac{1}{2}$.

La $\frac{1}{2}$ di 24 $\frac{1}{2}$. è 4 $\frac{1}{4}$. cioè 4. & 1. & $\frac{1}{4}$. qual $\frac{1}{4}$. non arriva ad $\frac{1}{2}$. & è $\frac{3}{4}$. & però in tutto la radice è 5 $\frac{3}{4}$. che il quadrato è 26 $\frac{9}{16}$. quale eccede il vero 24 $\frac{1}{2}$. in 1 $\frac{9}{16}$. quadrato del rotto $\frac{9}{16}$.

il numeratore non può arrivare alla total differenza, che è dal quadrato

Moltiplichisi 5 $\frac{3}{4}$.
in se stesso 25

$\frac{1}{16}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{9}{16}$
fà 26 $\frac{9}{16}$

quasiene 24 $\frac{1}{2}$

51a

resta 1 $\frac{9}{16}$ eccesso

4096

eguale al quadrato di 5 $\frac{3}{4}$. cioè d'1 $\frac{9}{16}$.

Moltiplichisi 8 $\frac{1}{2}$. via 8 $\frac{1}{2}$

8) 78 49

64

8) 9 433

512

fà 1 945

4096

zo dell'intero della R. al quadrato del numero intero seguente) cioè il numeratore non può arrivare ad essere 1. più del denominatore, & però il quadrato della $\frac{1}{2}$ presa al primo modo non può mai eccedere il vero nel quadrato di $\frac{1}{2}$. cioè in 2 $\frac{1}{4}$. ma sempre l'eccesso farà manco di 2 $\frac{1}{4}$. poiche di 3 $\frac{1}{2}$. è altro numero, che non arrivi a 4. non può la radice arrivare ad 1 $\frac{1}{2}$. & però il rotto, o quantità in forma di rotto accompagnata all'intero della R. (che hora è 1.) non può arrivare ad 1 $\frac{1}{2}$. ne però il suo quadrato (che è l'eccesso) arrivarà a 2 $\frac{1}{4}$.

Avvertimento notabile nella estrazione delle radici, per formare subito un rotto, che accompagnato all'intero, formi quantità, il quadrato della quale sia minore del vero, ma à lui molto più propinquo, che formandolo al modo ordinario.

PEr pigliare la R. propinqua non eccedente il vero d'un numero proposto, poniamo di 19. l'intero è 4. & aianza 3. per numeratore del rotto, il denominatore del quale al primo modo faria 8. formàdo $\frac{3}{8}$. & al secondo modo faria 9. formàdo $\frac{1}{9}$. Ma noi formiamo al primo modo, che farà $\frac{1}{8}$. Hora, perche sappiamo, che 8. è denominatore più piccolo del dovere, & 9. è più grande del dovere; poniamolo fra 8. & 9. giungendo all'8. quel pezzo d'unità, che è mostrato dal $\frac{1}{8}$. formato al primo modo, cioè giungiamo $\frac{1}{8}$. & farà per denominatore 8 $\frac{1}{8}$. & il rotto allhora con il 4. intero, fà 4 $\frac{3}{8}$. (cioè 4 $\frac{3}{8}$.) & questo è $\frac{3}{8}$ del 19. minore del vero, più propinquo, che 4 $\frac{1}{2}$. Et lo conosciamo di qui. Perche il quadrato di questo 4 $\frac{3}{8}$. consta, cioè è composto di: il quadrato di 4. che è 16. (che sino al 19. proposto resta 3.) & delle due multiplicationi di 4. via 3 $\frac{3}{8}$. & del quadrato di 3 $\frac{3}{8}$. (e consideremo esse due multiplicationi, o prodotti d'esse, & il quadrato del rotto, conosceremo la somma loro non potere arrivare al 3. detto; Che se il rotto fusse $\frac{1}{8}$. le due multiplicationi, o prodotti fariano 3. interi, cioè 3 $\frac{3}{8}$. ma perche il rotto è minore di $\frac{1}{8}$. (poiche 8 $\frac{1}{8}$. denominatore è maggiore, che se fusse 8.) ne segue, che il doppio di 4. via 3 $\frac{3}{8}$. non possa arrivare a 3. interi, come fà il doppio di 4. via $\frac{1}{2}$.

Anzi, perche in vn modo si moltiplica 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intero, & il prodotto 24. si parte per 8. denominatore. Et nell'altro modo si moltiplica pure 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intero, ma il prodotto 24. si parte per 8 $\frac{1}{8}$. denominatore. Vediamo, che in quest'altro modo, accioche l'aumento fusse 3. vi viene a mancare il prodotto di 3. numeratore, via la differenza delli due denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. ad 8 $\frac{1}{8}$. qual differenza è $\frac{1}{8}$. (cioè essa differenza è sempre quanto faria il rotto $\frac{1}{8}$. eccedente il vero giunto al 4. intero, formàdo 4 $\frac{1}{8}$. al primo modo) onde moltiplicato 3. numeratore, via $\frac{1}{8}$. (rotto aggiunto al denominatore primiero 8.) che fà $\frac{3}{8}$. conosciamo questo $\frac{3}{8}$. mancare al 34. accioche la somma 24 $\frac{3}{8}$. partita per 8 $\frac{1}{8}$. denominatore ci desse per aumento 3. (restante di 16. al 19.) cioè conosciamo, che le due multiplicationi di 4. intero, via 3 $\frac{3}{8}$. rotto, non arrivano a 3. ma vi manca $\frac{3}{8}$. cioè $\frac{3}{8}$. efimo di 8 $\frac{1}{8}$. ò vogliamo dire 9. efimo del prodotto di 8. via 8 $\frac{1}{8}$. al che conosceremo non poter supplire, cioè non arrivare il quadrato del rotto 3 $\frac{3}{8}$. Considerando, che il quadrato del numeratore 3. è 9. & questo 9. è sempre eguale al 9. numeratore, che forma il $\frac{3}{8}$. nel $\frac{3}{8}$. (poiche 8 $\frac{1}{8}$.

(poiche ancora in esso il 9. nasce dal moltiplicare 3. numeratore di $\frac{9}{8}$. via il 3. à lui dal supposito eguale, che è numeratore del $\frac{3}{8}$. parte dell'8. denominatore totale del rotto da noi formato) & il quadrato del denominatore 8. è il prodotto di 8. via 8. però il quadrato d'esso rotto sarà 9. effimo d'8. via 8. & questo denominatore, cioè 8. via 3. è sempre maggiore del denominatore del 9. effimo d'8. via 8. quale è solo 8. via 8. (poiche l'uno 8. è sempre eguale à l'uno 8. ma l'altro 8. è sempre maggiore dell'altro 8.) Et perche stando fermo il numeratore, quando il deno-

minatore s'accresce, allhora il rotto si viene à sminuire, ne segue, che $\frac{9}{8}$. via $\frac{3}{8}$. sia minore, che $\frac{9}{8}$. però minore è il quadrato del rotto $\frac{3}{8}$. che non è il $\frac{9}{8}$. quale manca alle due moltiplicationi, ò prodotti già detti, per arriuare à 3. Onde conosciamo, che il quadrato di

$\frac{3}{8}$. non può arriuare à 19. ma vi manca tanto, quanto è la differenza di $\frac{9}{8}$. via $\frac{3}{8}$. à $\frac{9}{8}$. via $\frac{3}{8}$. & questa si troua ponendo per numeratore il prodotto, che nasce à moltiplicare 9. commune

numeratore (quadrato del 3. numeratore del $\frac{3}{8}$.) via la differenza delli dui denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. via 8. ad 8. via 8. ma questa è quanto $\frac{1}{4}$. (differenza d'8. ad 8. primi numeri, ò vogliamo dire rotto aggiunto all'8. per formare il denominatore) via $\frac{1}{4}$. (denominatore da noi formato) cioè quanto li $\frac{1}{4}$. d'8. che sono $\frac{3}{8}$. & però il numeratore verrà ad essere 9. via $\frac{3}{8}$. cioè $\frac{27}{8}$. Et il denominatore sarà il prodotto, che nasce à moltiplicare à dui denominatori fra loro, cioè 8. via 8. che è l'uno, via 8. via 8. che è l'altro. Per trouare dunque il numeratore, bisogna moltiplicare 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. via $\frac{3}{8}$. Et per trouare il denominatore, bisogna moltiplicare 8. via 8. via 8. via 8. però leuando 8. da ciascuna parte, il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. Et il denominatore moltiplicando 8. via 8. via 8. Ma moltiplicare per $\frac{3}{8}$. è quanto moltiplicare per 3. & partire per 8. però il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. & partendo per 8. Et il denominatore si trouarà moltiplicando 8. via 8. via 8. Et volendo nel numeratore leuare il partire per 8. bisogna nel denominatore moltiplicare conuersamente per l'istesso 8. Onde il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. Et il denominatore moltiplicando 8. via 8. via 8. Cioè il numeratore si trouarà cubando il 3. & il denominatore si trouarà moltiplicando il quadrato d'8. via il quadrato d'8. cioè 64. via $\frac{70}{8}$. ò vogliamo dire moltiplicando il prodotto d'8. via 8. in se stesso, cioè 67. via 67. che fa 4489. però haueremo $\frac{4489}{8}$. Il mancamento dunque (pigliando la $\frac{1}{8}$ in questo modo) si troua ponendo il cubato dell'auanzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore, ponendoui quel numero, che nasce à moltiplicare il quadrato del denominatore preso al primo modo, cioè il quadrato del doppio dell'intero della $\frac{1}{8}$, via il quadrato del denominatore, secondo questa regola formato. O vogliamo dire (che resulta l'istesso) di sotto alla riga per denominatore, ponendoui il quadrato del numero, che nasce à moltiplicare il doppio dell'intero della $\frac{1}{8}$, via il denominatore del rotto della $\frac{1}{8}$. secondo questa regola formato.

Ma se vorremo dar modo di trouare di quanto il quadrato della $\frac{1}{8}$ trouata sia minore del numero proposto da trouarne la $\frac{1}{8}$, qual modo sia conforme più che si può al modo, che si tiene formandosi il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intero (come se di 19. dicessimo ella essere $4\frac{1}{8}$. che per trouare il mancamento si moltiplica la differenza, che è da $\frac{1}{8}$. ad 1. intero, & è $\frac{7}{8}$. via esso rotto $\frac{1}{8}$. che fa $\frac{7}{8}$.) noi potremo dire. Scritto l'intero della $\frac{1}{8}$, & posto l'auanzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto il doppio dell'intero, veg-

La $\frac{1}{8}$ di 19. Saria $4\frac{1}{8}$. propinqua eccedente, Ma giungendo il rotto $\frac{1}{8}$. al denominatore 8. facciamolo essere $8\frac{1}{8}$. che così il rotto d'ora sarà $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{3}{8}$. Et la $\frac{1}{8}$ d'ora sarà $4\frac{3}{8}$. propinqua non ecced.

Però di 19. la $\frac{1}{8}$, diciamo essere $4\frac{3}{8}$. Trouisi il suo quadrato. Il quadrato dell'intero è 16. li dui resangoli, ò prodotti dall'intero 4. via il rotto, sono $\frac{3}{2}$. cioè non arriuano à 3. che bisognaria fussero $\frac{24}{8}$. però vi manca $\frac{3}{8}$. qual $\frac{3}{8}$. numeratore è 3. volte $\frac{1}{8}$. cioè è il prodotto, che nasce à moltiplicare 3. numeratore del rotto

pro-

$\frac{3}{8}$ via $\frac{1}{8}$ parte dell' $8\frac{1}{2}$ aggiunta; però il 9. del $\frac{3}{8}$. è sempre il quadrato del 3. primiero restante della $\frac{3}{8}$. ò numeratore principale del rotto della $\frac{3}{8}$; & l'8. del medesimo $\frac{3}{8}$. è sempre quella parte del denominat. che serue in esso per inciero. Et esso $\frac{3}{8}$ è quanto dire 9. (quadrato di 3 primiero restante) da partire per il prodotto d'8. che faria eccedere via $8\frac{1}{2}$. (di detto 8. maggiore) denominat. da noi

poi formato. Il quadrato del rotto $\frac{3}{8}$ è quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante da partire per il prodotto d'8 $\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. & però l'aumento sarà manco, che a partire il medesimo 9. (quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante) per il prodotto d'8. via $8\frac{1}{2}$. come accade nella quantità, che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare a 3. che per essere 8. manco d'8 $\frac{1}{2}$. minore è il prodotto di 8. via $8\frac{1}{2}$. che il prodotto di $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. cioè minore è 67. che $70\frac{3}{4}$. Onde partendo 9 per $70\frac{3}{4}$. ne verrà manco, che a partire 9. illesso per 67. cioè il $70\frac{3}{4}$. entra manco volte nel 9. che non vi entra il 67. (che quanto più un numero è grande, tante manco volte entra in un numero proposto) & però essendo la quantità, che nasce a partire 9. per $70\frac{3}{4}$. ($\frac{9}{70\frac{3}{4}}$ che mostra il quadrato del rotto $\frac{3}{8}$.) minore di quella, che nasce a partire 9. per 67.

& è $\frac{9}{67}$. che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare a 3. conosciamo, che più manca alli dui rettangoli, che non è il quadrato del rotto $\frac{3}{8}$. cioè il quadrato d'esso rotto non arriua a detto mancamento; però il quadrato della $\frac{3}{8}$ detta, cioè di

$\frac{3}{8}$. non arriuarà a 19. come si diceua voler mostrare. Anzi vi manca tanto, quato è da $\frac{9}{70\frac{3}{4}}$. quadrato del rotto a $\frac{9}{67}$. mancamento delli dui rettangoli, qual differenza di $\frac{9}{70\frac{3}{4}}$. a $\frac{9}{67}$. si trouarà moltiplicando $3\frac{3}{4}$. differenza delli denominatori, via 9. numeratore commune, che fa $9\frac{3}{4}$. cioè $10\frac{3}{4}$. Per numeratore, & sarà denominatore il prodotto delli dui denominatori $70\frac{3}{4}$. & 67. fra loro, che fa $4690\frac{3}{4}$. però haueremo $\frac{27\frac{3}{4}}{4690\frac{3}{4}}$. cioè $\frac{1}{175}$. che schifato per 67. è $\frac{1}{11675}$. che è la differenza cercata, & però è quello, che manca al quadrato di $4\frac{3}{8}$. per arriuare a 19.

$8\frac{1}{2}$. che formarà $\frac{3}{8}$. & di questo si caui il rotto nostro $\frac{3}{8}$. che resta $\frac{3}{8}$. col quale si moltiplichì il rotto nostro $\frac{3}{8}$. che farà $\frac{3}{8}$. via $8\frac{1}{2}$. per il mancamento cercato.

Et perche nel pigliare li $\frac{3}{8}$. d'8 $\frac{1}{2}$. delli quali poi s'hà da cauare 3. sappiamo, che quato all'8. solo, li suoi $\frac{1}{8}$. sono il medesimo 3. che s'hà da cauare, basterà pigliare li $\frac{1}{8}$. del $\frac{3}{8}$. che vi è oltre all'8. & sono $\frac{3}{8}$. & questa è la differenza, che si cerca; però haueremo da moltiplicarlo per il 3. numeratore, che fa $\frac{3}{8}$. per numeratore, & il denominatore sarà il quadrato d'8 $\frac{1}{2}$. che questa è la operatione, che si fa moltiplicando $\frac{3}{8}$. via $8\frac{1}{2}$. Onde si potria anco dire. Presi li $\frac{3}{8}$. del $\frac{3}{8}$. gionto all'8. cioè moltiplicato in se stesso il 8. gionto, & il prodotto moltiplicato per 3. numeratore. O vogliamo dire moltiplicato il quadrato del $\frac{3}{8}$. aggiunto per 3. numeratore, il prodotto si poni sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore vi si poni il quadrato

proposto da pigliarne la $\frac{3}{8}$. Et per trouare in quato egli è minore senza quadrare la $\frac{3}{8}$; noi del denominatore formato pigliaremo la istessa parte, che mostra il rotto gionto al doppio dell'inciero, & postolo, ò confideratolo per numeratore sopra ad vna riga, di sotto vi ponereemo il denominatore totale, poi con la differenza, che è dal nostro rotto a questo li moltiplichì il nostro rotto, che il prodotto sarà quello, in che il quadrato della $\frac{3}{8}$ sarà minore del numero proposto da pigliarne la $\frac{3}{8}$. Onde dicendo in questo modo la radice di 19. essere uò

$4\frac{1}{2}$. ma $4\frac{3}{8}$. pche habbiamo all'8. gionto non 1. inciero, cioè $\frac{3}{8}$. ma solo $\frac{1}{8}$. non si pigli vna volta il 9. denominatore, formando nouo numerat. che habbi per denominatore il medesimo 9. & faria $\frac{9}{8}$. da cauare il $\frac{1}{8}$. che resta $\frac{8}{8}$. & con questo moltiplicare il $\frac{1}{8}$. che faria $\frac{1}{8}$. per il mancamento; ma perche, dico, all'8. habbiamo gionto $\frac{1}{8}$. facendolo essere $8\frac{1}{8}$. pigliasi li medesmi $\frac{1}{8}$. di questo $8\frac{1}{8}$. che è $3\frac{1}{8}$. ponendolo per numeratore, & il denominatore sia il medesimo denominatore.

quadrato del nostro denominatore $8\frac{1}{2}$. che il rotto così formato sarà il mancamento cercato. Et ben si vede qual si vogli di questi modi di dire, & operare, hauere la deriuatione dal discorso già fatto di sopra, che perciò non ne dirò altro.

Et perche d'un rotto, o quantità posta in forma di rotto, stando fermo il numeratore, quanto più si accresce il denominatore, tanto più piccolo diuenta esso rotto, ne segue, che se nel pigliare la $\mathcal{R}$ di 19. al modo detto, che hauerà per intero 4. & per rotto $\frac{3}{8}$. & questo $4\frac{3}{8}$. è sempre minore del douere, ne segue, dico, che se all'8. dell'8 $\frac{1}{2}$. giungeremo rotto maggiore di $\frac{1}{8}$. come fariano $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{7}{8}$. o altro, allhora il denominatore sarà maggiore dell'8 $\frac{1}{2}$. & però il rotto, che giungeremo all'8. poniamo $\frac{1}{4}$. faria $8\frac{1}{4}$. sarà minore di $8\frac{3}{8}$. Onde $4\frac{3}{8}$. è vogliamo dire $4\frac{6}{16}$. sarà minore di $4\frac{9}{16}$. Onde il suo quadrato sarà ancora minore del

La $\mathcal{R}$ di 19. è $4\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{6}{16}$. Hora moltiplicando 3. auanzo, via $\frac{1}{4}$. rotto del denominatore, fa $\frac{1}{4}$. per numeratore, essendo denominatore il totale denominatore $8\frac{1}{2}$. che però significherà $\frac{1}{17}$. dal che si caui il quadrato del rotto $\frac{3}{8}$. cioè di $\frac{9}{64}$. che però cauaremo 36. 189. esimi da 3. via 17. cioè da 51. 189. esimi, & resta 15. 189. esimi, cioè $\frac{15}{17}$. che è quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{16}$. per arriuare a 19.

19. più che non è il quadrato di $4\frac{3}{8}$.

cioè $4\frac{6}{16}$. sarà anco ella $\mathcal{R}$ propinqua di 19. non eccedente il vero, ma non così propinqua, quanto era il $4\frac{3}{8}$. o vogliamo dire $4\frac{6}{16}$. Et per vedere quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{16}$.

ad arriuare al 19. vediamo, che se l'8 $\frac{1}{2}$. denominatore fusse 8. o vogliamo dire il 17. fusse 16. allhora li dui rettangoli, o moltiplicazioni di 4. intero, via il rotto, Produrranno il 3. che m'ca fino al 19. ma perche $8\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{2}$. più d'8. ouero il 17. è 1. più di 16. vi mancherà 3. volte $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{3}{2}$. esimi d'8 $\frac{1}{2}$. o vogliamo dire, 3. volte 1. cioè 3. esimi di 17. che sono $\frac{3}{17}$. Vi è mò il quadrato del $\frac{3}{8}$. o vogliamo dire di $\frac{9}{64}$. da cauare dal $\frac{1}{17}$. qual quadrato è $\frac{1}{289}$. che cauato da $\frac{1}{17}$.

cioè da 3. via 17. 51. 189. esimi, resta $\frac{15}{17}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{6}{16}$. ad arriuare a 19. Ma questo mancamento con Regola vnuerfale si può ancora trouare così. Del denominatore totale pigli la parte mostrata dal rotto accompagnato al doppio dell'intero, per formare il denominatore totale, & posta sopra ad vna riga per numeratore, di sotto per denominatore vi si pona il denominatore totale, & di quello, che ne nasce, si caui il rotto nostro formato al modo detto, & il restante si moltiplichi via il detto rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Però hora all'8. hauendo gionto $\frac{1}{4}$. noi pigliaremo la mira d'8 $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. formando $\frac{4\frac{1}{2}}{8\frac{1}{2}}$. & di questo cauaremo $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. che resta $\frac{1\frac{1}{2}}{8\frac{1}{2}}$. quale moltiplicheremo per $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. & fa $\frac{3\frac{1}{2}}{72\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{1}{18}$. che è il mancamento cercato. Potressimo anco dire per Regola generale da trouare il mancamento. Cauisi il rotto nostro dal rotto aggiunto al doppio dell'intero, & il restante si moltiplichi con il rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Onde cauato $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. da $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{17}$. resta $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$. & questo moltiplicato per $\frac{1}{17}$. fa $\frac{1}{289}$. per il mancamento cercato.

Pigli la $\mathcal{R}$ di 108. eccedente, con il modo detto. Ella è $10\frac{8}{20}$. Che dicendo $10\frac{8}{20}$. farà $10\frac{1}{5}$. Per trouare il mancamento si dirà, da $\frac{1}{5}$. d' $\frac{1}{5}$. rotto aggiunto, vi è $\frac{4}{25}$. che moltiplicato via $\frac{1}{5}$. fa $\frac{4}{125}$. che faria il mancamento.

Moltiplichisi $10\frac{1}{5}$. in se stesso 100
 $107\frac{1}{5}$. però manca in $7\frac{1}{5}$. che non si conforma con l' $7\frac{1}{5}$. trouato con la regola vnuerfale. Et di più vediamo, che esso mancamento è più d' $\frac{1}{5}$. quale $\frac{1}{5}$. è il maggior mancamento, che possa occorrere nella $\mathcal{R}$. presa al modo ordinario (che hora faria $10\frac{1}{5}$. & il mancamento faria solo $\frac{1}{5}$.) però la nostra $\mathcal{R}$ $10\frac{1}{5}$. faria m'co propinqua della ordinaria $10\frac{1}{5}$. onde hauersimo fatto còro al nostro intèto, che è di hauere $\mathcal{R}$ più propinqua dell'ordinaria. Qui dunque notifi, che ponendo la $\mathcal{R}$ di 108. essere $10\frac{8}{20}$. & poi gionto il medesimo $\frac{1}{5}$. al 10. che fa

Di 19. la R non eccedente sia $4\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{6}{8}$.
 $4\frac{6}{8}$. via $4\frac{6}{8}$.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 2 \quad 20 \\ 20 \quad 20 \\ \hline 20 \quad 20 \\ 20 \quad 20 \\ \hline 20 \quad 20 \\ 20 \quad 20 \\ \hline \end{array}$$

fa 18 $\frac{23}{26}$ m. in $\frac{21}{26}$. cioè $\frac{75}{676}$

Per trouare il mancamento.
 A moltiplicare 3. via $\frac{3}{8}$. fa 2. che è efimo d'8 $\frac{3}{8}$.
 però significa $\frac{3}{8}$. Il quadrato di $\frac{3}{8}$. cioè di
 $\frac{9}{64}$. è $\frac{8}{64}$. da cauare da $\frac{3}{8}$. cioè da $\frac{6}{8}$. via
 26. 156.679. efimi, & resta $\frac{7}{676}$. che è il man-
 camento cercato. Ouero.

Li $\frac{3}{8}$. d'8 $\frac{3}{8}$. denominatore sono $\frac{17}{8}$. p. nume-
 ratore, effendo denominatore il denominated
 totale, però si hauerà $\frac{5}{8}$. Cauifene il rotto
 nostro $\frac{3}{8}$. che resta $\frac{2}{8}$. da moltiplicare via il
 rotto nostro $\frac{3}{8}$. & se ne produce $\frac{8}{8}$. via 8 $\frac{3}{8}$.
 cioè $\frac{8}{8}$. cioè $\frac{7}{8}$. che è il mancamento.

Ouero.

Cauifi il rotto nostro $\frac{3}{8}$. da $\frac{3}{8}$. rotto aggiun-
 to, cioè da $\frac{5}{8}$. che resta $\frac{2}{8}$. & questo si mol-
 tiplichì con il rotto nostro $\frac{3}{8}$. & produce
 $\frac{8}{8}$. cioè $\frac{7}{8}$. che è il mancamento.

Pigliſi la R scarſa di 10. con il modo vltima-
 mente moſtraro. Ella è $10\frac{10}{20}$. cioè $10\frac{5}{10}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{3}{4}$. ad $\frac{1}{2}$. ag-
 giunto, vi è di differenza $\frac{1}{4}$. che moltiplicato
 via $\frac{3}{4}$. fa $\frac{3}{16}$. che è il mancamento.

Ouero. Hora, che la R $10\frac{10}{20}$. è trouata con
 il modo moſtrato, cioè giouendo al 20. deno-
 minatore eccedere $\frac{1}{2}$. rotto moſtrato dal $\frac{1}{2}$.
 che fa $20\frac{1}{2}$. per il denominatore totale.
 Cubiſi il 10. auazo della R, ò numeratore non
 alterato del nostro rotto, & fa 1000. per nume-
 ratore, poi moltiplichì 20 denominatore ec-
 cedente, via $20\frac{1}{2}$. denominatore totale, che fa
 410. & queſto ſi moltiplichì in ſe ſteſſo, che fa
 168100. per denominatore, che haueremo
 $\frac{1000}{168100}$. cioè $\frac{1}{1681}$. per il mancamen-
 to cercato.

208; & però non potiamo dire il nostro rotto eſſere $\frac{2}{5}$. cioè ſignificare $\frac{2}{5}$. & perciò la R di

che fa $20\frac{10}{20}$. ouero $20\frac{5}{10}$. che è il medefimo,
 per denominatore, & così haueremo $10\frac{8}{20}$.
 che ſaria la R propinqua del 108; quando ſi
 diſte, che $\frac{8}{20}$. era $\frac{2}{5}$. poiche $\frac{8}{20}$. è $\frac{2}{5}$.
 & $\frac{8}{20}$. ſecondo è ſimilmente $\frac{2}{5}$. però $\frac{2}{5}$.

ſi poſe eſſere quanto $\frac{8}{20}$. ouero quanto
 $\frac{8}{20}$. in queſto è errore, ne è vero, che tan-
 to ſia $\frac{8}{20}$. cioè 2. efimo di $\frac{3}{5}$. cioè 2. da par-
 tire per $\frac{3}{5}$. quanto $\frac{8}{20}$. cioè 8. efimo di

$20\frac{10}{20}$. cioè 8. da partire per $20\frac{10}{20}$. (che parten-
 do 2. per $\frac{3}{5}$. ne viene $\frac{6}{5}$. & a partire 8. per
 $20\frac{10}{20}$. ò per $20\frac{1}{2}$. ne viene $\frac{1}{2}$.) la cauſa è,
 che ſe a 20. ſi giunge $\frac{1}{2}$. eſſo $\frac{1}{2}$. viene ad eſ-
 ſere $\frac{1}{2}$. di 20. però quello, che era 50. do-
 uenta 51. Ma ſe a qual ſi vogli altro numero
 ſi giunge il medefimo $\frac{1}{2}$. non ſe gli viene a
 giungere il ſuo $\frac{1}{2}$. perche ſolo di 20. è $\frac{1}{2}$.
 l' $\frac{1}{2}$. però non ſi viene con la iſteſſa aggiun-
 ta a mantenere in diuerſi numeri la iſteſſa
 proportion d'augmento; onde biſogna
 auuertire bene a ciò, & però non occorre, ò
 vogliamo dire, anzi nõ s'ha da mouere il pri-
 mo rotto fatto dall'auazo, & dal doppio del-
 l'intero della R; dal ſuo eſſere, per non varia-
 re la quantità del ſuo denominatore, ò dop-
 pio dell'intero. Er che $\frac{2}{5}$. non ſia l'iſteſſo,
 che $\frac{8}{20}$. lo conoſceremo beniffimo ſchi-
 dando eſſo $\frac{8}{20}$. per 4. cioè parrendo ceſi

il denominatore, come il numeratore per 4.
 che il 4. in 8. entra 2. volte, cioè a partire 8.
 per 4. ne viene 2. per numeratore, & a par-
 tire $20\frac{10}{20}$. per 4. ne viene $5\frac{5}{10}$. cioè $\frac{5}{2}$.
 per denominatore; onde haueremo $\frac{2}{5}$.

& queſto è quanto $\frac{8}{20}$. però direſimo la
 R propinqua non eccedente di 108. eſſere
 $10\frac{8}{20}$, che così queſto, come $10\frac{8}{20}$. ſigni-
 fica $10\frac{2}{5}$. Et notiſi, che ſe diceſimo la R
 di 108. eſſere $10\frac{2}{5}$. perche il 2. numeratore
 non è il vero auanzo 8. come ne il 5. intero
 del denominatore non è il doppio di 10. in-
 tiero della R; ne anco il $\frac{2}{5}$. rotto del denomi-
 natore non è quel rotto, che ſaria quando il

a. numeratore di detto $\frac{2}{5}$. fuſſe il vero auazo

$$\begin{array}{r} \text{Multiplichifi } 10 \frac{8}{41} \\ \text{via } 10 \frac{20}{41} \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \frac{31}{41} \quad 408 \\ 9 \frac{31}{41} \quad 1681 \\ \hline 1271 \end{array}$$

fà $109 \frac{1671}{1681}$, che manca in $10 \frac{10}{1681}$, come

si troua ancora con la regola vniuersale.

faria $10 \frac{8}{20}$, che $10 \frac{8}{20}$. (che quello significaria $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{2}{5}$. & questo $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{2}{5}$.) & però minore faria il quadrato di $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{8}{20}$. (che al 108. li manca $10 \frac{8}{20}$.) che il quadrato di $10 \frac{8}{20}$, cioè di $10 \frac{8}{20}$. (che al 108. li manca $10 \frac{8}{20}$.) Et notifi, che quello, in che il quadrato di $10 \frac{8}{20}$, è minore del 108. si può pur trouare con la

Pigliando la $\frac{8}{20}$ di 108. con il modo vicinamente mostrato, ella sarà veramente $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{8}{20}$. Per trouare il mancamento; Da $10 \frac{8}{20}$, a $10 \frac{8}{20}$, aggiunto, vi è $10 \frac{8}{20}$, che moltiplicato con $10 \frac{8}{20}$, fa $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{8}{20}$, che è il mancamento. Ouero. Cubifi 18, numeratore non alterato, o auanzo dell'intero della $\frac{8}{20}$, & fa 512, per numeratore, poi moltiplichifi 20. denominatore eccedente per $20 \frac{8}{20}$, denominatore totale, che fa 408. & questo si moltiplichì in se stesso, che fa 166464 per denominat & così haneremo $10 \frac{8}{20}$, cioè $10 \frac{8}{20}$, che è il mancamento cercato.

$$\begin{array}{r} \text{Quadrifi } 10 \frac{20}{51} \\ \hline 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 109 \frac{743}{51} \quad 430 \\ 51 \quad 2605 \\ \hline 2193 \\ \text{fà } 107 \frac{3341}{51}, \text{ che} \\ \text{manca in } 10 \frac{8}{20} \end{array}$$

regola vniuersale, che sempre serue, giongasi quello, che si vogli al denominatore intero doppio della $\frac{8}{20}$ trouata; onde per vfarla, hora che l'aggiunto è $\frac{8}{20}$, diremo da $10 \frac{8}{20}$, cioè da $10 \frac{8}{20}$, rotto totale ad $\frac{8}{20}$, aggiunto, resta $10 \frac{8}{20}$, & questo moltiplicato via $10 \frac{8}{20}$, rotto totale, fa $10 \frac{8}{20}$, che è quello, in che il quadrato di $10 \frac{8}{20}$, è minore del 108. proposto.

Notifi ancora, che nel dire la $\frac{8}{20}$ di 108. essere 10. & $10 \frac{8}{20}$, noi potiamo bene schifare il rotto $10 \frac{8}{20}$, ma si deue schifare al modo ordinario, cioè partendo il numeratore 8. & ancora il denominatore $20 \frac{8}{20}$, per vn medesimo numero; che se hora schifaremo per 4. il 4. in 8. numeratore entra 2. volte per nuouo numeratore, & il medesimo 4. nel 20. & $10 \frac{8}{20}$, denominatore entra volte 5. & $10 \frac{8}{20}$, per nuouo denominatore, onde il nuouo rotto sarà $10 \frac{8}{20}$, che si potrà dire essere $10 \frac{8}{20}$, poiche tanto è $10 \frac{8}{20}$, quanto $10 \frac{8}{20}$. Et hora facilmente ancora conosciamo, che nel dire la $\frac{8}{20}$ di 108. essere 10. & $10 \frac{8}{20}$, non può essere, che il rotto $10 \frac{8}{20}$, si riduca a $10 \frac{8}{20}$, che se partiremo il $20 \frac{8}{20}$, o vogliamo dire il $20 \frac{8}{20}$, denominatore (che è il medesimo) per 4. come si è partito l'8. numeratore (essendone venuto 2. numeratore nuouo) ne verrà $5 \frac{8}{20}$, o vogliamo dire $5 \frac{8}{20}$, & non $5 \frac{8}{20}$, però a $5 \frac{8}{20}$, & non a $5 \frac{8}{20}$, si ridurrà il $10 \frac{8}{20}$. Che schifando, o partendo l'8. numeratore per 4. che ne viene 2. numeratore nuouo, non si può poi, quanto al denominatore $20 \frac{8}{20}$, schifare solo il 20. sua parte, che ne viene 5. & accompagnarti l'altra parte $\frac{8}{20}$, non schifata, che faria $5 \frac{8}{20}$, & dire, che il denominatore nuouo sia $5 \frac{8}{20}$, & però il rotto nuouo essere $10 \frac{8}{20}$, ma bisogna partire il totale denominatore $20 \frac{8}{20}$, per il 4. detto, con che si è partito l'8. nu-

108. essere $10 \frac{8}{20}$, ma perche il 2. numeratore è alterato, douendo essere 8. vediamo, che esso 2. è la quarta parte dell'8. però il 5. & anco egli similmente (essendo bisato l'8. numeratore primiero, & consequentemente il denominatore per 4.) è la quarta parte del denominatore primiero, del quale ci habbiamo da seruire, però moltiplicando 5. per 4. che fa 20. questo faria il denominatore

primiero, però il total rotto faria $10 \frac{8}{20}$, per

ilche non $10 \frac{8}{20}$, ma $10 \frac{8}{20}$, molto maggiore, habueresimo giointo al 20. denominatore, o doppio dell'intero 10. onde molto minore

l'8. numeratore, & così l'aumento $5\frac{1}{10}$. farà il vero aumento, ò denominatore nuovo, formando $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$ per nuovo rotto eguale all' $\frac{8}{20\frac{1}{10}}$. Et se vorremo ancora schifare questo nuovo $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$ per 2. partendo con esso 2: il 4. numeratore, ne verrà 1. per nuovo numeratore, & partendo medesimamente con l'istesso 2. il $5\frac{1}{10}$. denominatore, ne verrà $2\frac{1}{10}$. per nuovo denominatore, & il rotto nuovo sarà $\frac{1}{2\frac{1}{10}}$. che è quanto $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & quanto $\frac{8}{20\frac{1}{10}}$. Et se hauesimo schifato per 8. l' $\frac{8}{20\frac{1}{10}}$ l'hauesimo ridotto con quella sola schifatione all' $\frac{1}{2\frac{1}{10}}$. che l'8. in 8. numeratore entra 1. volta per nuovo numeratore, & l'8. in $20\frac{1}{10}$. entra volte $2\frac{1}{10}$. & $\frac{1}{10}$. cioè volte $2\frac{1}{10}$. per nuovo denominatore. Et perche $\frac{1}{2\frac{1}{10}}$ è, ò vogliamo dire significa $\frac{2}{5}$. (che nasce à moltiplicare così il numeratore 1. come il denominatore $2\frac{1}{10}$. per 20. denominatore dell' $\frac{1}{2\frac{1}{10}}$. rotto del $2\frac{1}{10}$.) (appiamo similmente $\frac{8}{20\frac{1}{10}}$ essere $\frac{2}{5}$. Et ben vediamo, che $\frac{8}{20\frac{1}{10}}$ è $\frac{2}{5}$. & però si riduce à $\frac{2}{5}$. Et se volessimo trouar caso doue secondo la regola conuenisse per

La g. scarfa d' $8\frac{1}{2}$. faria $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{1}{2}$.
 Per trouare il mancamento. Da $\frac{2}{5}$. à $\frac{2}{5}$. aggiunto vi è $\frac{2}{5}$. che moltiplicato con $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{5}$. che è il mancamento. Odero. Il cubato di 2. auanzo della prima parte della g. qual cubato è 8. si pona sopra vna riga per numeratore, poi si moltiplich 5. denominatore eccedente, via 5. denominatore totale, che fa 27. & il quadrato di questo, che è 729. si pona sotto alla riga per denominatore, che hauremo $\frac{8}{729}$. per il mancamento cercato.

Quadrif 2 $\frac{47}{54}$ resto il $\frac{2}{54}$.
 188 sappia, che
 4 26 2209 il 2. numero
 3 54 2916 tore del $\frac{2}{54}$.
 1404
 3613 sia il vero a-
 fa 8 $\frac{2}{54}$. pe- uzo, & che
 ro ad 8. cioè ad il 5. intero
 8 $\frac{2}{54}$. man del denomi-
 ca $\frac{2}{54}$. cioè natore sia il
 vero doppio
 dell' intero

della g. (intendendosi però sempre in queste occorrenze per intero, ò seruendo per intero quella prima quantità, che si troua, alla quale poi s'accompagna la seconda come rotto) onde prelo la metà del 5. che è $2\frac{1}{2}$. quello sarà la prima quantità della g. presa per intero; il suo quadrato è 6. che gioi- toli il 2. che due essere il vero restante fa 8. & questa è la quantità, della quale presa la g. propinqua, secondo la regola, potremo dire ella essere $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{1}{2}$. che al suo quadrato manca per arcinare al vero $8\frac{1}{2}$. solo $\frac{2}{5}$. qual mancamento per trouarlo secondo la regola vniuersale potremo dire, da $\frac{2}{5}$. rotto totale à $\frac{2}{5}$. aggiunto al denominatore, vi è $\frac{2}{27}$. che moltiplicato con $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{27}$. per il mancamento detto.

Di $8\frac{1}{2}$. la g. scarfa sarà $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5}$.
 cioè $2\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$.

Quadrif 2 $\frac{68}{81}$
 273

Ma proponen-
 di $8\frac{1}{2}$. da pi-
 gliarne la 13. noi
 ponendo la pri-
 ma parte essere
 numero intero
 veramente, cioè
 2. l'auanzo faria
 $4\frac{1}{2}$. per nume-
 ratore, essendo
 per denomina-
 tore 4. doppio
 dell' intero, &

Da $\frac{2}{5}$. à $\frac{2}{5}$. vi è $\frac{2}{5}$. che moltiplicato via
 $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{5}$. che è il mancamento.
 1377
 1088 17
 289 via 68 fa 4913.
 1296 81 fa 26244.
 324

4 29 4624
 381 6161
 2149
 6973
 1640
 fa 8 $\frac{2}{5}$. cioè
 che è $\frac{2}{5}$. cioè
 mico d' $8\frac{1}{2}$.

hauremo $\frac{4\frac{1}{2}}{4}$. qual quantità (senza mouerla però) conosciamo, che significa $\frac{1}{2}$. & questo gio-
 to al 4.

Ouero. Il numeratore $4\frac{1}{2}$. Cubifi, che fa $2\frac{8}{9}$. via $4\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{3}$. per numeratore. Il denominatore eccedente 4. via $4\frac{1}{2}$. denominatore totale, fa $20\frac{1}{2}$. il suo quadrato è $410\frac{1}{4}$. per denominatore, però il rotto, che mostra il mancamento farà $\frac{4}{9}$. che moltiplicato così il denominatore, come il numeratore per 64. si riduce a $\frac{2}{9}$.

Di 8 $\frac{1}{2}$ la $\frac{1}{2}$ (carfa fa $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $2\frac{1}{2}$.

Operazione per trouare il mancamento,

111 . via 11 . fa 1331 .
 $5\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$.
 256 . via 16 . fa 4096 .
 $5\frac{1}{2}$. via $5\frac{1}{2}$. cioè 31 . via $2\frac{1}{2}$.
 900 . via 30 . fa 2700 .
 56 . via 7 . fa 392 .
 957 . via 31 . fa 29661 .
 Et $30\frac{1}{2}$. via $30\frac{1}{2}$. fa $930\frac{1}{4}$.
 per il mancamento farà

957 . via 31 . fa 29661 .
 cioè 29661 . cioè 29661 .
 che è 29661 .

Quadrati a 157

180
 628
 88
 180
 15840
 24549
 40489
 fa 8089 . che ad $8\frac{1}{2}$. manca $\frac{1}{2}$.

Quero.

Da $8\frac{1}{2}$. rotto totale, ad $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $9\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2}$. che è il mancamento cercato.

957
 245015
 16
 3910400

totale $\frac{1}{2}$. è minore del $\frac{1}{2}$. aggiunto al denominatore primiero, via esso $\frac{1}{2}$. rotto totale, che pure se ne produce $\frac{1}{2}$. quale $\frac{1}{2}$. potiamo anco dire essere il cubato del $4\frac{1}{2}$. auanzo, per tutto per il prodotto del quadrato di 4 via il quadrato di $5\frac{1}{2}$. o vogliamo dire partito per il quadrato del prodotto di 4 via $5\frac{1}{2}$.

Et così conosciamo, che è più propinqua

$8\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. che non è $2\frac{1}{2}$.

cioè $2\frac{1}{2}$. (che è ben più $\frac{1}{2}$. cioè 3807 .
 che non è $\frac{1}{2}$. cioè 3672 . perche quan-

to al 4. denominatore, fa $4\frac{1}{2}$. & il rotto totale farà

$4\frac{1}{2}$. che con il 2. intero, fa $4\frac{1}{2}$.

che faria la $\frac{1}{2}$ propinqua non eccedente, & moltiplicando così il denominatore, come il denominatore del rotto pertò.)

significaria $2\frac{1}{2}$. il quadrato del quale manca per arrivare all'8. & si trouaria con la regola vauerfale, moltiplicando $\frac{1}{2}$. in che il rotto

to minore è il rotto della $\frac{1}{2}$, tanto minore è il mancamento, & quanto minore è l'auanzo numeratore, tanto minore è esso rotto, poiche anco di più minuendosi l'auanzo, si viene ad accrescere la prima parte della $\frac{1}{2}$, che si piglia per intero, & però anco si viene ad accrescere il suo doppio, che è denominatore del rotto, dal che conosciamo, che quanto maggiore facciamo la prima parte, tanto minore poi viene ad essere l'auanzo, & consequentemente il rotto, & consequentemente il mancamento del quadrato della $\frac{1}{2}$ al numero proposto, qual mancamento nasce per causa d'esso auanzo, o rotto; poiche esso mancamento si troua, partendo il cubato del numeratore del detto rotto, per il quadrato del prodotto del doppio della prima parte della $\frac{1}{2}$ (che chiamiamo D.) via il denominatore totale d'esso rotto (che chiamiamo T. che il prodotto loro si chiamerà P. & il quadrato d'esso chiameremo Q.) & però quanto minore sarà l'auanzo, o numeratore del nostro rotto, tanto più piccolo sarà il suo cubato, & allhora tanto maggiore farà il quadrato del prodotto P. poiche allhora tanto maggiori faranno li dui produttori D. & T. & consequentemente tanto minore sarà l'auuenimento, o il rotto, che nascerà a partire il cubato detto per il quadrato Q. quale auuenimento, o rotto, nelle radici in questo modo trouare è sempre quello, che manca al quadrato d'esse radici, per arrivare al numero proposto da trouarne la $\frac{1}{2}$. Onde nel pigliare la $\frac{1}{2}$ d'8. se accostandoci più dicesimo la prima parte essere $2\frac{1}{2}$. ouero $2\frac{1}{2}$. con il $\frac{1}{2}$. trouarefimo $\frac{1}{2}$ più propinqua, che faria $2\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{2}$. il quadrato di che è 8. & $\frac{1}{2}$. quale manca di $\frac{1}{2}$. per arrivare all'8. Et con il $\frac{1}{2}$. maggiore, trouarefimo $\frac{1}{2}$ ancor più propinqua, che non è detto

è detto $2 \frac{1}{2} \frac{7}{10}$. qual g faria $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. che è $2 \frac{1}{2} \frac{7}{10}$.
il quadrato della quale è solo $\frac{7}{10} \frac{7}{10}$. minore dell'8.

Di 8 $\frac{1}{2}$. la g (scarfa sia $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. che è $2 \frac{1}{2} \frac{7}{10}$.

Per trouare il mancamento, diremo da $\frac{1}{2}$. rotto totale $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. per il māmcam. cercato. Ouero.

Il cnbato è $\frac{1}{2}$. che è numeratore.
 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{2}$. che moltiplicato in se stesso, fa 1045 $\frac{1}{2}$. che è denominatore, però il rotto del mancamento sarà $\frac{8}{1045}$. cioè $\frac{8}{9409}$ via 81.
cioè $\frac{8}{84681}$ via 9.

Quadrifi 2 $\frac{1523}{1746}$

	5015
	5015
25150225	
3048516	
fa 8 $\frac{762097}{3048516}$	
762129	

che è $\frac{8}{84681}$. cioè $\frac{8}{84681}$. mām d'8 $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{8}{84681}$. manco d'8 $\frac{1}{2}$.

E se per maggior facilità, nel pigliare la g d'8 $\frac{1}{2}$. diremo la prima parte essere $2 \frac{1}{2}$. & il primo rotto $\frac{1}{2}$ noi al denominatore di questo, cioè al $\frac{1}{2}$. non giongeremo il medesimo rotto, ma vn rotto facile, a nostro beneplacito, vicino al valor d'esso, ma che però non sia minore di lui, poniamo $\frac{1}{2}$. formando $\frac{1}{2}$. pure haueremo g propinqua d'8 $\frac{1}{2}$. non eccedente il vero; ma non sarà così propinqua quanto saria stata giongendo solo esso $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. à detto $\frac{1}{2}$. poiche esseudo l' $\frac{1}{2}$. (solo à beneplacito facilmente) maggiore, che non saria $\frac{1}{2}$. maggiore sarà $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. denominatore, che non saria $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. però così il rotto della g . & consequentemente la totale g sarà minore giongendo l' $\frac{1}{2}$. che giongendo il $\frac{1}{2}$. per il che il suo quadrato sarà similmente minore, che non saria.

Di 98. la g scarfa ordinaria saria $9 \frac{1}{2}$. che è scarfa nel prodotto di $\frac{1}{2}$ via $\frac{1}{2}$. cioè in $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$.

Ma con il modo ultimamente mostrato dicendosi di 98. la g scarfa essere $9 \frac{17}{18}$. cioè $9 \frac{17}{18}$. la scarfezza sarà $\frac{17}{18}$.

17 $\frac{17}{18}$. 289. 4913. numeratore.

18. & $\frac{17}{18}$. 18. via $\frac{17}{18}$. fa $\frac{17}{18}$. & il quadrato di questo è 116281. per denominatore, però il mancamento sarà $\frac{17}{116281}$.

Da $\frac{1}{2}$. rotto totale $\frac{1}{2}$. giunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{2}$. & questo moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che è il mancamento.

Di 8 $\frac{1}{2}$. la g (scarfa sia $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. cioè $2 \frac{1}{2}$. & $\frac{7}{10}$. che è $2 \frac{1}{2} \frac{7}{10}$.

Per trouare il māmcam. Da $\frac{1}{2}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & questo è il mancamento.

Quadrifi 2 $\frac{539}{618}$

	618
	618
2156	
302	
618	
186636	
290521	
477157	
95233	
fa 7 $\frac{381924}{95481}$	
248	

che è $\frac{8}{84681}$. cioè $\frac{8}{84681}$. mām d'8 $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{8}{84681}$. manco d'8 $\frac{1}{2}$.

E se per maggior facilità, nel pigliare la g d'8 $\frac{1}{2}$. diremo la prima parte essere $2 \frac{1}{2}$. & il primo rotto $\frac{1}{2}$ noi al denominatore di questo, cioè al $\frac{1}{2}$. non giongeremo il medesimo rotto, ma vn rotto facile, a nostro beneplacito, vicino al valor d'esso, ma che però non sia minore di lui, poniamo $\frac{1}{2}$. formando $\frac{1}{2}$. pure haueremo g propinqua d'8 $\frac{1}{2}$. non eccedente il vero; ma non sarà così propinqua quanto saria stata giongendo solo esso $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. à detto $\frac{1}{2}$. poiche esseudo l' $\frac{1}{2}$. (solo à beneplacito facilmente) maggiore, che non saria $\frac{1}{2}$. maggiore sarà $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. denominatore, che non saria $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. però così il rotto della g . & consequentemente la totale g sarà minore giongendo l' $\frac{1}{2}$. che giongendo il $\frac{1}{2}$. per il che il suo quadrato sarà similmente minore, che non saria.

Ma con il modo ultimamente mostrato dicendosi di 98. la g scarfa essere $9 \frac{17}{18}$. cioè $9 \frac{17}{18}$. la scarfezza sarà $\frac{17}{18}$.

17 $\frac{17}{18}$. 289. 4913. numeratore.

18. & $\frac{17}{18}$. 18. via $\frac{17}{18}$. fa $\frac{17}{18}$. & il quadrato di questo è 116281. per denominatore, però il mancamento sarà $\frac{17}{116281}$.

Da $\frac{1}{2}$. rotto totale $\frac{1}{2}$. giunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{2}$. & questo moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che è il mancamento.

Quadrifi 2 $\frac{306}{341}$

	306
	341
	18
18	
17	
16	
306	
322	
341	
111368	
116281	
4913	
116281	

manca in .. 4913

116281

Di 98. la π scarfa sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$. cioè & $\frac{12}{19} = \frac{2}{3}$
 cioè la π sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{7363}{11350}$ $\frac{592}{19} = \frac{5}{19}$ $\frac{592}{12} = \frac{2}{3}$
 numeratore 10401
 che è $9\frac{1}{4}$ 21700

Operazione per trovare il mancamento.
 12 $\frac{2}{3}$ 199 199
 18 $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$ 16 199
 39601
 199
 396409
 732419
 7880599
 4096 p numerat.
 quale moltiplicato per
 4096. fa 7880599. per
 numeratore.

Il cubo del numerat. è 7363. numerat.
 12 $\frac{2}{3}$ 199 199
 18 $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$ 16 199
 39601
 199
 396409
 732419
 7880599
 4096 p numerat.
 quale moltiplicato per
 4096. fa 7880599. per
 numeratore.

Quadrif. 20401
 21700
 367218
 16
 4018
 21700
 408600
 90800
 20401
 81604
 40801
 507409401
 515290000
 è il suo m. m. m.
 in 7880599
 515290000

Quero per trovare il mancamento.
 Da 7363 a 199
 11350 199
 44178 10215
 66267 11565
 14726 1158650
 2179448 2179448
 6810 79202
 10215 3359600
 2170 39601
 resta 1679800
 7363 via 39601
 11350 1679800 fa 7880599
 83990
 50394
 184778
 19065739000. denom. si schi.
 515290000 fano per 37.
 56
 195
 107
 333

18 $\frac{1}{2}$ via 19 $\frac{51}{296}$ 1038
 37 37
 2 1887
 111
 709 196
 407
 fa 354 592
 407
 via 354 592
 296) 144078
 486
 2567
 1998
 222
 486 444
 592
 262848
 165649
 427497
 78033
 fa 125803 p de- 118803
 330464 1425636
 277207
 291582163 nu. 19065739000. denom. si schi.
 7880599
 325 333
 7880599
 221
 366
 333

Di 98. la g (scarfa) sia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{18\frac{1}{2}}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$.

cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. che è $9\frac{1}{2}$.
Per trouare il mancamento. Da $\frac{10\frac{1}{2}}{18\frac{1}{2}}$. rotto totale a $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$.
cioè a $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, cioè

da $\frac{10\frac{1}{2}}{18\frac{1}{2}}$. a $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. vi è $\frac{1}{18}$. da moltiplicare via $\frac{1}{18}$. rotto
totale, & fa $\frac{1}{18}$. & questo è il mancamento. Ouero.
18 $\frac{1}{18}$. via $\frac{1}{18}$. via $\frac{1}{18}$. è il numeratore.

18 $\frac{1}{18}$. & $\frac{10\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. 9604. via 98

18 $\frac{1}{18}$. via 19 $\frac{1}{18}$. 134456

56 77 941192 è il numerat. da partire per

3 4 729 è il denomin.

12) 4312 81

359 $\frac{1}{2}$. in se stesso 10458756

128821 $\frac{1}{2}$ 718 941192. num. 94118804 denomin.

239 $\frac{1}{2}$ 235298 23532201

fa 129120 $\frac{1}{2}$. ch'è il den. 33614 3361743

4802 480449

686 68607

98 9801

però $\frac{98}{9801}$ è il mancamento.

Di 98. la g (scarfa) sia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$.

che è $9\frac{1}{2}$. Moltiplichisi in se stesso

2653 2950 Operatione per trouare il mancamento.

47754 rotto totale rotto aggiunto al denom.

16 589 21 5900

1634300 1475 76 112100

7038409 2356 45725 31

fa 97 8672709 44764 961 589 39791 che è il manca

8702500 resta 112100 via 1475 8702500

māca 39791 5900 33275

8702500 7375

8702500

Il medesimo mancamento si trouaria con l'altro modo seruiente alle radici scarfe così trouate,
cioè Cabando l'auanzo del quadrato della prima parte della g , fino al numero proposto, & ponendo esso cubato per numeratore d'un rotto, il denominatore del quale sia il quadrato del prodotto; che nasce a moltiplicare il denominatore primiero del rotto della g , o vogliamo il doppio della prima parte della g , via il denominatore totale del suo rotto; o seconda parte. Et questo rotto, che formaremo farà il mancamento, o scarfezza del quadrato della g .

$\frac{7\frac{1}{2}}{19}$ & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$. numerat.
19 & $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$
19. via $\frac{7\frac{1}{2}}{19}$
fa 368 $\frac{1}{2}$. che quadrato. 41
fa 3175625 per denominat. 3175625
16
questo denominatore, & anco il numeratore moltiplicati per 64. si riducono a
 $\frac{16}{16}$. che è il mancamento.

Di 98. la $\frac{1}{2}$ scarfa fia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$.
cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{41}{171}$. & $\frac{2\frac{1}{2}}{171}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{2\frac{1}{2}}{171}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{2\frac{1}{2}}{171}$.

Per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al den.

da $\frac{2378}{10215}$. a $\frac{41}{174}$. $\frac{40860}{173655}$
 $\frac{1777410}{9512}$ $\frac{418815}{40426}$ $\frac{413772}{5043}$ $\frac{2378}{1777410}$

$\frac{2666115}{355482}$ $\frac{7134}{9512}$ $\frac{118900}{177741}$

den. $\frac{18156243150}{3026040525}$ $\frac{11992254}{1998709}$

39) $\frac{104346225}{68921}$ $\frac{68921}{104346225}$

pò il manc. farà $\frac{104346225}{104346225}$

Quadrif. $\frac{9188}{10215}$

$\frac{165384}{1944}$ $\frac{16}{10215}$

$\frac{29160}{3888}$ $\frac{1944}{73504}$

$\frac{82692}{165384}$ $\frac{104277304}{97104346225}$

$\frac{68921}{104346225}$ $\frac{104346225}{104346225}$

$\frac{104346225}{104346225}$ $\frac{104346225}{104346225}$

$\frac{104346225}{104346225}$ $\frac{104346225}{104346225}$

$\frac{104346225}{104346225}$ $\frac{104346225}{104346225}$

$\frac{104346225}{104346225}$ $\frac{104346225}{104346225}$

Di 98. la $\frac{1}{2}$ scarfa fia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. & $\frac{2\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{1}{2}}{19\frac{1}{2}}$.
cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{2773}{41913}$ $\frac{47}{59}$ $\frac{36}{59}$
 $\frac{16638}{209565}$ $\frac{2773}{3124}$ $\frac{3124}{59}$ $\frac{3124}{59}$
 $\frac{226203}{75401}$ $\frac{40356}{41913}$ $\frac{40356}{41913}$ $\frac{40356}{41913}$
 $\frac{83826}{83826}$ $\frac{41913}{41913}$ $\frac{41913}{41913}$ $\frac{41913}{41913}$

che è $\frac{75401}{83826}$. Trouifi il suo quad.

$\frac{1357210}{16902}$ $\frac{83826}{83826}$ $\frac{502956}{167652}$ $\frac{670608}{251478}$

$\frac{1341216}{75401}$ $\frac{670608}{670608}$ $\frac{670608}{670608}$ $\frac{670608}{670608}$

$\frac{301604}{5655075}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$ $\frac{7026798276}{7026798276}$

$\frac{3124}{1557}$ prodotto di 173. via 9.

$\frac{40356}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

$\frac{41913}{41913}$ denominatore.

Di 98.

Di 98. fa la scarfa $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $8\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$.

cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. $\frac{3026}{285309}$ $\frac{1}{19\frac{1}{2}}$. & $\frac{1}{19\frac{1}{2}}$. cioè $8\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. $\frac{178}{1539}$

che è $9\frac{1}{2}$. $\frac{256634}{285309}$. Moltiplichisi in se stesso.

$\frac{4619472}{54468}$ $\frac{285309}{285309}$
 $\frac{16}{285309}$ $\frac{285309}{285309}$
 $\frac{2282472}{1711854}$ $\frac{2567781}{855927}$
 $\frac{1141236}{13406686}$ $\frac{1426545}{2282472}$
 $\frac{1026536}{769902}$ $\frac{570618}{81401225481}$

$\frac{1539804}{1539804}$ $\frac{4913}{4913}$
 $\frac{6415850}{8140122568}$ $\frac{4913}{81401225481}$
 fa 97 $\frac{8140122568}{81401225481}$ m. ca. i

Operatione per trouare il mancamento.
 rotto totale rotto aggiunto al denom.

da $\frac{3026}{285309}$ a $\frac{17}{1602}$
 $\frac{12540}{12069}$ $\frac{178}{3027}$ $\frac{1}{289}$
 $\frac{153}{3026}$

resta $\frac{1}{285309}$ via $\frac{3026}{285309}$ $\frac{17}{1246}$
 $\frac{1887}{3026}$

fa $\frac{4913}{81401225481}$ che è il mancamento.

Quero per trouare il mancamento.

Cubifi $\frac{17}{81}$ $\frac{289}{6561}$ $\frac{4913}{531441}$

è il cubato, che è numeratore del rotto del mancamento. Questo numeratore moltiplicato per 531441. fa 4913. per nuouo numeratore, con il quale 531441. medesimo moltiplicato come il denominatore, & ne nascerà il nuouo denominatore.

$\frac{19\frac{1}{2}}$ via $\frac{19}{178}$ $\frac{421}{534}$
 $\frac{178}{9}$ $\frac{995}{4806}$ $\frac{178}{169990}$
 $\frac{178}{35}$ $\frac{1780}{25810}$ $\frac{35}{1780}$
 $\frac{35}{356}$

Moltiplichisi $\frac{253170}{531441}$ $\frac{4427839}{5774409}$ partitore, 531441. moltiplicante.
 via $\frac{531441}{90344970}$ $\frac{5774409}{641601}$
 $\frac{1594323}{7981615}$ $\frac{71289}{7921}$ partitore. $\frac{729}{359}$ moltiplicante.
 $\frac{407511}{4427839}$ $\frac{407511}{359}$ via $\frac{407511}{359}$ prodotto.
 per causa del rotto.

fa 391 $\frac{890}{3403}$ Quadri $\frac{890}{3403}$
 $\frac{152881}{5774409}$ $\frac{792100}{3635739}$ $\frac{289}{23140}$
 $\frac{5774409}{4427839}$ $\frac{1513}{2403}$

fa 153170 $\frac{4427839}{5774409}$ che è $\frac{1513}{2403}$
 den. del rotto del manc. $\frac{4539}{36312}$
 $\frac{36312}{3635739}$

Di 8 $\frac{1}{2}$, dicasi la R scarfa essere

$$2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}, \text{cioè } 2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$$

$$\text{che è } 2 \frac{5}{6} \& \frac{13}{343}, \text{cioè } 2 \frac{5}{6} \& \frac{40}{1029}$$

$$\text{che è } 2 \frac{1795}{2058} \text{ Quadrifi}$$

$$\frac{5911}{5911}$$

34939931. numeratore.

4235364. denominatore.

$$\text{fa } 8 \frac{1057009}{4235364}$$

$$\frac{1058841}{1058841}$$

$$\text{che in } 1832 \text{, cioè in } \frac{458}{1058841}$$

manca per arrivare ad 8 $\frac{1}{2}$.

Per trovare il mancamento. Da $\frac{1}{10} \& \frac{1}{10}$, rotto totale ad $\frac{1}{10}$, rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{10} \& \frac{1}{10}$, che moltiplicato via $\frac{1}{10} \& \frac{1}{10}$, rotto totale, fa $\frac{1}{10} \& \frac{1}{10}$, che è quanto manca al quadrato di $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, per arrivare ad 8 $\frac{1}{2}$.

$$\frac{40}{1029} \text{ via } \frac{229}{20580} \text{ fa } \frac{458}{1058841}$$

Et di sopra nel pigliare la R d'8 $\frac{1}{2}$, se haueſſimo

detto ella essere $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, ella ſaria ſtata più propinqua, che dicēdoſi eſſere $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$.

perche $\frac{1}{10}$ è minore d' $\frac{1}{10}$, & però il totale denominatore $5 \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, ſaria minore del totale denominatore $5 \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, & però conuerſamēte il rotto

$$\frac{1}{5 \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}}, \text{ ſaria maggiore del rotto } \frac{1}{5 \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}}, \text{ on-}$$

de la totale R $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, ſaria maggiore della totale R $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, & però il ſuo quadrato più ſapproſſimarà all'8 $\frac{1}{2}$, propoſto di quello, che facci il quadrato di $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$.

Er notifi, che ancora di ſopra quando nel pigliare la R scarfa d'8 $\frac{1}{2}$, ſi diſſe ella eſſere $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, cioè $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, perche il denominatore $5 \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, è maggiore di 5, che ſaria denominatore ordinario, pigliando la R al modo ordinario, cioè giungendo $\frac{1}{10}$ al doppio dell'intero della R per formare il denominatore del ſuo rotto, ne ſegue, che più propinqua R scarfa ſaria la ſim-
 plice ordinaria $2 \frac{4}{5}$, cioè $2 \frac{4}{5}$, che la detta $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, cioè $2 \frac{5}{6} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$, & che maggior rotto è $\frac{4}{5}$, cioè $\frac{4}{5}$, che $\frac{1}{10}$, cioè $\frac{4}{5}$, Er il quadrato di $2 \frac{4}{5}$, ſarà minore dell'8 $\frac{1}{2}$, nel ſolo prodotto di $\frac{1}{10}$, via $\frac{1}{10}$, al ſolito, qual prodotto è $\frac{1}{10}$. Et queſto occorrerà ſempre (cioè la R scarfa preſa al modo ordinario ſemplicemēte, ſarà ſempre più propinqua della ſcarfa preſa all'altro modo) quan-
 do l'aūzo del quadrato dell'intero, o prima parte della R, ſino al numero propoſto, ſia mag-
 giore, che il doppio dell'intero detto, o prima parte della R. Ma quando l'aūzo del qua-
 drato dell'intero, o prima parte della R, ſino al numero propoſto, ſia eguale al doppio dell'in-
 tiero, o prima parte della R, allhora tanto ſarà propinqua la R scarfa preſa al modo ordinario
 ſemplicemēte, quanto la preſa all'altro modo; perche l'vna R ſarà a punto eguale all'altra.

Che nel trouare la R d'8, ella al modo ordinario ſaria $2 \frac{4}{5}$, & all'altro modo ſaria $2 \frac{4}{5} \& \frac{1}{10}$, cioè $2 \frac{4}{5}$, ſimilmente, ciaſcuna delle quali è ſcarfa in $\frac{1}{10}$, prodotto di $\frac{1}{10}$, rotto, via $\frac{1}{10}$, differenza d'eſſo rotto ad 1. intero.

Et ſe al modo ordinario accreſcendo la prima parte della R

Di 8, la R ſia

$$2 \frac{1}{2} \& \frac{1}{6}, \text{cioè } 2 \frac{1}{2} \& \frac{1}{6}$$

$$\text{che è } 2 \frac{19}{24} \text{ Quadrifi}$$

$$\frac{34}{34}$$

$$\frac{24}{24}$$

$$\frac{361}{361}$$

$$\frac{576}{576}$$

$$\text{fa } 7 \frac{457}{576} \text{ manca in } \frac{119}{576}$$

$$\text{Di 8, la R ſia } 2 \frac{1}{2} \& \frac{1}{5} \& \frac{1}{10}$$

$$\text{cioè } 2 \frac{1}{2} \& \frac{35}{107}$$

$$\text{che è } 2 \frac{177}{214} \text{ Quadrifi}$$

$$\frac{708}{708}$$

$$\frac{66}{66}$$

$$\frac{314}{314}$$

$$\frac{45453}{45453}$$

$$\text{il } \blacksquare \text{ è } 7 \frac{45453}{45796} \text{ mſca}$$

$$\text{in } \frac{343}{45796}$$

Per trouare il manca-
 mento.

$$\text{di } \frac{35}{107} \text{ a } \frac{7}{20}$$

$$\frac{57}{57}$$

$$\frac{20}{20}$$

$$\frac{29}{29}$$

$$\frac{35}{35}$$

$$\text{via } \frac{107}{107} \text{ reſta}$$

$$\frac{85}{85}$$

$$\frac{11449}{11449}$$

$$\text{che è il mſcam.}$$

haueſſe.

hauessimo detto d'8. la R. essere $1\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$. cioè $1\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$. che è $1\frac{1}{6}$. Questa non perciò faria più propinqua della semplice ordinaria $1\frac{1}{2}$. che hauesse per prima parte della R. il solo 2. intero; anzi faria manco propinqua, poiche il rotto $\frac{1}{6}$. di questa è manco distante dal suo compagno $\frac{1}{2}$. di quello, che sia il $\frac{1}{2}$. rotto di quella $\frac{1}{6}$. suo compagno (cioè in parti meno ineguali è diuisa la vnità con li $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{6}$. che con li $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{6}$.) & però maggiore è il prodotto di $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{6}$. cioè $\frac{1}{12}$. che il prodotto di $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{6}$. cioè di $\frac{1}{12}$. Ma se all'altro modo hauendo detto d'8. la prima parte della R. essere $1\frac{1}{2}$. si dicesse il rotto essere $\frac{1}{6}$. questa faria ben più propinqua di qual si vogli di quelle; che essendo il rotto totale $\frac{1}{6}$. da esso al $\frac{1}{2}$. aggiunto al primo denominatore 5, vi è $\frac{1}{30}$; che moltiplicato via il $\frac{1}{6}$. rotto totale, fa $\frac{1}{180}$. che è il mancamento del quadrato di questa $1\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{6}$. cioè $1\frac{1}{2}$.

Di $41\frac{1}{2}$. sia la R. scarfa propinqua. Et dicendo di $41\frac{1}{2}$. la R. Et dicendo di $41\frac{1}{2}$. la R.
 $6\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $6\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. essere $6\frac{1}{2}$. che è $6\frac{1}{2}$. essere $6\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè
 che è $6\frac{1}{2}$. Quadrifi $6\frac{1}{2}$. Quadrifi $6\frac{1}{2}$. Quadrifi $6\frac{1}{2}$.
 5942 104 984
 5942 669 324
 11884 669 5984
 23768 10816 318816
 53478 41 190969
 29710 14921 509785
 848241 35307364 968256
 41 121032
 1377724 605160
 529483 95375
 848241 968256
 106030
 530150
 667
 ma in 10816

Ouero. Per trouare il mancamento. Da $1\frac{1}{2}$. rotto totale ad 1. intero giunto al numero, che faria denominatore primiero (cioè al doppio di $6\frac{1}{2}$. prima parte della R. che faria $12\frac{1}{2}$. facendolo essere $13\frac{1}{2}$.) vi è $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto, fa $\frac{1}{4}$. per il mancamento al $41\frac{1}{2}$. Onde vediamo, che è di molto aiuto all'approssimati, il giungere vn rotto facile nō minore, cioè eguale (se è commode) ò poco maggiore dell' $\frac{1}{2}$. al $12\frac{1}{2}$. denominatore, come s'è fatto di sopra giogendoli $\frac{1}{2}$. Et notifi, che al $12\frac{1}{2}$. giogendoli 1. intero, se li viene ò giungere $\frac{12}{13}$. quantità, ò rotto, non già poco, ma anzi molto, maggiore dell' $\frac{1}{2}$. perliche anco la R. che ne deriuua non è tanto propinqua, quanto faria giogendoli solo vn rotto, che non eccedesse di tanto l' $1\frac{1}{2}$. effimo di $12\frac{1}{2}$.

Ma se pure al modo ordinario formando il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intero, ò prima parte della R. diremo ella essere $6\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $6\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè

Ancora se pigliando la R. propinqua non eccedente di $41\frac{1}{2}$. diremo la prima parte essere $6\frac{1}{2}$. che auanzarà $1\frac{1}{2}$. per numeratore, essendo denominatore $12\frac{1}{2}$. del qual rotto conosciamo $\frac{1}{2}$. rotto facile non essere minore, esso $\frac{1}{2}$. perciò ci potrà seruire da giungere al $12\frac{1}{2}$. denominatore, che cessa la R. propinqua sarà $6\frac{1}{2}$. il quadrato della quale manca solo in $\frac{1}{180}$. ad auanziare al $41\frac{1}{2}$. Che se con il modo ordinario, cioè formando il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intero, ò prima parte della R. diremo ella essere $6\frac{1}{2}$. cioè $6\frac{1}{2}$. questa faria manco propinqua, & il suo quadrato faria $\frac{1}{180}$. manco del $41\frac{1}{2}$.

$6\frac{1}{2}$. il suo quadrato sarà $41\frac{1}{4}$. che fino al $41\frac{5}{8}$. mancherà $\frac{1}{8}$. come anco si troua effo mancamento con la regola vniuersale di questo modo di pigliare la R, cioè dicendo da $\frac{1}{2}$. rotto, ò seconda parte della R, ad 1. intero, che è $\frac{2}{2}$. (giunto a $12\frac{1}{2}$. dopo del $6\frac{1}{2}$. prima parte, per formarne il $13\frac{1}{2}$. denominatore del rotto, ò seconda parte della R, vi è $\frac{2}{2}$. che moltiplicato via detto $\frac{1}{2}$. rotto, ò seconda parte della R, fa $\frac{1}{2}$. che è quanto manca al quadrato della R, per arriuare al $41\frac{1}{4}$. Onde conosciamo, che è di molto vantaggio per trouare se più prossima al vero, il giögere al doppio della prima parte della R, non interamente vn'intero, ma solo vn rotto facile, che non sia minore, cioè che sia eguale, ò poco maggiore di quello, che è formato dall'auanzo, & dal doppio di detta prima parte della R, & così formarne il vero denominatore propinquo, come si è fatto in questo caso di sopra, giungendo $\frac{1}{2}$. al $12\frac{1}{2}$. & facendo essere il denominatore $12\frac{1}{2}$. & però il rotto, ò seconda parte della R $\frac{1}{12\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{2}{25}$. essendo la prima parte $6\frac{1}{2}$. & però la R totale $6\frac{1}{25}$.

Et dicèdo di $41\frac{5}{8}$. la R scarfa essere $6\frac{5}{8}$.

Quadrifì $6\frac{60}{133}$ cioè $6\frac{6}{13}$. cioè $6\frac{6}{13}$.
 720 Per trouare il mancamento.
 Da $\frac{1}{2}$. rotto totale a $\frac{1}{2}$.
 55 rotto aggiun
 133 $1\frac{1}{2}$. $2211\frac{1}{2}$ to al primo
 7315 li $11055\frac{1}{2}$ denomin. vi è
 3600 manca $140\frac{1}{2}$. che
 10915 può mca i 1125 moltiplicato
 il $41\frac{5}{8}$ 17689 341512 via $\frac{1}{2}$. fa
 $\frac{1}{2}$. che è il mancamento detto.

Altri esempj.

Pigli la R di 30. Ella è $4\frac{4}{5}$. cioè $4\frac{4}{5}$.

Da $\frac{1}{2}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. aggiunto all'8. primo denominatore, vi è $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{2}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{4}{5}$. ad arriuare a 20.

Pigli la R di 18. Ella è $4\frac{3}{4}$. cioè $4\frac{3}{4}$.

Quadrifì $4\frac{8}{33}$ 64 Il quad. è $17\frac{1087}{1089}$
 33 1023
 31 1087
 33 1089 manca io 2
 1089

Ouero. Cauato $\frac{1}{2}$. rotto totale da $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, resta $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{2}$. che è il mancamento.

Et notifi, che se bene s'è dato per regola, che al denominatore primiero si gionga rotto, che sia eguale, ò maggiore (cioè non minore) del rotto formato dall'auanzo, & da effo primiero denominatore (cioè dal doppio dell'intero, ò prima parte della R) non è perciò, che si voglia inferire, che non si possano trouare delli rotti minori d'effo primiero rotto, che gionti a detto primiero denominatore, non facciano R tale, che sia alquanto minore del douere; ma si è data la regola in quel modo, perche giogendoli rottò eguale, ò maggiore del detto rotto primiero, allhora siamo sicuri, che di necessità la R così formata sarà alquanto minore del douere, che quando se li giogesse rotto minore del primiero, potria bene essere, che egli fusse tale, che la R fusse minore del douere, ma potria anco esser tale, che la R faria maggiore del douere. Che nel pigliare la R di 18. dicendo ella essere $4\frac{3}{4}$. (maggiore del vero) se al denominatore R giogeteremo solo $\frac{1}{2}$. rotto minore del $\frac{1}{2}$. Ouero $\frac{1}{4}$. rotto pur minore del $\frac{1}{2}$. in l'vno, ò in l'altro modo

Et dicèdo di $41\frac{5}{8}$. la R scarfa essere $6\frac{5}{8}$.

Quadrifì $6\frac{60}{133}$ cioè $6\frac{6}{13}$. cioè $6\frac{6}{13}$.
 720 Per trouare il mancamento.
 Da $\frac{1}{2}$. rotto totale a $\frac{1}{2}$.
 55 rotto aggiun
 133 $1\frac{1}{2}$. $2211\frac{1}{2}$ to al primo
 7315 li $11055\frac{1}{2}$ denomin. vi è
 3600 manca $140\frac{1}{2}$. che
 10915 può mca i 1125 moltiplicato
 il $41\frac{5}{8}$ 17689 341512 via $\frac{1}{2}$. fa
 $\frac{1}{2}$. che è il mancamento detto.

Et questo modo è molto facile da vsare non vi occorrendo tanti rotti, come ne gl'altri, ma però è manco propinquo al vero.

Pigli la R di $130\frac{1}{2}$. Ella è $11\frac{9}{22}$. cioè $11\frac{9}{22}$.
 che è $11\frac{1}{2}$.

Quadrifì $11\frac{9}{22}$ 186 169
 $9\frac{1}{2}$ 480
 $130\frac{649}{900}$ è il $\frac{1}{2}$.
 225
 13
 che fino a $130\frac{675}{900}$
 mca $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$.

Et questa R $11\frac{9}{22}$. è ancora più propinqua, che se lassando andare il $\frac{1}{2}$. del $130\frac{1}{2}$. & pigliando solo il 130. si dicesse la sua R essere $11\frac{1}{2}$. formàdo il denominatore del rotto col solo doppio dell'intero; Cioè lassando il $\frac{1}{2}$. del $130\frac{1}{2}$. in vece dell' $\frac{9}{22}$. quad. del rotto $\frac{1}{2}$. in che il quad. di $11\frac{1}{2}$. superaria il 130. Però conosciamo, ch'il pigliare la R scarfa nel modo già detto superiore, è bello, & facile.

modo la $\frac{1}{8}$ sarà minore del douere, Et si poteranno trouare innumerabili rotti minori di $\frac{1}{8}$. (poiche fra $\frac{1}{8}$ & $\frac{1}{16}$, & fra $\frac{1}{16}$ & $\frac{1}{32}$, & fra $\frac{1}{32}$ & $\frac{1}{64}$, & fra $\frac{1}{64}$ & $\frac{1}{128}$, & fra $\frac{1}{128}$ & $\frac{1}{256}$, & fra $\frac{1}{256}$ & $\frac{1}{512}$, & fra $\frac{1}{512}$ & $\frac{1}{1024}$, & fra $\frac{1}{1024}$ & $\frac{1}{2048}$, & fra $\frac{1}{2048}$ & $\frac{1}{4096}$, & fra $\frac{1}{4096}$ & $\frac{1}{8192}$, & fra $\frac{1}{8192}$ & $\frac{1}{16384}$, & fra $\frac{1}{16384}$ & $\frac{1}{32768}$, & fra $\frac{1}{32768}$ & $\frac{1}{65536}$, & fra $\frac{1}{65536}$ & $\frac{1}{131072}$, & fra $\frac{1}{131072}$ & $\frac{1}{262144}$, & fra $\frac{1}{262144}$ & $\frac{1}{524288}$, & fra $\frac{1}{524288}$ & $\frac{1}{1048576}$, & fra $\frac{1}{1048576}$ & $\frac{1}{2097152}$, & fra $\frac{1}{2097152}$ & $\frac{1}{4194304}$, & fra $\frac{1}{4194304}$ & $\frac{1}{8388608}$, & fra $\frac{1}{8388608}$ & $\frac{1}{16777216}$, & fra $\frac{1}{16777216}$ & $\frac{1}{33554432}$, & fra $\frac{1}{33554432}$ & $\frac{1}{67108864}$, & fra $\frac{1}{67108864}$ & $\frac{1}{134217728}$, & fra $\frac{1}{134217728}$ & $\frac{1}{268435456}$, & fra $\frac{1}{268435456}$ & $\frac{1}{536870912}$, & fra $\frac{1}{536870912}$ & $\frac{1}{1073741824}$, & fra $\frac{1}{1073741824}$ & $\frac{1}{2147483648}$, & fra $\frac{1}{2147483648}$ & $\frac{1}{4294967296}$, & fra $\frac{1}{4294967296}$ & $\frac{1}{8589934592}$, & fra $\frac{1}{8589934592}$ & $\frac{1}{17179869184}$, & fra $\frac{1}{17179869184}$ & $\frac{1}{34359738368}$, & fra $\frac{1}{34359738368}$ & $\frac{1}{68719476736}$, & fra $\frac{1}{68719476736}$ & $\frac{1}{137438953472}$, & fra $\frac{1}{137438953472}$ & $\frac{1}{274877906944}$, & fra $\frac{1}{274877906944}$ & $\frac{1}{549755813888}$, & fra $\frac{1}{549755813888}$ & $\frac{1}{1099511627776}$, & fra $\frac{1}{1099511627776}$ & $\frac{1}{2199023255552}$, & fra $\frac{1}{2199023255552}$ & $\frac{1}{4398046511104}$, & fra $\frac{1}{4398046511104}$ & $\frac{1}{8796093022208}$, & fra $\frac{1}{8796093022208}$ & $\frac{1}{17592186044416}$, & fra $\frac{1}{17592186044416}$ & $\frac{1}{35184372088832}$, & fra $\frac{1}{35184372088832}$ & $\frac{1}{70368744177664}$, & fra $\frac{1}{70368744177664}$ & $\frac{1}{140737488355328}$, & fra $\frac{1}{140737488355328}$ & $\frac{1}{281474976710656}$, & fra $\frac{1}{281474976710656}$ & $\frac{1}{562949953421312}$, & fra $\frac{1}{562949953421312}$ & $\frac{1}{1125899906842624}$, & fra $\frac{1}{1125899906842624}$ & $\frac{1}{2251799813685248}$, & fra $\frac{1}{2251799813685248}$ & $\frac{1}{4503599627370496}$, & fra $\frac{1}{4503599627370496}$ & $\frac{1}{9007199254740992}$, & fra $\frac{1}{9007199254740992}$ & $\frac{1}{18014398509481984}$, & fra $\frac{1}{18014398509481984}$ & $\frac{1}{36028797018963968}$, & fra $\frac{1}{36028797018963968}$ & $\frac{1}{72057594037927936}$, & fra $\frac{1}{72057594037927936}$ & $\frac{1}{144115188075855872}$, & fra $\frac{1}{144115188075855872}$ & $\frac{1}{288230376151711744}$, & fra $\frac{1}{288230376151711744}$ & $\frac{1}{576460752303423488}$, & fra $\frac{1}{576460752303423488}$ & $\frac{1}{1152921504606846976}$, & fra $\frac{1}{1152921504606846976}$ & $\frac{1}{2305843009213693952}$, & fra $\frac{1}{2305843009213693952}$ & $\frac{1}{4611686018427387904}$, & fra $\frac{1}{4611686018427387904}$ & $\frac{1}{9223372036854775808}$, & fra $\frac{1}{9223372036854775808}$ & $\frac{1}{18446744073709551616}$, & fra $\frac{1}{18446744073709551616}$ & $\frac{1}{36893488147419103232}$, & fra $\frac{1}{36893488147419103232}$ & $\frac{1}{73786976294838206464}$, & fra $\frac{1}{73786976294838206464}$ & $\frac{1}{147573952589676412928}$, & fra $\frac{1}{147573952589676412928}$ & $\frac{1}{295147905179352825856}$, & fra $\frac{1}{295147905179352825856}$ & $\frac{1}{590295810358705651712}$, & fra $\frac{1}{590295810358705651712}$ & $\frac{1}{1180591620717411303424}$, & fra $\frac{1}{1180591620717411303424}$ & $\frac{1}{2361183241434822606848}$, & fra $\frac{1}{2361183241434822606848}$ & $\frac{1}{4722366482869645213696}$, & fra $\frac{1}{4722366482869645213696}$ & $\frac{1}{9444732965739290427392}$, & fra $\frac{1}{9444732965739290427392}$ & $\frac{1}{18889465931478580854784}$, & fra $\frac{1}{18889465931478580854784}$ & $\frac{1}{37778931862957161709568}$, & fra $\frac{1}{37778931862957161709568}$ & $\frac{1}{75557863725914323419136}$, & fra $\frac{1}{75557863725914323419136}$ & $\frac{1}{151115727451828646838272}$, & fra $\frac{1}{151115727451828646838272}$ & $\frac{1}{302231454903657293676544}$, & fra $\frac{1}{302231454903657293676544}$ & $\frac{1}{604462909807314587353088}$, & fra $\frac{1}{604462909807314587353088}$ & $\frac{1}{1208925819614629174706176}$, & fra $\frac{1}{1208925819614629174706176}$ & $\frac{1}{2417851639229258349412352}$, & fra $\frac{1}{2417851639229258349412352}$ & $\frac{1}{4835703278458516698824704}$, & fra $\frac{1}{4835703278458516698824704}$ & $\frac{1}{9671406556917033397649408}$, & fra $\frac{1}{9671406556917033397649408}$ & $\frac{1}{19342813113834066795298816}$, & fra $\frac{1}{19342813113834066795298816}$ & $\frac{1}{38685626227668133590597632}$, & fra $\frac{1}{38685626227668133590597632}$ & $\frac{1}{77371252455336267181195264}$, & fra $\frac{1}{77371252455336267181195264}$ & $\frac{1}{154742504910672534362390528}$, & fra $\frac{1}{154742504910672534362390528}$ & $\frac{1}{309485009821345068724781056}$, & fra $\frac{1}{309485009821345068724781056}$ & $\frac{1}{618970019642690137449562112}$, & fra $\frac{1}{618970019642690137449562112}$ & $\frac{1}{1237940039285380274899124224}$, & fra $\frac{1}{1237940039285380274899124224}$ & $\frac{1}{2475880078570760549798248448}$, & fra $\frac{1}{2475880078570760549798248448}$ & $\frac{1}{4951760157141521099596496896}$, & fra $\frac{1}{4951760157141521099596496896}$ & $\frac{1}{9903520314283042199192993792}$, & fra $\frac{1}{9903520314283042199192993792}$ & $\frac{1}{19807040628566084398385987584}$, & fra $\frac{1}{19807040628566084398385987584}$ & $\frac{1}{39614081257132168796771975168}$, & fra $\frac{1}{39614081257132168796771975168}$ & $\frac{1}{79228162514264337593543950336}$, & fra $\frac{1}{79228162514264337593543950336}$ & $\frac{1}{158456325028528675187087900672}$, & fra $\frac{1}{158456325028528675187087900672}$ & $\frac{1}{316912650057057350374175801344}$, & fra $\frac{1}{316912650057057350374175801344}$ & $\frac{1}{633825300114114700748351602688}$, & fra $\frac{1}{633825300114114700748351602688}$ & $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}$, & fra $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}$ & $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}$, & fra $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}$ & $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}$, & fra $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}$ & $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}$, & fra $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}$ & $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}$, & fra $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}$ & $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}$, & fra $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}$ & $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}$, & fra $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}$ & $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}$, & fra $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}$ & $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}$, & fra $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}$ & $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}$, & fra $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}$ & $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}$, & fra $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}$ & $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}$, & fra $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}$ & $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}$, & fra $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}$ & $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}$, & fra $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}$ & $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}$, & fra $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}$ & $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}$, & fra $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}$ & $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}$, & fra $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}$ & $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}$, & fra $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}$ & $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}$, & fra $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}$ & $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}$, & fra $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}$ & $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}$, & fra $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}$ & $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}$, & fra $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}$ & $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}$, & fra $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}$ & $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}$, & fra $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}$ & $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}$, & fra $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}$ & $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}$, & fra $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}$ & $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}$, & fra $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}$ & $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}$, & fra $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}$ & $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}$, & fra $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}$ & $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}$, & fra $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}$ & $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}$, & fra $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}$ & $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}$, & fra $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}$ & $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}$, & fra $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}$ & $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}$, & fra $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}$ & $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}$, & fra $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}$ & $\frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368}$, & fra $\frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368}$ & $\frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736}$, & fra $\frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736}$ & $\frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472}$, & fra $\frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472}$ & $\frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944}$, & fra $\frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944}$ & $\frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888}$, & fra $\frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888}$ & $\frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776}$, & fra $\frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776}$ & $\frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552}$, & fra $\frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552}$ & $\frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104}$, & fra $\frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104}$ & $\frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208}$, & fra $\frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208}$ & $\frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416}$, & fra $\frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416}$ & $\frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832}$, & fra $\frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832}$ & $\frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664}$, & fra $\frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664}$ & $\frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328}$, & fra $\frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328}$ & $\frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656}$, & fra $\frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656}$ & $\frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312}$, & fra $\frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312}$ & $\frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624}$, & fra $\frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624}$ & $\frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248}$, & fra $\frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248}$ & $\frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496}$, & fra $\frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496}$ & $\frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992}$, & fra $\frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992}$ & $\frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984}$, & fra $\frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984}$ & $\frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968}$, & fra $\frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968}$ & $\frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936}$, & fra $\frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936}$ & $\frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872}$, & fra $\frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872}$ & $\frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744}$, & fra $\frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744}$ & $\frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488}$, & fra $\frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488}$ & $\frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976}$, & fra $\frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976}$ & $\frac{1}{2923003274661805836407369665432566039311865085952}$, & fra $\frac{1}{29230032746618058364073696654325660393118650$

Di qui conosciamo, che quando il rotto aggiunto al denominatore primiero (cioè al doppio dell'intero, o prima parte della x .) è maggiore del rotto totale, allhora la x così formata è minore del douere, & il quadrato d'essa manca ad arriuare al numero proposto, di che s'è presa la x , tanto, quanto importa a moltiplicare quello, in che il rotto totale è minore dell'aggiunto, via esso totale. Ma quando il rotto aggiunto al denominatore primiero è minore del rotto totale, allhora la x così formata sarà maggiore del douere, & il quadrato d'essa sopra il numero proposto, di che s'è presa la x in tanto, quanto importa a moltiplicare quello, in che il rotto totale è maggiore dell'aggiunto, via esso rotto totale. Onde quando il rotto totale fusse a punto eguale all'aggiunto, allhora la x così formata faria precise la vera x , & però conoscere il numero proposto di che ella si fusse presa essere numero quadrato. Cioè quando occorra, che al denominatore primiero si possa aggiungere rotto tale, che sia poi eguale al rotto totale, allhora il numero di che si piglia la x , sarà numero quadrato precise, & la x così formata sarà precise la sua vera x , poiche anco di necessità il quadrato d'essa sarà anco egli eguale al numero di che si farà presa la x . Ma quando occorra, che non sia possibile trouarsi rotto, che giunto al denominatore primiero formi rotto totale eguale ad esso aggiunto, allhora non sarà similmente possibile, che si troui quantità, che moltiplicata in se stessa, produciui numero eguale al proposto da pigliarne la x , & però esso numero proposto non potrà essere quadrato. Et conuersamente quando il numero proposto sia quadrato, sarà sempre possibile trouarsi rotto tale, che giunto al denominatore primiero, formarà rotto totale eguale ad esso aggiunto. Ma quando il numero proposto non sia quadrato, sarà sempre impossibile (come s'è detto) poterli trouare rotto tale, che giunto al denominatore primiero, formi rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto. Et che si possa, o non si possa nel pigliare la x d'un numero proposto nel modo detto, trouare rotto, che giunto al denominatore primiero, formi rotto totale eguale al rotto, che si dice di giungere, noi potiamo chiarircene, mediante l'Algebra, o Regola della Cosa, del che si daranno li seguenti esempi, per satisfare alli curiosi, & vaghi della diuersità, che intendono essa Regola della Cosa.

Nel pigliare la x di $23\frac{1}{8}$, sia che si dica ella essere 4, & $\frac{7}{8}$. Hora cerchisi vn rotto, che giunto ad 8, formi rotto totale eguale al cercato; però poniamo egli essere 1, che giunto ad 8, fa 8. $\bar{p}$ 1, & così il rotto totale sarà $\frac{7}{8}\bar{p}$ 1, & questo douerà essere eguale ad 1, aggiunto; Onde haueremo $\frac{7}{8}\bar{p}$ 1, eguale ad 1, per trouare il valore della x , moltiplichisi ciascuna parte per 8 $\bar{p}$ 1, (denominatore della prima parte) & haueremo $7\frac{1}{8}$, eguale ad 8 + $\bar{p}$ 1, per ilche al quadrato del numero della metà delle 2, cioè a 16, giouo il numero della equatione $7\frac{1}{8}$, fa $23\frac{1}{8}$, del che presa la x quadrata, ella è $4\frac{1}{8}$, & di questo cauato 4, metà del numero delle 2, resta $\frac{1}{8}$, per il valore della Cosa, & però il rotto cercato posto 1, sarà $\frac{1}{8}$, che giunto all'8, denominatore primiero, fa 8 $\frac{1}{8}$, & così haueremo $\frac{17}{8}\frac{1}{8}$, che è a punto $\frac{1}{8}$, dal che concluderemo, che $23\frac{1}{8}$ è numero quadrato (come anco ci è bisognato cercare, con la operatione Algebrica, & noi al suo luogo mostraremo come si conosca se vn numero rotto, o misto è quadrato, & come si troui la sua x) & che la sua x è precise $4\frac{1}{8}$, cioè $4\frac{1}{8}$. Et dicendosi la x di detto $23\frac{1}{8}$, essere $4\frac{1}{8}$, & $\frac{3}{8}$. Cercando hora il rotto, che giunto a 9, formi rotto totale eguale al cercato, poneremo egli essere 1, che giunto a 9, fa 9 $\bar{p}$ 1, & così il rotto totale sarà $\frac{3}{9}\bar{p}$ 1, & questo douerà essere eguale ad 1, aggiunto; onde haueremo $\frac{3}{9}\bar{p}$ 1, eguale ad 1, per trouare il valore della x , moltiplichisi ciascuna parte per 9 $\bar{p}$ 1, (denominatore della prima parte) & haueremo 3 $\frac{1}{9}$, eguale a 9 + $\bar{p}$ 1, per ilche al quadrato della metà del numero delle 2, cioè al quadrato di 4, che è 16, giongeremo il numero della equatione, che è 3 $\frac{1}{9}$, & fa $23\frac{1}{9}$, del che si piglia la x quadrata, cioè di $4\frac{1}{9}$, & ella è $4\frac{1}{9}$, cioè $4\frac{1}{9}$, & di questo si cauà 4, metà del 9, numero delle 2, & resta $\frac{1}{9}$, il che è il valore della x , & però il rotto cercato posto 1, Cosa, farà $\frac{1}{9}$, che giunto al 9, denominatore primiero, fa 9 $\frac{1}{9}$, & così haueremo $\frac{3}{9}\frac{1}{9}$, che è a punto $\frac{1}{9}$, cioè a punto eguale all'1, rotto aggiunto; dal che si concluderà, che il $23\frac{1}{9}$ è numero quadrato, & che la sua x è precise $4\frac{1}{9}$, & $\frac{1}{9}$, cioè $4\frac{1}{9}$.

Di qui si vede (come anco facilmente si può conoscere col semplice giudicio) che nelli numeri quadrati quel rotto, che gionto al de nominatore primiero, deue fare rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto, è necessariamente quel rotto, che si troua, sottrando la prima parte della $\frac{5}{8}$, dalla vera totale del numero quadrato proposto: per il che di $21\frac{1}{4}$, numero quadrato, la vera $\frac{5}{8}$ del quale è $4\frac{5}{8}$. se diremo la prima parte della $\frac{5}{8}$ essere 4 . & con l'auanzo formaremo $\frac{7\frac{1}{4}}{8}$. all'8. doueremo giungere il $\frac{5}{8}$. che si troua à cauare 4 . prima parte della $\frac{5}{8}$, dal $\frac{5}{8}$. che veramente è la $\frac{5}{8}$ totale, che così il rotto $\frac{7\frac{1}{4}}{8}$. farà à punto il $\frac{5}{8}$. che gionto al 4 . formerà la vera $\frac{5}{8}$ totale $4\frac{5}{8}$. Et dicendosi di $21\frac{1}{4}$. la prima parte della $\frac{5}{8}$ essere $4\frac{1}{4}$. & con l'auanzo formando $\frac{3\frac{1}{4}}{9}$. al 9. doueremo giungere l' $\frac{1}{9}$. che si troua à cauare $4\frac{1}{4}$. prima parte della $\frac{5}{8}$, dal $4\frac{5}{8}$. che veramente è la $\frac{5}{8}$ totale, che così il rotto $\frac{3\frac{1}{4}}{9}$. farà à punto l' $\frac{1}{9}$. quale gionto al $4\frac{1}{4}$. formerà la vera $\frac{5}{8}$ totale $4\frac{5}{8}$.

Et pigliando la $\frac{5}{8}$ di $21\frac{1}{4}$. se diremo ella essere 4 . & $\frac{5}{8}$. Per cercare vn rotto, che gionto ad 8. facci rotto totale eguale all'aggiunto. Poneremo egli essere $1\frac{1}{8}$. che gionto ad 8. farà $8\frac{5}{8}$ $1\frac{1}{8}$. però haueremo $\frac{5\frac{1}{8}}{8\frac{5}{8}}$. per rotto totale, & questo douerà essere eguale ad $1\frac{1}{8}$. & consequentemente $5\frac{1}{8}$. douerà essere eguale ad $8\frac{5}{8}$ $1\frac{1}{8}$. onde per trouare il valore della Cosa, à 16. quadrato della metà del numero delle 2. giungeremo $5\frac{1}{8}$. numero della equatione, & farà $21\frac{1}{4}$. dal che pigliaremo la $\frac{5}{8}$ quadrata, che farà $21\frac{1}{4}$. & di questo cauaremo 4 . metà del numero delle 2. che resta $17\frac{1}{4}$. il che è il valore della Cosa, & però questo $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. farà la quantità da giungere all'8. primiero denominatore, & allhora per rotto totale haueremo $\frac{5\frac{1}{8}}{8\frac{5}{8}}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. cioè $\frac{5\frac{1}{8}}{21\frac{1}{4}}$. che è $\frac{5}{8}$. da partire per $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ $\frac{5}{8}$. onde multiplicando ciascuna delle due quantità per $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. (reciso, & residuo del binomio partitore) si ridurrà ad hauere $5\frac{1}{8}$. per partitore, & per quantità da partire il prodotto di $5\frac{1}{8}$. via $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. Et hora partito ciascuna delle due quantità per $5\frac{1}{8}$. il partitore si ridurrà ad 1. & la quantità da partire à $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. sì che l'auuenimento farà $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$ in 4. & questo farà il valore del rotto totale (che bene è eguale alla quantità aggiunta all'8. denominatore primiero) quale gionto à 4. intero, & prima parte della $\frac{5}{8}$, farà $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$. & questo è la $\frac{5}{8}$ del proposto $21\frac{1}{4}$. Onde vediamo, che dall'operare in questo modo, ritorniamo ad hauere quello, che haueuamo in prima, cioè non habbiamo trouato qual sia la vera $\frac{5}{8}$ di $21\frac{1}{4}$. come si domandaua, & ciò nasce, perche la vera $\frac{5}{8}$ di $21\frac{1}{4}$. non si può dire essere altro, che $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$. poiche detto $21\frac{1}{4}$. è numero non quadrato. Cerchi dunque con questo modo di trouarla almeno propinquamente, così. Noi sappiamo, che essendo l'intero, & prima parte della $\frac{5}{8}$ il 4. allhora il rotto totale trouato, come di sopra, douerà

essere $\frac{5\frac{1}{8}}{4\frac{5}{8}}$ $21\frac{1}{4}$. però vediamo di trouare il valore di questo rotto vicino al vero, & per farlo, cominciando al denominatore, consideriamo con le regole ordinarie, quanto importa $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$. (parte d'esso denominatore) che vedremo ella importare quasi $4\frac{5}{8}$. ma essere maggiore di $4\frac{5}{8}$. però il totale denominatore $4\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$. non arriuerà ad $8\frac{5}{8}$. ma passerà $8\frac{5}{8}$. Et perche quando il denominatore è più grande del douere, allhora il rotto, che se ne forma è manco del douere, & quando il denominatore è più piccolo del douere, allhora il rotto, che se ne forma è più del douere; se diremo il denominatore essere $8\frac{5}{8}$. maggiore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{8}}{8\frac{5}{8}}$ $21\frac{1}{4}$ farà manco del douere, & però gionto al 4. intero, & prima parte della $\frac{5}{8}$, che farà 4 . & $\frac{5}{8}$. $\frac{5\frac{1}{8}}{8\frac{5}{8}}$ $21\frac{1}{4}$. cioè $4\frac{5}{8}$. questo farà manco del douere, cioè farà $\frac{5}{8}$ $21\frac{1}{4}$. proposto. Ma se diremo il denominatore essere $8\frac{5}{8}$. minore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{8}}{8\frac{5}{8}}$ $21\frac{1}{4}$ farà più del douere, & però gionto al 4. intero, & prima parte della $\frac{5}{8}$, che farà $4\frac{5}{8}$. cioè $4\frac{5}{8}$. questo farà

farà maggiore del douere, cioè sarà $\frac{88}{139}$ eccedente del $21\frac{1}{2}$. proposto, però concluderemo, che di $21\frac{1}{2}$. la $\frac{88}{139}$ propinqua minore del douere è $4\frac{5}{8}$. ma la $\frac{88}{139}$ propinqua maggiore del douere è $4\frac{1}{8}$. Et la differenza di queste due radici, cioè quello, che resta à sottrarre $\frac{5}{8}$ da $\frac{1}{8}$. è $\frac{4}{8}$.

$\frac{88}{139}$ B A $\frac{99}{139}$ 139. via 99. consta di 139. via 88. Et di 139. via 11.

139. 155 155. via 88. consta di 139. via 88. Et di 16. via 88.

Però remosso comunemente 139. via 88. haueremo dalla parte d'A, 139. via 11. cioè 1519. Et dalla parte di B 16. via 88. cioè 1408. che cauato il pertinente al B, dal pertinente all'A, resta 121. per numeratore della differenza di B, ad A. Essendo denominatore il prodotto de' denominatori d'A, & B, tra loro.

Dalle cose dette si viene à conoscere, che per formare il denominatore al rotto totale, ò seconda parte della $\frac{88}{139}$; se noi vogliamo, che la $\frac{88}{139}$ sia (scarfa, cioè minore del vero, noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intero, ò prima parte della $\frac{88}{139}$, ad esso giungeremo vn rotto eguale à questo primo rotto trouato, cioè che habbi l'istesso numeratore, & l'istesso denominatore (Onde per trouare la $\frac{88}{139}$ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5}{8}$, all'8. denominatore si giungerà il medesimo rotto $\frac{5}{8}$. & farà $\frac{5}{8}$.) & il rotto totale for-

matone insieme con l'intero, ò prima parte, componeranno $\frac{88}{139}$ (scarfa, ò minore del douere, la quantità della scarfezza del quadrato della quale si troua sempre nel modo già detto, cioè moltiplicando il rotto totale per quello, che resta à cauare esso rotto totale dal rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà la scarfezza detta. Ma se vorremo, che la $\frac{88}{139}$ sia eccedente, cioè maggiore del vero (propinquamente però) noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intero, ò prima parte della $\frac{88}{139}$, ad esso denominatore primiero giungeremo vn rotto, che per numeratore habbi l'istesso numero, che hà per numeratore il denominatore primiero (cioè che sia l'auanzo della radice) ma che per denominatore habbi 1. più di quello, che è il denominatore primiero, cioè che sia 1. più del doppio dell'intero, ò prima parte della $\frac{88}{139}$, onde per trouare la $\frac{88}{139}$ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5}{8}$, all'8. denominatore giungeremo $\frac{5}{9}$. (rotto, che hà il numeratore eguale al numeratore primiero, & il denominatore 1. vnità maggiore, che l'8. denominatore primiero) & haueremo

$\frac{5}{8}$ per rotto, ò seconda parte della $\frac{88}{139}$, quale giòto al 4. intero, ò prima parte, formerà $4\frac{5}{8}$

che sarà $\frac{88}{139}$ eccedente. La quantità dell'eccesso del quadrato della quale si troua sempre con la rego la vniuersale già detta, che è moltiplicando il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà l'eccesso cercato.

Et per mostrare ancora più intrinsecamente il modo di pigliare le radici (scarfe, & le eccedenti propinque delli numeri proposti non quadrati, dico che dall'operare d'Algebra nel pigliare la $\frac{88}{139}$ di $21\frac{1}{2}$. che trouiamo ella essere 4. & $\frac{5}{8}$ (cioè 4. & vn rotto, che hà per nume-

ratore il $\frac{5}{8}$. auanzo della $\frac{88}{139}$. & per denominatore vn numero, che è composto dall'intero 4. detto, & dalla $\frac{88}{139}$ totale incognita del $21\frac{1}{2}$. proposto) si viene à conoscere, che sempre, che al 4. parte del totale denominatore giungeremo quantità, che veramente ecceda il valore di $\frac{88}{139}$ di $21\frac{1}{2}$. allhora (perche il denominatore totale sarà più del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà manco del douere) la $\frac{88}{139}$ così trouata, cioè composta dall'intero, & rotto ultimamente formato sarà minore del douere. Ma (sempre, che al 4. parte del total denominatore (& è sempre l'intero, ò prima parte della $\frac{88}{139}$) giungeremo quantità, che veramente sia minore del valore di $\frac{88}{139}$ di $21\frac{1}{2}$. allhora (perche il denominatore totale sarà manco del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà maggiore del douere) la $\frac{88}{139}$ così trouata sarà maggiore del douere. Perilche noi potiamo dar Regola di trouare la $\frac{88}{139}$ propinqua delli numeri, dicendo.

Proposto vn numero, per trouarne la sua $\frac{88}{139}$ quadra propinqua. Piglisi per prima parte della $\frac{88}{139}$ l'intero propinquo, ò vn numero misto d'intero, & rotto più propinquo à nostro beneplacito,

Causi $\frac{88}{139}$ da $\frac{99}{155}$ è maggiore d' $\frac{88}{139}$ in 11. caua 1408. da 1519. resta 121. per numeratore, essendo denominatore 139. via 155. cioè 21545. però il restante sarà $\frac{121}{139 \times 155}$.

cioè: & quello, che resta à euare il quadrato di questa prima parte, dal numero proposto, si pona sopra ad vna riga per numeratore, poi se vorremo, che la R propinqua cercata sia minore del vero, cioè scarfa, noi presa vna quantità, che ecceda il valore della g del numero proposto (*& di quanto manco lo eccederà, tanto maggiore propinquità baueremo*) la giogeremo alla prima parte della R trouata, & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato giointo alla prima parte della R , componerà g propinqua del numero proposto, minore del vero. Ma se vorremo, che la g cercata sia maggiore del vero, cioè eccedente, noi presa vna quantità, che non ecceda, cioè che sia minore del valore della g del numero proposto (*& di quanto manco sarà minore, tanto maggior propinquità baueremo*) la giogeremo alla prima parte trouata della R , & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato giointo alla prima parte della g , componerà g propinqua eccedente del numero proposto.

Et notifi, che quando auuenisse, che si potesse trouare vna quantità, quale fusse precisamente eguale al valore della R del numero proposto (*ciò che il numero proposto fusse quadrato*) allhora giointa essa quantirà nel modo detto alla prima parte della g trouata, & la somma posta sotto alla riga per denominatore, il rotto così formato giointo alla prima parte della R , componerà g precise del numero proposto. Che per esempio proponendosi $18\frac{7}{8}$, da trouarne la g , noi dicendo l'intero, ò prima parte d'essa essere 4. & l'auanzo $2\frac{7}{8}$, posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla R del $18\frac{7}{8}$, che hora si può pigliare, & è $4\frac{1}{4}$, & giointala à 4. intero, ò prima parte della R , fà $8\frac{1}{4}$, & questo è il denominatore,

però il rotto sarà $\frac{2\frac{7}{8}}{8\frac{1}{4}}$, che con il 4. intero, ò prima parte della R , fà $4\frac{2\frac{7}{8}}{8\frac{1}{4}}$, cioè $4\frac{1}{4}$, & questa è la R precise del $18\frac{7}{8}$.

Ancora proposto $14\frac{1}{2}$, da trouarne la R , dicendo l'intero, ò prima parte d'essa essere 3. & l'auanzo $5\frac{1}{2}$, posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla g del $14\frac{1}{2}$, che hora si può pigliare, & è $3\frac{1}{2}$, & giointala à 3. intero,

ò prima parte della R , fà $6\frac{1}{2}$, & questo è il denominatore, però il rotto sarà $\frac{5\frac{1}{2}}{6\frac{1}{2}}$, quale con l'intero, ò prima parte della g , fà $3\frac{5\frac{1}{2}}{6\frac{1}{2}}$, cioè $3\frac{1}{2}$, & questa è la R precise del $14\frac{1}{2}$.

Et se nel trouare la R del $14\frac{1}{2}$, hauessimo detto la prima parte d'essa essere $3\frac{1}{2}$, l'auanzo del suo quadrato $12\frac{1}{4}$, fino al $14\frac{1}{2}$, faria $2\frac{1}{4}$, da ponere sopra ad vna riga per numeratore, poi presa la quantità eguale alla R del $14\frac{1}{2}$, che è $3\frac{1}{2}$, & giointala à $3\frac{1}{2}$, prima parte della g , fà 7. da ponerè sotto alla riga per denominatore, & però il rotto sarà $\frac{2\frac{1}{4}}{7}$,

cioè $\frac{1}{7}$, che è $\frac{1}{7}$, quale con il $3\frac{1}{2}$, prima parte della R , fà $3\frac{1}{7}$, & $\frac{1}{7}$, cioè $3\frac{1}{7}$, che è la g precise del $14\frac{1}{2}$, proposto. Et così sempre, che il numero proposto da trouare la g sia quadrato, ne seguirà, che se posto per prima parte della sua R , che numero si vogli, & l'auanzo posto sopra ad vna riga per numeratore, poneremo sotto ad essa riga per denominatore il numero, che nasce à sommare la prima parte della R , con la g d'esso numero proposto, allhora il rotto così formato giointo alla prima parte della g , componerà di nuouo la precise R del num. proposto.

Esempio nella R scarfa. Piglisi la R scarfa di $32\frac{1}{2}$. Sia 5. la prima parte, che auanzarà 7. per numeratore del rotto, ò seconda parte della g , Et per trouare il denominatore, diremo, la g propinqua, ma eccedente del proposto $32\frac{1}{2}$, è $5\frac{7}{10}$, cioè $5\frac{1}{2}$, quale si gioga à 5. prima parte trouata della g , & fà $10\frac{1}{2}$, & questo sarà il denominatore, però il rotto totale, ò seconda parte della R , sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{10\frac{1}{2}}$, cioè $\frac{1}{2}$, che con il 5. intero, ò prima parte, fà $5\frac{1}{2}$, che è la R cercata.

Et questo modo si conforma à punto con l'altro modo vniuersale già detto, cioè formano à punto vna istessa g scarfa, quando noi poniamo la prima parte d'essa essere realmente numero intero. Et nel pigliare la R scarfa del $32\frac{1}{2}$, proposto, dicendosi la prima parte essere $5\frac{1}{2}$, auanzarà $\frac{1}{2}$, per numeratore, & quanto al denominatore, la R propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$, è $5\frac{7}{10}$, cioè $5\frac{1}{2}$, quale giointo al $5\frac{1}{2}$, prima parte

5 ³⁰	Quadrifi
43	
642	900
43	1849
857	924 ¹
1849	67 ¹
māca in	115
	3698

Per trouare il mancamento. Da $\frac{1}{2}$, rotto totale à $\frac{1}{2}$, in che il $10\frac{1}{2}$, denom. supera il doppio del 5. prima parte della g , vi è $\frac{1}{2}$, quale moltiplicato per $\frac{1}{2}$, rotto totale, fà $\frac{1}{4}$, che è il mancamento cercato.

Et questo modo si conforma à punto con l'altro modo vniuersale già detto, cioè formano à punto vna istessa g scarfa, quando noi poniamo la prima parte d'essa essere realmente numero intero. Et nel pigliare la R scarfa del $32\frac{1}{2}$, proposto, dicendosi la prima parte essere $5\frac{1}{2}$, auanzarà $\frac{1}{2}$, per numeratore, & quanto al denominatore, la R propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$, è $5\frac{7}{10}$, cioè $5\frac{1}{2}$, quale giointo al $5\frac{1}{2}$, prima parte

te tro-

te tro-

te trobata della $\frac{1}{2}$, fa $11\frac{1}{2}$, che farà il denominatore, onde per rotto totale haueremo $\frac{2}{11\frac{1}{2}}$, cioè $\frac{4}{23}$, che è $\frac{1}{5}$, & questo, insieme con il $\frac{1}{5}$, prima parte della $\frac{1}{2}$, fa $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$, per la $\frac{1}{2}$ (scarfa propinqua cercata). Il quadrato della quale per arriuare al $35\frac{1}{2}$, è scarlo in $\frac{1}{10}$, che si troua dicendo. Da $\frac{1}{10}$, rotto totale ad $\frac{1}{5}$, in che l'11 denominatore supera 11. doppio di $\frac{1}{5}$. Prima parte della $\frac{1}{2}$, vi è $\frac{1}{10}$, quale moltiplicato via $\frac{1}{5}$, rotto totale, fa $\frac{1}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$, che è il mancamento cercato. Ma quando noi poneremo la prima parte della $\frac{1}{2}$ essere numero intiero, & rotto, cioè misso, all'ora l'altre modo vnuerfale ci darà $\frac{1}{5}$ più propinquo al vero, cioè mancò scarfa, perché a l'hora il rotto totale farà maggiore del $\frac{2}{5}$, di sopra trouato, cioè il denominatore all'ora farà alquanto minore dell' $11\frac{1}{2}$, poiche verrà ad essere 13, cioè $11\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 12$, & il rotto totale sarà $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, cioè $\frac{1}{6}$, che con il $\frac{1}{5}$, prima parte della $\frac{1}{2}$, fa $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$.

Di $34\frac{1}{2}$, la $\frac{1}{2}$ scarfa sia $5\frac{1}{2}$, & 11 , & $\frac{2}{11}$, cioè & $\frac{2}{11}$, che è $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$.

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{1}{5}$, rotto totale a $\frac{1}{5}$, aggiunto all'11, primiero denominatore (doppio di $5\frac{1}{2}$, prima parte della $\frac{1}{2}$) vi è $\frac{81}{493}$, via 44, che moltiplicato via $\frac{1}{5}$, rotto totale, fa $\frac{81}{493}$, via 493, via 4, cioè 493, via 493, via 4, via 4, 986, via 986, cioè 972196, che è il mancamento.

Notifi qsto modo di cauare $\frac{1}{5}$, da $\frac{1}{5}$, 493, 44, c. 493, consta di 44, volte 11, & 9, di più, però 494 via 9 A, è quanto 44, volte 11, via 9 A. Et 9, via 9 A. Hora 44 c. via 99 B, è quanto 44, volte 11, via 9, perché 11, via 9, costituisen il 99, onde leuato questo 44, volte 99, cioè 44, volte 11, via 9, da ciascuna parte, noi haueremo solo verso A, il 9, via 9 A, che produce 81, quale farà numeratore, essendo denominatore 493, via 44, però il costante sarà $\frac{81}{493 \times 44}$.

Di $34\frac{1}{2}$, la $\frac{1}{2}$ scarfa sia $5\frac{1}{2}$, & $\frac{4}{11}$, cioè & $\frac{4}{11}$, che è $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$.

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{1}{5}$, rotto totale a $\frac{1}{5}$, in che il denominatore totale 11, & 9, supera 11, doppio del $\frac{1}{5}$, prima parte della $\frac{1}{2}$, vi è $\frac{1}{10}$, quale moltiplicato via $\frac{1}{5}$, rotto totale (che è quanto moltiplicare $\frac{1}{5}$, via $\frac{1}{5}$, ouero $\frac{1}{25}$, via $\frac{1}{11}$,) fa $\frac{1}{275}$, che è il mancamento.

Et se il numero proposto da pigliarne la $\frac{1}{2}$ scarfa sia $34\frac{1}{2}$, ponendo la prima parte essere 5, il rotto sarà $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$, cioè & $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$, 10, & $\frac{1}{10}$, cioè & $\frac{1}{10}$, che è $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$, come anco si trouaria a punto con l'altro modo vnuerfale, poiche essendo la prima parte della $\frac{1}{2}$, 5, il rotto verria ad essere $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$, cioè $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{5}$, & però la radice totale farà $5\frac{1}{5}$, medesimamente.

Et nell'altro modo vniuersale. Dicendo la R scarfa di $34\frac{1}{2}$ essere $5\frac{1}{2}$.
 & $\frac{4}{11}$ cioè & $\frac{4}{11}$ che è $\frac{4}{11}$ cioè $\frac{4}{11}$
 (uo quadrato farà minore del $34\frac{1}{2}$ pro-
 pposito in $\frac{4}{11}$. Per trouare il mancamento.
 Da $\frac{4}{11}$ rotto totale $\frac{4}{11}$ aggiunto all' 11 prime-
 ro denominatore (doppio di $5\frac{1}{2}$ prima parte della R) vi
 è $\frac{4}{11}$ quale moltiplicato via $\frac{4}{11}$ rotto tota-
 le $\frac{4}{11}$ quanto moltiplicare $\frac{4}{11}$ via $\frac{4}{11}$ fa
 che è il mancamento.

Et se nel trouare la
 radice del $34\frac{1}{2}$ pone-
 simo la prima parte ef-
 fere $5\frac{1}{2}$ il rotto faria
 $\frac{4}{11}$ cioè $\frac{4}{11}$
 & $\frac{4}{11}$ cioè $\frac{4}{11}$
 cioè $\frac{4}{11}$ però la R
 totale verria ad essere
 $\frac{4}{11}$ che è
 $\frac{4}{11}$ il quadrato del
 la quale faria scarfo
 cioè minore del $34\frac{1}{2}$
 propposito

manga 4913

Ma se ponendo pure la prima parte della R di $34\frac{1}{2}$ essere $5\frac{1}{2}$ allhora formaremo il rotto
 con l'altro modo vniuersale, egli farà $\frac{4}{11}$ cioè $\frac{4}{11}$ cioè $\frac{4}{11}$ che è alquanto mag-
 giore dell' $\frac{4}{11}$ trouato di sopra (perchè il denominatore 11 & $\frac{4}{11}$ cioè $11\frac{4}{11}$ è alquanto mi-
 nore del denominatore $5\frac{1}{2}$ & $\frac{4}{11}$ cioè di $11\frac{4}{11}$ trouato di sopra) & con il $5\frac{1}{2}$ prima parte del-
 la R faria $5\frac{1}{2}$ che perciò faria R più propinqua, cioè di scarfa, che non è il $5\frac{1}{2}$ &
 trouato di sopra, & il suo quadrato faria minore del $34\frac{1}{2}$ solo in

Pigliasi la R propin-
 qua eccedente di $32\frac{1}{2}$.
 Sia la prima parte 5 ,
 che auanzará $7\frac{1}{2}$ per
 numeratore d'altro-
 to seconda parte.
 Et per trouare il de-
 nominatore, dicasi
 La R propinqua (scar-
 fa del proposito $32\frac{1}{2}$)
 è $5\frac{7}{11}$ questa si gio-
 ga à 5 prima parte
 della R, & fa $10\frac{7}{11}$
 cioè $10\frac{7}{11}$ quale fa-
 rà il denominatore,
 & così il rotto totale,
 o seconda parte del-
 la radice farà $\frac{7}{11}$
 cioè $\frac{7}{11}$ che è $\frac{7}{11}$
 quale con il 5 prima
 parte fa $5\frac{7}{11}$ per la
 R propinqua ecceden-
 te del $32\frac{1}{2}$ proposito.
 Per trouare l'eccesso,
 diremo $\frac{7}{11}$ rotto totale è maggiore, cioè eccede
 $10\frac{7}{11}$ doppio del 5 prima parte della R in $\frac{7}{11}$ quale moltiplicato via $\frac{7}{11}$ rotto totale, fa
 $\frac{7}{11}$ che è l'eccesso. Et se nel pigliare la R propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$ proposito,
 dicessimo la prima parte essere $5\frac{1}{2}$ auanzaria $3\frac{1}{2}$ per numeratore del rotto, o seconda parte
 della R,

Esempio nella R eccedente.
 Quadrati 33 da $\frac{11}{11}$ a 33
 47 somo 22 a 47
 330 66
 1 45
 47 21
 1089 resta $\frac{11}{11}$ via 33
 1136 1034
 1209 però 94
 2109 fa 63
 eccede in 31 che è 63
 2109 4418
 Quadrati 115 da $\frac{11}{11}$ a 33
 164 164
 1150 363
 3 318
 7164 35
 318 11 via 164 164
 13225 105
 13553 105 che è
 12696 12696
 13448 l'eccesso di $\frac{11}{11}$ della R
 105
 l'eccesso è 12696

In questo sottrarre da una parte
 si lascia 22 via 30 & dall'altra 44
 via 75 che produce il medesimo
 (perche così è 44 doppio di 22 co-
 me conuersi mezo è 15 & la metà di
 30) però dalla parte destra ha-
 ueremo solo 3 via 22 che fa 66 ,
 & dalla sinistra 15 via 3 che fa
 45 quale 45 cauato da 66 re-
 starà 21 per numeratore del re-
 stante, essendo denominatore
 il prodotto di 22 via 47 cioè
 1034 & però restará $\frac{21}{1034}$
 Per trouare l'eccesso il $\frac{7}{11}$
 rotto totale eccede $\frac{7}{11}$ rotto,
 in che $11\frac{7}{11}$ denominatore to-
 tale (supera 11 doppio di $5\frac{1}{2}$
 prima parte della R) $\frac{7}{11}$
 quale moltiplicato via $\frac{7}{11}$
 rotto totale (che è quanto moltiplicare
 $\frac{7}{11}$ via $\frac{7}{11}$) fa
 $\frac{7}{11}$ il che è l'eccesso cer-
 cato.

della $\frac{1}{2}$, & per conuane il denominatore $\frac{1}{2}$ dirà, la $\frac{1}{2}$ propinqua minore, cioè scarla del $\frac{1}{2}$.
 proposto è $\frac{7}{8}$, quale si giungerà a $\frac{1}{2}$, prima parte squata della $\frac{1}{2}$, fa $\frac{3}{4}$, & questo
 farà il denominatore, & però il rocto totale verrà a $\frac{11}{8}$, cioè $\frac{1}{2}$, che è $\frac{1}{2}$.

quale giunto a $\frac{1}{2}$ prima parte della $\frac{1}{2}$, fa $\frac{3}{4}$, che (aria) la $\frac{1}{2}$ propinqua eccedente di $\frac{1}{4}$.
 proposto. Ma noi hora trattando delle $\frac{1}{2}$ eccedenti senza hauer cognizione dell'Algebra,
 o Regola della Cosa, & reduci solo del discorso generale. Se hena da quanto si è considerato
 nel trouare la $\frac{1}{2}$ (scarla, si veda anco in cognitione del modo di trouare la eccedente, potiamo
 nondimeno di più dare vna regola assai facile se trouare $\frac{1}{2}$ eccedente, & similitudine della data
 nella $\frac{1}{2}$ (scarla, che non è maggiore del vero. Però si dice, che per trouare la $\frac{1}{2}$ eccedente d'un
 numero proposto, noi preso l'intero, o prima parte della $\frac{1}{2}$, o in vece d'esso intero, o prima
 parte preso vn numero misto (cioè composto d'intero, e rocto) a bene placito, per formare poi il
 rocto, o seconda parte della $\frac{1}{2}$. Metti l'auanzo (cioè quello, che manca al quadrato della prima par-
 te per arrivare al numero proposto) sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denomina-
 tore vi si ponà il doppio dell'intero, o prima parte della $\frac{1}{2}$, & vn focto di più, quale per nume-
 ratore habbi il medesimo auanzo detto della $\frac{1}{2}$, ma per denominatore habbi il doppio più 1.
 dell'intero, o prima parte detta della $\frac{1}{2}$, & allhora questo denominatore totale così composto
 insieme con il numeratore (auanzo della $\frac{1}{2}$ detto) formerà il rocto totale, che giunto all'intero,
 o prima parte della $\frac{1}{2}$ giustouato, componerà quantità, o $\frac{1}{2}$ totale eccedente, cioè il quadra-
 to della quale supererà il numero proposto da pigliarne la $\frac{1}{2}$. Et il superamento sarà tanto,
 quanto è il prodotto, che nasce a moltiplicare il rocto totale, via quello, in che esso rocto tota-
 le supera quel rocto, che fu aggiunto al primiero denominatore, cioè al doppio dell'intero, o
 prima parte della $\frac{1}{2}$, quando se ne compose il denominatore totale. Et sappiati, che non solo
 il rocto detto, che si giunge al denominatore primiero, componendone il denominatore tota-
 le, è a proposito per formare il rocto totale, che con l'intero, o prima parte componga $\frac{1}{2}$ ecc-
 edente, ma ancora sarà a proposito d'alcun altro rocto, che giunto al denominatore primiero,
 componga denominatore totale, che insieme con il numeratore formi rocto totale, tale, che sia
 maggiore del detto rocto giunto al denominatore primiero. Et quanto maggiore sarà il rocto,
 che si giunge al denominatore primiero, & però di quanto manca il rocto totale eccederà il rocto ag-
 giunto al denominatore primiero tanto più propinqua sarà la $\frac{1}{2}$ eccedente, che trouaremo, cioè
 tanto manco sarà l'eccesso del quadrato d'essa $\frac{1}{2}$ sopra al numero proposto da pigliarne la $\frac{1}{2}$.

Sia per esempio o proposto 18: da pigliarne la $\frac{1}{2}$ propinqua eccedente. Dico del l'intero, o
 prima parte essere 4. auanzarà 2. per numeratore del rocto, o seconda parte. Il denominatore
 primiero sarà 8. doppio al 4. prima parte della $\frac{1}{2}$, & il rocto da giungere a questo 8. farà $\frac{1}{2}$.
 (che ha per numeratore il 2. medesimo auanzo, & per denominatore ha 9. che è più dell'8. o del doppio
 del 4. prima parte della $\frac{1}{2}$) & così il denominatore totale farà 8 $\frac{1}{2}$, & il rocto totale $\frac{1}{2}$, che sarà

sempre maggiore del $\frac{1}{2}$. (rocto aggiunto all'8. primiero denominatore) poiché sempre il numerato-
 re di ciascuno di loro è l'istesso 2. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè 8 $\frac{1}{2}$, non arriva-
 rà mai a 9. che è vna vnià più dell'8. sempre, & così il denominatore totale (sarà sem- pre minore
 del denominatore del rocto aggiunto, & consequentemente il rocto totale (che ha minor denomi-
 natore) sarà maggiore del rocto aggiunto (che ha maggior denominar.) Questo rocto totale giun-
 to al 4. intero, o prima parte della $\frac{1}{2}$, fa 4. & $\frac{1}{2}$, per la $\frac{1}{2}$ eccedente di 18. proposto. Et che

ella necessariamente sia eccedente, cioè che il suo quadrato superi il 18. & alquanto lo conosce-
 remo cercando il quadrato d'essa $\frac{1}{2}$. Il quadrato di 4. intero, o prima parte della $\frac{1}{2}$ è 16.
 (che fino al 18. proposto vi auanza 2.) li dui rettangoli, o prodotti, che nascono a moltiplicare il

4. prima parte della $\frac{1}{2}$, via $\frac{1}{2}$, seconda parte, sono $\frac{16}{8}$, che è manco di $\frac{16}{8}$, cioè di vna $\frac{1}{8}$.

Il che mostra, che li dui rettangoli, o prodotti detti sono sempre minori del 2. (auanzo da 16.
 quadrato della prima parte al 18. numero proposto) di tanto, quanto è il duto di $\frac{1}{2}$. rocto aggiunto
 al denominatore primiero in 2. auanzo detto;esimo del denominatore totale, cioè: 8. cui ret-
 tangoli sono sempre minori dell'auanzo, che resta a cauare il quadrato della prima parte della
 $\frac{1}{2}$ dal numero proposto, in vn rocto, che per numeratore habbi il prodotto, che nasce a moltip-
 licare il vero auanzo detto, & el rocto aggiunto al denominatore primiero (che è il quadrato del
 auanzo, & esimo del denominatore del rocto aggiunto al denominatore primiero) & per denominatore
 habbi

numeratore totale. Et perche il numeratore da trouare nel modo detto, ha da hauere per denominatore il prodotto delli denominatori, che sono 9. via $8\frac{1}{2}$. Et $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. cioè esso numero, che serue per numeratore va partito per 9. via $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. Vedendo noi che l'8 $\frac{1}{2}$. che ha da seruire per moltiplicante nel trouare il numeratore è eguale a vno delli 8 $\frac{1}{2}$. che ha da seruire per partitore, potiamo lenare questo 8 $\frac{1}{2}$. da ciascuna parte, & haueremo solo 4. via $\frac{1}{2}$. da partire per 9. via $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. Et perche il moltiplicare 4. via $\frac{1}{2}$. è quanto moltiplicare 4. via 7. & partire per 9. (qual 9. è sempre il denominatore del rotto aggiunto al denominatore primiero) douendosi poi quello, che nasce partire per 9. via $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. poriamo dire questa operatione essere quanto il moltiplicare 4. (quadrato del 2. restante della R. ò vogliamo dire prodotto da 2. restante, ò numeratore del rotto totale moltiplicato via 2. numeratore del rotto aggiunto al denominatore primiero) via 7. (differenza del numeratore del rotto aggiunto al suo denominatore) & partire il prodotto 28. per 9. via 9. via $8\frac{1}{2}$. via $8\frac{1}{2}$. cioè per 9. denominatore del rotto aggiunto, via il medesimo 9. Et via $8\frac{1}{2}$. denominatore del rotto totale, via il medesimo $8\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, & partire il prodotto 28. per quello, che nasce a moltiplicare il quadrato di 9. denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato d'8 $\frac{1}{2}$. denominat. totale. O vogliamo dire (che risulta l'istesso) & partire il 28. prodotto, per il quadrato del numero, che nasce a moltiplicare il 9. denominatore del rotto aggiunto, via l'8 $\frac{1}{2}$. denominatore totale. Et così vñsando questo modo di pigliare la R. propinqua eccedente, si potrà dire, che l'eccesso del quadrato del rotto, ò seconda parte d'essa, sopra al doppio del rettangolo, ò prodotto dell'intero, ò prima parte, via il rotto, ò seconda parte, Et consequentemente, che l'eccesso del quadrato della R. sopra al numero proposto è vn rotto, il numeratore del quale si troua moltiplicando il quadrato del 2. numeratore del rotto aggiunto, via 7. differenza d'esso numeratore 2. al suo denominatore 9. Et il denominatore del quale si troua moltiplicando il quadrato del denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato del denominatore totale. O vogliamo dire (che risulta l'istesso) Et il denominatore del quale si troua moltiplicando in se stesso il numero, che nasce a moltiplicare il denominatore del rotto aggiunto, via il denominatore del rotto totale. Ancora dicendoci da $\frac{1}{2}$. rotto

rotto aggiunto al denominatore primiero fino a $\frac{2}{8\frac{1}{2}}$. rotto totale, trouaremo la differenza (perche hanno vn medesimo numeratore 2.) dicendo, il 9. denominatore del rotto minore, supera 8 $\frac{1}{2}$. denominatore del rotto maggiore in $\frac{1}{2}$. & questo moltiplicato via 2. numeratore del rotto maggiore, farà $\frac{1}{2}$. per numeratore del restante (ò differenza, che sarà da $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto detto, a $\frac{2}{8\frac{1}{2}}$. rotto totale) essendo denominatore il prodotto delli denominatori di detti dui rotto; cioè 9. via $8\frac{1}{2}$. però $\frac{1}{2}$. farà il restante, ò differenza, che è dal rotto aggiunto, al rotto totale, & questo moltiplicandolo via il rotto totale, cioè via $\frac{1}{8\frac{1}{2}}$. farà $\frac{1}{9. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{28}{9. via 9. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$.

Quale operatione resulta l'istesso, che l'altra operatione superiore nel trouare l'eccesso del quadrato della R. Onde per regola vniuersale diremo, che. Cauato il rotto aggiunto al denominatore primiero del rotto totale, & il restante moltiplicato via il rotto totale, il prodotto sarà l'eccesso, in che il quadrato della R. supera il numero proposto da pigliarne la R. Potressimo ancora dire. Del denominatore totale 8 $\frac{1}{2}$. presa la parte istessa, che significa il $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primiero denominatore, cioè li $\frac{1}{2}$. che sono i $\frac{1}{2}$. & postolo sopra ad vna riga per numeratore, ponasi di sotto l'istesso denominatore totale 8 $\frac{1}{2}$. per denominatore, & haueremo $\frac{1}{8\frac{1}{2}}$. questo rotto hora si caui dal rotto totale $\frac{2}{8\frac{1}{2}}$. che resta $\frac{1}{8\frac{1}{2}}$. qual restan-

te si moltiplichi via il rotto totale $\frac{2}{8\frac{1}{2}}$. che il prodotto $\frac{2}{81. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{28}{81. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$. farà l'eccesso cercato. Ouero potressimo anco dire. Del denominatore totale 8 $\frac{1}{2}$. si pigli la parte significata dal $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, che sarà i $\frac{1}{2}$. & questo si caui dal 2. numeratore del rotto totale (che è il vero auanzo della R.) & resta $\frac{1}{2}$. & questo si moltiplichi via il 2. numeratore detto, che fa $\frac{1}{2}$. il che è numeratore dell'eccesso cercato, essendo denominatore il quadrato di 8 $\frac{1}{2}$. denominatore totale, però esso rotto dell'eccesso farà $\frac{1}{81. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{28}{81. via 8\frac{1}{2}. via 8\frac{1}{2}}$.

Et essendo proposto 24. da pigliarne la R. eccedente. Dicendo l'intero, ò prima parte essere 4. auanzarà 8. per numeratore del rotto, ò seconda parte,

parte, che il denominatore primiero farà 8. doppio al 4. prima parte della $\mathcal{R}$. & il rotto da giungere a quell'8. farà $\frac{8}{9}$. (che hà per numeratore il medesimo 8. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell'8. ò del doppio della prima parte della $\mathcal{R}$) & così il denominatore totale farà 8 $\frac{8}{9}$. & il

Di 24. la $\mathcal{R}$ eccedente sia $\frac{8}{8. \& \frac{8}{9}}$. che è $4\frac{7}{9}$. cioè $4\frac{7}{9}$. Il quadrato è $24\frac{1}{100}$.

Cauato $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto da $\frac{8}{9}$. rotto totale, resta $\frac{1}{9}$. & questo moltiplicato via $\frac{8}{9}$. rotto totale, fa $\frac{8}{9}$. che è l'eccesso, in che il quadrato di $4\frac{7}{9}$. supera il 24.

rotto totale $\frac{8}{9}$. che sarà sempre maggiore, come s'è detto, dell' $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso 8. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè 8 $\frac{8}{9}$. non arriuà mai a 9. che è vna vnità più dell'8. sempre, & così essendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne segue, che conuerfamente il rotto totale sarà maggiore del rotto aggiunto; questo rotto totale $\frac{8}{9}$. che è $\frac{7}{9}$. giunto al 4. prima parte della $\mathcal{R}$, fa $4\frac{7}{9}$. che sarà la $\mathcal{R}$ eccedente di 24. proposto, & l'eccesso sarà $\frac{1}{100}$.

Et proponendosi 24 $\frac{1}{100}$. da pigliarne similmente la $\mathcal{R}$ eccedente. Dicendo l'intero, ò prima parte essere 4. l'auanzo sarà 8 $\frac{8}{9}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte, che il denominatore primiero farà 8. doppio del 4. prima parte della $\mathcal{R}$, & il rotto da giungere a quell'8. farà $\frac{8}{9}$. che hà per numeratore il medesimo 8 $\frac{8}{9}$. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell'8. doppio della prima parte della $\mathcal{R}$, & così il denominatore totale sarà 8 $\frac{8}{9}$. & il rotto totale $\frac{8}{9}$. qual rotto totale sarà sempre maggiore (come s'è detto) dell' $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso 8 $\frac{8}{9}$. auanzo,

Di 24 $\frac{1}{100}$. la $\mathcal{R}$ eccedente sia $4\frac{8}{9}$. cioè $4\frac{8}{9}$.

che è $4\frac{77}{85}$. Quadriffi

3816

421

7485

304185

217529

431714

196489

fa 24 $\frac{1}{100}$. che è $\frac{1}{100}$. più di 24 $\frac{1}{100}$.

39204 $\frac{1}{100}$

196010 $\frac{1}{100}$

468 $\frac{1}{100}$

1809

1411350

Per trouare l'eccesso

da 53. 1 a 477. 8.

54

485

432

vi è 53.

26190

2910

fa 2809

1411350

l'eccesso.

Cauato $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto

da $\frac{8}{9}$. rotto totale, resta

$\frac{1}{9}$. quale moltiplica-

to via $\frac{8}{9}$. rotto totale, fa

$\frac{8}{9}$. che è l'eccesso.

53

485

1411350

che è l'eccesso.

1411350

che è l'eccesso.

ma il denominatore del rotto totale, cioè 8 $\frac{8}{9}$. non arriuà mai a 9. che è vna vnità più dell'8 sempre, & così essendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne segue, che conuerfamente il rotto totale sarà maggiore del rotto aggiunto; questo rotto totale $\frac{8}{9}$. che è $\frac{7}{9}$. giunto al 4. prima parte della radice, fa $4\frac{7}{9}$. che è la $\mathcal{R}$ eccedente propinqua di 24 $\frac{1}{100}$. proposto. Et l'eccesso sarà $\frac{1}{100}$.

Potiamo ancora auuertire, come si disse a carte 55. che nel trouare la $\mathcal{R}$ eccedente dell'i numeri, douendosi giungere al denominatore primiero, cioè al doppio della prima parte della $\mathcal{R}$, rotto tale, che formi poi rotto totale non minore, cioè maggiore del rotto aggiunto, & di quanto manca il rotto totale sarà maggiore di questo rotto aggiunto al denominatore primiero, tanto meno eccedente, cioè tanto più propinqua sarà la $\mathcal{R}$, poiche l'eccesso è sempre il prodotto, che nasce da moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto aggiunto. Che se il rotto totale fusse minore del rotto aggiunto, allhora la $\mathcal{R}$ così formata

Pigliſi la R di $15 \frac{1}{4}$. Sia $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 cioè $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 cioè $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 ch'è $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$. che è $3 \frac{567}{632}$. Quadrifi

3402
 246
 632
 152944
 321489
 474433
 1575009 è il quad.

l'eccesso è 117
 399424

Per trouare l'eccesso.
 rotto aggiunto rotto totale

$\frac{9}{62}$ $\frac{93}{632}$
 5688 5776
 39 93
 632 via 31 632
 l'eccesso è 117
 399424

Ouerò di $15 \frac{1}{4}$. la R ſia

$3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 $7 \frac{1}{2}$. & $\frac{17}{184}$

$7 \frac{119}{184}$
 cioè $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 $7 \frac{119}{184}$
 207
 1407

cioè $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{69}{469}$
 $351 \frac{1}{2}$
 $410 \frac{1}{2}$

che è $3 \frac{1683}{1876}$
 10998
 718
 51876
 33768
 13132
 5049
 13464
 26928
 4179457
 660081
 3519376

Il ſuo quadrato è $15 \frac{1}{4}$

Per trouare l'eccesso.
 rotto aggiunto totale

$\frac{27}{184}$ $\frac{69}{469}$
 1407 552
 12663 12696
 3.69 via 33
 469 184 via 469
 ſà $\frac{99}{8}$ via 219961
 cioè $\frac{99}{1759688}$ che è
 l'eccesso.

di 3519376 . l' $\frac{1}{4}$. è
 219961
 659883
 in $\frac{198}{3519376}$ cioè
 in $\frac{99}{1759688}$ il quadra.
 della R eccede $15 \frac{1}{4}$.

Ouerò di $15 \frac{1}{4}$. la R ſia $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
 cioè $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$

che è $3 \frac{1}{2}$. & $\frac{183}{1244}$
 311 $7 \frac{1}{2}$. & $\frac{9}{7 \frac{1}{2}}$

cioè la R è $3 \frac{111}{311}$. Quadrifi
 rotto aggiunto totale

$\frac{9}{183}$
 119 $\frac{61}{1244}$
 5311 11196
 37009 11163 . è
 77841 minore però il rotto
 114850 totale è minore dell'
 18129 aggiunto, & perciò la
 il quad. è $15 \frac{1}{4}$ R è ſcarſa. 3

96721 $\frac{33}{61}$ via $\frac{183}{1244}$
 6045 $\frac{1}{61}$ via 1244
 18135 $\frac{1}{61}$ via 1244
 $6 \frac{1}{6}$ ſà $\frac{99}{1547536}$ ch'è qu-
 manca 99 per troua al quadra-
 1547526 to della R, per arri-
 arriuare a $15 \frac{1}{4}$. uare a $15 \frac{1}{4}$.

ſaria non eccedente, ma (ſcarſa, & tanto man-
 co (ſcarſa (& però tanto più propinqua) quanto
 manco il rotto totale fuſſe minore del rotto
 aggiunto, poichè la ſcarſezza è ſempre il pro-
 dotto, che naſce à moltiplicare il rotto tota-
 le, via quello, in che eſſo rotto totale è ſupe-
 rato dal rotto aggiunto. Potiamo dico auer-
 tire, che noi nel pigliare la R d'un numero
 propoſto, poſto per prima parte vn numero
 intero, ò miſto à beneplacito; & poi poſto
 quello, che auanza dal quadrato d'eſſa prima
 parte al numero propoſto per numeratore
 del rotto, ò ſeconda parte della R ſopra ad
 vna riga, & di ſotto per denominatore
 primiero il doppio della prima parte della R, noi
 à queſto denominatore primiero potremo
 giungere vn rotto à beneplacito, che ſia mi-
 nore di queſto rotto primiero (che ſe gli fuſſe
 eguale, ò maggiore, già ſappiamo per le coſe de-
 te, che la R così tranſata ſaria ſcarſa) & poi foe-
 mato il rotto totale, & paragonatolo allo
 aggiunto, conoſceremo la qualità della R, cioè
 ſe ella ſia eccedente, ò ſcarſa; perche ſe il ro-
 to totale ſarà maggiore dell'aggiunto, la R ſa-
 rà ecce-

ra eccedente, ma se il totale fusse minore dell'aggiunto, la R saria scarfa, & l'eccesso, ò Charles-
za si trouaria nel modo detto, mediante essi dui rotto totale, & aggiunto. Che per esemplo nel
pigliare la R di $15 \frac{1}{2}$, dicendosi la prima parte essere $3 \frac{1}{2}$, che il rotto primiero sarà $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, se noi
à $7 \frac{1}{2}$, denominatore primiero giongeremo $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, rotto minore del primiero (poiche quello ag-
giunto hauendo l'istesso numeratore, ha poi maggior denominatore) cioè li giongeremo $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, il deno-
minatore totale sarà $7 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, cioè $7 \frac{1}{2}$, & però il rotto totale sarà $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$. Hora parago-
nato questo rotto totale al $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, rotto aggiunto, vediamo il totale esser maggiore dell'aggiun-
to, & però conosciamo la R cercata, che sarà $3 \frac{1}{2}$, douere essere eccedente, & l'eccesso sarà

$\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} - \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} = \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che si troua moltiplicando il rotto totale, via $\frac{39}{632}$, in che il rotto totale è
maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7 \frac{1}{2}$, denominatore primiero hauesimo aggiunto non

$\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, ma $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, rotto ancor minore del primiero $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, cioè li hauesimo aggiunto $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, il deno-
minatore totale saria $7 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che è $7 \frac{1}{2}$, alquanto maggiore del $7 \frac{1}{2}$, sopradetto, &
però il rotto totale d'hora saria $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, alquanto minore del $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, sopradetto, & la R d'hora
saria $3 \frac{1}{2}$, & però alquanto minore del $3 \frac{1}{2}$, sopradetto, Et per vedere se la R d'hora
sia eccedente anco ella, ouero se sia scarfa (che se la troueremo eccedente, ella anco di necessità sa-
rà più propinqua della sopradetta, essendo minore d'essa sopradetta) paragoneremo il rotto totale
d'hora $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, al rotto aggiunto $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & conosceremo il totale essere maggiore dell'aggiun-
to, & consequentemente ancora quella essere R eccedente, & più propinqua della sopradet-
ta, essendo, come s'è detto, minore di lei. Et l'eccesso del quadrato di questa $3 \frac{1}{2}$, sarà

$\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} - \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} = \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, trouato a moltiplicare il rotto totale, via $\frac{33}{184}$, in che il rotto totale è
maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7 \frac{1}{2}$, denominatore primiero hauesimo aggiunto non

$\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, ma $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, rotto ancor minore del primiero $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che non è l' $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, cioè li hauesimo ag-
giunto $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, il denominatore totale saria $7 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che è $7 \frac{1}{2}$, alquanto maggiore del
 $7 \frac{1}{2}$, & però il rotto totale d'hora saria $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, alquanto minore del $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & la R d'hora
saria $3 \frac{1}{2}$, & però alquanto minore del $3 \frac{1}{2}$, antecedente. Et per vedere se la R
sia eccedente anco ella, ò scarfa, paragoneremo il rotto totale d'hora $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, al rotto
aggiunto $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & conosceremo il rotto totale esser minore del rotto aggiunto, & consequente-
mente la R trouata essere minore del vero, cioè essere scarfa, & la scarfezza del quadrato d'ef-

sa sarà $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} - \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}} = \frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che nasce a moltiplicare il rotto totale $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, via $\frac{33}{1244}$, in che
il rotto totale è minore del $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, rotto aggiunto.

Di $15 \frac{1}{2}$, la R sia $3 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$ Et di $15 \frac{1}{2}$, dice, la R essere $3 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$
cioè $3 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$ cioè giogendo al denominatore
cioè $3 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$ primiero vn rotto, che per nume-
cinè $3 \frac{1}{2}$, & $\frac{1 \frac{1}{2}}{7 \frac{1}{2}}$, che è $3 \frac{1}{2}$, Quadrifi ratore habbi l' $1 \frac{1}{2}$, primiero, ma per denominatore
habbi non solo il $7 \frac{1}{2}$, primiero, ma anco tãto di più,

Per trouare il mancamento.

rotto totale	rotto aggiunto	
5	3	68
34	20	1768
110	102	3721
	2	5489
1	680	865
5, via	1	4624
34	340	289
	68	867

si $1 \frac{1}{2}$, che è il mae, in $\frac{1 \frac{1}{2}}{313}$, è scarfo. (roto tot. è maggiore dell'aggiunto) via esso int. $\frac{1 \frac{1}{2}}{313}$. Ma

Settima. Di 18. la R sia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$.

che è 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$. però il rotto aggiunto al denominat. primiero sarà $\frac{9240}{38081}$.

che è 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$. però il rotto totale è $\frac{38081}{156944}$.

rotto totale	rotto aggiunto	
$\frac{38081}{156944}$	$\frac{9240}{38081}$	$\frac{38081}{156944}$
1450162561	3766656	627776
	1412496	627776
	1450162560	1412496
		2354160
		24631419136

1
156944. via 38081
156944

fa $\frac{1}{14631419136}$. che è l'eccesso. Et è eccesso, perche similmente il rotto totale eccede il rotto aggiunto al denominatore primiero.

Ottava. Di 18. la R sia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$.

Il che per causa della settima & antecedente, che abbraccia li sette rotti inferiori col suo rotto totale (quale rotto totale di quella verrà ad essere il rotto aggiunto al denominatore primiero in questa) l'appiamo significa-

re 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$.
però la R è 4
 $\frac{38081}{156944}$
313888
1293633

rotto totale	rotto aggiunto
$\frac{313888}{1293633}$	$\frac{38081}{156944}$
1255552	1293633
1255552	10349064
2814992	10349064
1883328	3880899
4708320	49262838273
49262838272	

313888
1293633. via 1293633. via 156944
1

1293633
3880889
3880899
11642697
15523596
46570788
1673486338689

produce $\frac{1}{1673486338689}$. che è il mancamento del quadrato della R.
Et è mancamento, perche il rotto totale è minore del rotto aggiunto.

Nona. Di 18. la R sia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{32}$. & $\frac{1}{64}$. & $\frac{1}{128}$.
 $\frac{313888}{1293633}$

rotto aggiunto	rotto totale
$\frac{313888}{1293633}$	$\frac{1293633}{5331476}$
1293633	5331476
42681808	1673486338689
469169888	che è maggiore.
69309188	
15994428	
1673486338688	

1. 1293633. via 5331476. via 1293633
1

il prodotto è $\frac{1}{5331476}$. che è l'eccesso del quadrato della R. Et è eccesso, perche il rotto totale è maggiore dell'aggiunto.

Decima. Di 18. la R fia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1293633}{5331476}$ rotto aggiunto
 che è 4. & $\frac{10661952}{43945441}$ $\frac{1293633}{5331476}$
 $\frac{63977712}{74640664}$ $\frac{131836323}{131836323}$
 $\frac{149281328}{31988856}$ $\frac{1582035876}{395508969}$
 $\frac{31988856}{53314760}$ $\frac{527345292}{56849272677153}$
 56849272677152. che è minore.

$\frac{1}{43945441}$ via $\frac{10661952}{43945441}$
 1

fa $\frac{1}{43945441}$ via $\frac{1}{43945441}$ che è il mancamento del quadrato della R.
 Et è mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiunto.

Undecima. Di 18. la R fia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{10661952}{43945441}$ rotto aggiunto
 che è 4. & $\frac{1}{5331476}$ $\frac{10661952}{43945441}$
 $\frac{43945441}{181113240}$ $\frac{43945441}{42651808}$
 $\frac{43945441}{175781764}$ $\frac{341214664}{10661952}$
 $\frac{131836323}{395508969}$ $\frac{117292472}{191933136}$
 $\frac{1977541845}{1933599404}$ $\frac{1931201784684480}{1931201784684481}$
 1931201784684481. che è maggiore.

$\frac{1}{181113240}$ via $\frac{43945441}{181113240}$
 1

fa $\frac{1}{181113240}$ via $\frac{1}{181113240}$ che è l'eccesso.
 Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

Duodecima. Di 18. la R fia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{43945441}{181113240}$ rotto aggiunto
 che è 4. & $\frac{362226480}{1492851361}$ $\frac{43945441}{181113240}$
 $\frac{362226480}{181113240}$ $\frac{1492851361}{43945441}$
 $\frac{181113240}{308667944}$ $\frac{1492851361}{65685459884}$
 $\frac{869343552}{362226480}$ $\frac{4478554083}{3435662249}$
 $\frac{398449128}{652007664}$ $\frac{67178311245}{65604911406595201}$
 65604911406595200

Il rotto totale è minore.

$\frac{1}{1492851361}$ via $\frac{362226480}{1492851361}$
 1

fa $\frac{2}{1492851361}$ via $\frac{2}{1492851361}$ che è il mancamento. Et è mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiunto.
 Deci-

Decimaterza. Di 18. la ge fia 4. & $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$ & $\frac{1}{16}$ & $\frac{1}{32}$ & $\frac{1}{64}$ & $\frac{1}{128}$ & $\frac{1}{256}$ & $\frac{1}{512}$ & $\frac{1}{1024}$ & $\frac{1}{2048}$ & $\frac{1}{4096}$ & $\frac{1}{8192}$ & $\frac{1}{16384}$ & $\frac{1}{32768}$ & $\frac{1}{65536}$ & $\frac{1}{131072}$ & $\frac{1}{262144}$ & $\frac{1}{524288}$ & $\frac{1}{1048576}$ & $\frac{1}{2097152}$ & $\frac{1}{4194304}$ & $\frac{1}{8388608}$ & $\frac{1}{16777216}$ & $\frac{1}{33554432}$ & $\frac{1}{67108864}$ & $\frac{1}{134217728}$ & $\frac{1}{268435456}$ & $\frac{1}{536870912}$ & $\frac{1}{1073741824}$ & $\frac{1}{2147483648}$ & $\frac{1}{4294967296}$ & $\frac{1}{8589934592}$ & $\frac{1}{17179869184}$ & $\frac{1}{34359738368}$ & $\frac{1}{68719476736}$ & $\frac{1}{137438953472}$ & $\frac{1}{274877906944}$ & $\frac{1}{549755813888}$ & $\frac{1}{1099511627776}$ & $\frac{1}{2199023255552}$ & $\frac{1}{4398046511104}$ & $\frac{1}{8796093022208}$ & $\frac{1}{17592186044416}$ & $\frac{1}{35184372088832}$ & $\frac{1}{70368744177664}$ & $\frac{1}{140737488355328}$ & $\frac{1}{281474976710656}$ & $\frac{1}{562949953421312}$ & $\frac{1}{1125899906842624}$ & $\frac{1}{2251799813685248}$ & $\frac{1}{4503599627370496}$ & $\frac{1}{9007199254740992}$ & $\frac{1}{18014398509481984}$ & $\frac{1}{36028797018963968}$ & $\frac{1}{72057594037927936}$ & $\frac{1}{144115188075855872}$ & $\frac{1}{288230376151711744}$ & $\frac{1}{576460752303423488}$ & $\frac{1}{1152921504606846976}$ & $\frac{1}{2305843009213693952}$ & $\frac{1}{4611686018427387904}$ & $\frac{1}{9223372036854775808}$ & $\frac{1}{18446744073709551616}$ & $\frac{1}{36893488147419103232}$ & $\frac{1}{73786976294838206464}$ & $\frac{1}{147573952589676412928}$ & $\frac{1}{295147905179352825856}$ & $\frac{1}{590295810358705651712}$ & $\frac{1}{1180591620717411303424}$ & $\frac{1}{2361183241434822606848}$ & $\frac{1}{4722366482869645213696}$ & $\frac{1}{9444732965739290427392}$ & $\frac{1}{18889465931478580854784}$ & $\frac{1}{37778931862957161709568}$ & $\frac{1}{75557863725914323419136}$ & $\frac{1}{151115727451828646838272}$ & $\frac{1}{302231454903657293676544}$ & $\frac{1}{604462909807314587353088}$ & $\frac{1}{1208925819614629174706176}$ & $\frac{1}{2417851639229258349412352}$ & $\frac{1}{4835703278458516698824704}$ & $\frac{1}{9671406556917033397649408}$ & $\frac{1}{19342813113834066795298816}$ & $\frac{1}{38685626227668133590597632}$ & $\frac{1}{77371252455336267181195264}$ & $\frac{1}{154742504910672534362390528}$ & $\frac{1}{309485009821345068724781056}$ & $\frac{1}{618970019642690137449562112}$ & $\frac{1}{1237940039285380274899124224}$ & $\frac{1}{2475880078570760549798248448}$ & $\frac{1}{4951760157141521099596496896}$ & $\frac{1}{9903520314283042199192993792}$ & $\frac{1}{19807040628566084398385987584}$ & $\frac{1}{39614081257132168796771975168}$ & $\frac{1}{79228162514264337593543950336}$ & $\frac{1}{158456325028528675187087900672}$ & $\frac{1}{316912650057057350374175801344}$ & $\frac{1}{633825300114114700748351602688}$ & $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}$ & $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}$ & $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}$ & $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}$ & $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}$ & $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}$ & $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}$ & $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}$ & $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}$ & $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}$ & $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}$ & $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}$ & $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}$ & $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}$ & $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}$ & $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}$ & $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}$ & $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}$ & $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}$ & $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}$ & $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}$ & $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}$ & $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}$ & $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}$ & $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}$ & $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}$ & $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}$ & $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}$ & $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}$ & $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}$ & $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}$ & $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}$ & $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}$ & $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}$ & $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}$ & $\frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368}$ & $\frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736}$ & $\frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472}$ & $\frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944}$ & $\frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888}$ & $\frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776}$ & $\frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552}$ & $\frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104}$ & $\frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208}$ & $\frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416}$ & $\frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832}$ & $\frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664}$ & $\frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328}$ & $\frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656}$ & $\frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312}$ & $\frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624}$ & $\frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248}$ & $\frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496}$ & $\frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992}$ & $\frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984}$ & $\frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968}$ & $\frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936}$ & $\frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872}$ & $\frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744}$ & $\frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488}$ & $\frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976}$ & $\frac{1}{2923003274661805836407369665432566039311865085952}$ & $\frac{1}{5846006549323611672814739330865132078623730171904}$ & $\frac{1}{11692013098647223345629478661730264157247460343808}$ & $\frac{1}{23384026197294446691258957323460528314494920687616}$ & $\frac{1}{46768052394588893382517914646921056628989841375232}$ & $\frac{1}{93536104789177786765035829293842113257979682750464}$ & $\frac{1}{187072209578355573530071658587684226515959365500928}$ & $\frac{1}{374144419156711147060143317175368453031918731001856}$ & $\frac{1}{748288838313422294120286634350736906063837462003712}$ & $\frac{1}{1496577676626844588240573268701473812127674924007424}$ & $\frac{1}{2993155353253689176481146537402947624255349848014848}$ & $\frac{1}{5986310706507378352962293074805895248510699696029696}$ & $\frac{1}{11972621413014756705924586149611790497021399392059392}$ & $\frac{1}{23945242826029513411849172299223580994042798784118784}$ & $\frac{1}{47890485652059026823698344598447161988085597568237568}$ & $\frac{1}{95780971304118053647396689196894323976171195136475136}$ & $\frac{1}{191561942608236107294793378393788647952342390272950272}$ & $\frac{1}{383123885216472214589586756787577295904684780545900544}$ & $\frac{1}{766247770432944429179173513575154591809369561091801088}$ & $\frac{1}{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176}$ & $\frac{1}{3064991081731777716716694054300618367237478244367204352}$ & $\frac{1}{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704}$ & $\frac{1}{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408}$ & $\frac{1}{24519928653854221733733552434404946937899825954937634816}$ & $\frac{1}{49039857307708443467467104868809893875799651909875269632}$ & $\frac{1}{98079714615416886934934209737619787751599303819750539264}$ & $\frac{1}{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528}$ & $\frac{1}{392318858461667547739736838950479151006397215279002157056}$ & $\frac{1}{784637716923335095479473677900958302012794430558004314112}$ & $\frac{1}{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224}$ & $\frac{1}{3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448}$ & $\frac{1}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896}$ & $\frac{1}{12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792}$ & $\frac{1}{25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584}$ & $\frac{1}{50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168}$ & $\frac{1}{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336}$ & $\frac{1}{200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672}$ & $\frac{1}{401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344}$ & $\frac{1}{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688}$ & $\frac{1}{1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376}$ & $\frac{1}{3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752}$ & $\frac{1}{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504}$ & $\frac{1}{12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008}$ & $\frac{1}{25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016}$ & $\frac{1}{51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032}$ & $\frac{1}{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064}$ & $\frac{1}{205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128}$ & $\frac{1}{411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256}$ & $\frac{1}{822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512}$ & $\frac{1}{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024}$ & $\frac{1}{3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048}$ & $\frac{1}{6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096}$ & $\frac{1}{13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192}$ & $\frac{1}{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384}$ & $\frac{1}{52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768}$ & $\frac{1}{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536}$ & $\frac{1}{210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072}$ & $\frac{1}{421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144}$ & $\frac{1}{842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288}$ & $\frac{1}{1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576}$ & $\frac{1}{3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152}$ & $\frac{1}{6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304}$ & $\frac{1}{13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608}$ & $\frac{1}{26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216}$ & $\frac{1}{53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432}$ & $\frac{1}{107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864}$ & $\frac{1}{215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728}$ & $\frac{1}{431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456}$ & $\frac{1}{862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912}$ & $\frac{1}{1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824}$ & $\frac{1}{3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648}$ & $\frac{1}{6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296}$ & $\frac{1}{13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592}$ & $\frac{1}{27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184}$ & $\frac{1}{55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368}$ & $\frac{1}{110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736}$ & $\frac{1}{220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472}$ & $\frac{1}{441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944}$ & $\frac{1}{883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888}$ & $\frac{1}{1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776}$ & $\frac{1}{3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552}$ & $\frac{1}{7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104}$ & $\frac{1}{14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208}$ & $\frac{1}{28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416}$ & $\frac{1}{565391060$

Decimaquinta. Di 18. la $\frac{1}{2}$ sia 4. & $\frac{1}{4}$. &	12305037368	
	50713000833	
	6152518684	
$\frac{1}{4}$. &	50713000833	rotto aggiunto
che è 4. &	50713000833	12305037368
	209004522016	50713000833
	50713000873	12305037368
	50713000833	209004522016
	152139002499	196880597888
	152139002499	24610074736
	405704006664	24610074736
	659269010829	110745336312
	354991005831	553716681560
	333565004165	24610074736
	2571808453487858693889	2571808453487858693888

per il rotto totale, però egli è maggiore.

I
209004522016. via 50713000833. via 50713000833. 1.

fa I
209004622016. via 209004522016. che è l'eccesso.

Èt eccello, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

È bene da notare, che il numeratore del rotto, che mostra l'eccesso, nelle radici eccedenti si vede essere sempre 1. in ciascuna $\frac{1}{2}$ eccedente, cioè hora questi numeratori dell'eccelli sono sempre vn'istesso numero; Et ciò auuene, perche hora il rotto primiero $\frac{1}{2}$. che viene ad essere $\frac{1}{4}$. ha per numeratore la vnità, della quale vnità, quante si vogliono continue moltiplicazioni, via la medesima vnità, producono sempre l'istesso 1. Et il numeratore del rotto, che mostra la scarfezza, nelle radici (scarfe si vede essere sempre 2. cioè due volte tanto, ò il doppio dell'1. numeratori per ordine delli rotti dell'eccelli, essendosi (schifato il rotto primiero $\frac{1}{2}$. per 2. ha uendolo ridotto ad $\frac{1}{4}$. cioè hora similmente questi numeratori sono anco essi sempre vn'istesso numero eguale al numeratore non schifato del rotto primiero. Et il denominatore d'essi rotti così nelle radici (scarfe, come nelle eccedenti, è sempre numero quadrato, perche egli è sempre il quadrato del denominatore del rotto della radice.

Hora considerando noi, le quindici radici trouate nel modo sopradetto, del 18. proposto, vedremo, che esse tengono questo mirabile ordine; che la prima, cioè doue è vn semplice rotto (che ha per numeratore l'auanzo, qual manca al quadrato dell'intero, ò prima parte della $\frac{1}{2}$ ad arriuare al 18. proposto, & per denominatore ha il doppio dell'intero, ò prima parte della $\frac{1}{2}$) è $\frac{1}{2}$ eccedente. La seconda, doue sono dui rotti (cioè doue al denominatore del rotto primiero è giunto vn rotto eguale al denominatore primiero) è $\frac{1}{2}$ scarfa, ma più propinqua in scarfezza, che non è la eccedente prima in eccesso, cui è tale, che la sua scarfezza è minore dell'eccesso della prima antecedente. La terza doue sono tre rotti, è $\frac{1}{2}$ eccedente più propinqua delle antecedenti. La quarta, doue sono quattro rotti, è $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua similmente della terza. La quinta, doue sono cinque rotti, è $\frac{1}{2}$ eccedente. La sesta, doue sono sei rotti, è $\frac{1}{2}$ scarfa. La settima, doue sono sette rotti, è $\frac{1}{2}$ eccedente. La ottaua, doue sono otto rotti, è $\frac{1}{2}$ scarfa. La nona, doue sono noue rotti, è $\frac{1}{2}$ eccedente; Et così seguono ordinatamente in essere l'vna eccedente, & l'altra scarfa; Et sempre ciascuna d'esse è più propinqua della à lei antecedente; & consequentemente di qual si vogli delle antecedenti: Onde ciascuna d'esse radici, che ha il numero delli rotti partiali, che la formano in numero disparo (cioè che sia, ò vn rotto solo, ò 3. rotti, ò 5. ò 7.) è $\frac{1}{2}$ eccedente, Et ciascuna d'esse radici, che ha il numero delli rotti partiali, che la formano in numero paro (cioè che siano, ò 2. rotti, ò 4. ò 6. &c.) è $\frac{1}{2}$ scarfa.

Ne aora voglio restare di scoprire vn'altra mirabile proprietá di questo modo di pigliare le radici continuamente più propinque, & è, che con esso si trouano ancora le radici istesse, che si trouariano con il modo ordinario già in principio mostrato del trouare la $\frac{1}{2}$ eccedente, & andarli continuamente appropinquando con altre $\frac{1}{2}$ eccedenti, cioè ponendo la prima $\frac{1}{2}$ eccedente del 18. tuore pure 4 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire 4 $\frac{1}{4}$. & partire l'eccesso del quadrato di questa, che

Di 18. fia la R eccedente $4\frac{1}{2}$. che eccede in $\frac{1}{2}$. quadrato del rotto $\frac{1}{2}$.
 Operatione per trouare vna seconda R eccedente più propinqua.
 Il doppio della prima g , che è partitore è $8\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ è l'eccesso da partire.
 Ne viene $\frac{1}{2}$. che si caua da $4\frac{1}{2}$. prima R , & resta $4\frac{1}{2}$. che è se-
 conda R più propinqua. Eccedendo in $\frac{1}{2}$. quadr. d' $\frac{1}{2}$.
 differenza, in che questa R è superata dalla prima m^oco propinqua.
 Operatione per trouare vna terza g eccedente più propinqua.
 doppio della seconda antecedente g , eccesso del suo quadrato,
 che è partitore. che s'hà da partire.

$8\frac{33}{68}$. cioè $\frac{577}{68}$ I
 ne viene $\frac{1}{156944}$. da cauare dalla R
 resta $4\frac{38081}{156944}$. che è terza R più propinqua.
 Eccedendo in $\frac{1}{156944}$. via $\frac{1}{156944}$. quadrato
 d' $\frac{1}{156944}$. in che questa terza g è superata
 dalla seconda manco propinqua.

Operatione per trouare vna quarta g eccedente più propinqua.
 doppio della terza g antecedente, eccesso del suo quadrato, che
 che è partitore che s'hà da partire.

$8\frac{76162}{156944}$. cioè $\frac{1331714}{156944}$ I
 1331714 ne viene $\frac{1}{156944}$. da cauare da
 156944 I 38081
 2197216 209004522016 156944
 3668048 1331714
 470832 38081
 2045272 533134
 209004522016 647377
 114243
 495053
 50713000834 I
 50713000833
 resta $4\frac{209004522016}{209004522016}$
 che è quarta R eccedente più propinqua.

L'eccesso del quadrato della quale è il quadrato di $\frac{1}{209004522016}$ in
 che q^uta quarta g è superata dalla antecedente terza m^oco propinqua.

propinqua essere $4\frac{1}{2}$. il quadrato della quale eccede il 18. proposto solo in
 $\frac{1}{156944}$. via $\frac{1}{156944}$. quadrato della differenza di detta g alla antecedente. Questa $4\frac{1}{2}$.
 viene anco ella ad essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la settima in nu-
 mero, cioè che è formata con sette rotte; ma è la quarta delle eccedenti. Et mediante questa
 R eccedente $4\frac{1}{2}$. trouandone vn'altra più propinqua con il modo ordinario, ella fa-
 ria $4\frac{1}{2}$. che è pure anco vna delle trouate con il modo sopra detto, & è
 la quindicesima, cioè la formata con 15. rotte, ma è nondimeno la ottaua delle eccedenti (es-
 sendo l'altre sette tutte scarse). Vediamo dunque il modo sopradetto comprendere in se l'ordina-
 rio, poiche con esso si trouano quelle istesse g eccedenti, che si trouariano con l'ordinario, Et
 di più se ne trouano ancora molte altre eccedenti intermedie, come sono iui la quinta (è terza
 ecce-

che è $4\frac{1}{2}$. (quadrato
 dell' $\frac{1}{2}$. suo rotto) per
 $8\frac{1}{2}$. doppio d'essa, &
 l'auuenimeto $\frac{1}{2}$.
 cauare da essa $4\frac{1}{2}$.
 che resta $4\frac{1}{2}$. &
 questa è R eccedente
 più propinqua, che
 la già detta, perche
 l'eccesso del quadra-
 to di questa è solo
 $\frac{1}{2}$. (quadrato
 del rotto $\frac{1}{2}$. in
 che questa è eccedente
 dalla antecedente) Essa
 g dico, cioè $4\frac{1}{2}$.
 così trouata viene ad
 essere vna delle trou-
 ate con il modo so-
 pradetto dell'andar
 giogendo il rotto pri-
 miero di mano in ma-
 no alli denominatori
 seguenti, & è la ter-
 za di quelle, cioè che
 è trouata con tre rot-
 ti, dicendo ella essere
 $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$.
 quale se bene è la ter-
 za nell'ordine delle
 quindici radici iui
 trouare, è nondime-
 no la seconda delle
 eccedenti (che la pri-
 ma $4\frac{1}{2}$. è eccedente, ma
 la seconda $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. è
 scarsa) Et mediante
 questa g eccedente
 $4\frac{1}{2}$. trouandone
 vn'altra più propin-
 qua, con il modo or-
 dinario, cioè parten-
 do l'eccesso del qua-
 drato di questa con
 il doppio d'essa, &c.
 che così si trouaria la
 seguente radice più

Di 18. sia la R (scarfa trouata $4\frac{1}{2}$. trouata propinquamente al nostro modo, cioè $4\frac{1}{2}$.

Canifi $\frac{1}{2}$. rotto totale da $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto, resta $\frac{1}{2}$. che moltiplicato via $\frac{1}{2}$. rotto totale, fa $\frac{1}{4}$. il che è il mancamento del quadrato della R $4\frac{1}{2}$.

Operazione per trouare vna seconda R scarfa più propinqua.

$$\begin{array}{r} R \text{ scarfa } 4\frac{1}{2} \\ 33 \\ R \text{ eccedente } 4\frac{1}{2} \\ \hline 4 \end{array}$$

somma $8\frac{65}{132}$ con la quale si parte il $\frac{1}{4}$. mancamento.

$$\begin{array}{r} 1121 \quad 2 \\ 132 \quad 1089 \\ \hline 4 \quad 33 \end{array}$$

ne viene $\frac{8}{36993}$ da giongeré alla R $4\frac{1}{2}$.

fa $4\frac{272}{1121}$ che è la seconda

R scarfa più propinqua.

$$\begin{array}{r} 272 \quad 2991 \\ 1121 \quad 12331 \\ \hline 8976 \end{array}$$

Per trouare la scarfezza. Cauifi questa seconda R $4\frac{1}{2}$. da $4\frac{1}{2}$. R eccedente, cioè trouifi la differenza, che è da questa R , à $4\frac{1}{2}$. R eccedente, & à $4\frac{1}{2}$. R scarfa à adoprare à trouar questa, & le differenze di questa R , à ciascuna delle due R dette adoprare, si moltiplichino fra loro, che il prodotto sarà il mancamento del quadrato di questa al 18. proposto.

O vogliamo dire, per trouare la scarfezza. Cauifi questa R scarfa $4\frac{1}{2}$. da $4\frac{1}{2}$. R eccedente adoprata, & il restante si moltiplichì via il rotto $\frac{1}{4}$. aggiunto alla antecedente R scarfa $4\frac{1}{2}$. per formarne questa $4\frac{1}{2}$. che il prodotto sarà la scarfezza del quadrato di questa.

$$\text{da } 4\frac{272}{1121} \text{ à } 4\frac{1}{2} \text{ cioè à } 4\frac{180}{1121}$$

vi è $\frac{8}{1121}$ che via $\frac{8}{36993}$ cioè via $\frac{8}{1121 \text{ via } 33}$

fa $\frac{66}{1121 \text{ via } 1121 \text{ via } 33}$ cioè $\frac{2}{1121 \text{ via } 1121}$ che è $\frac{2}{1356641}$ per la scarfezza cercata.

propinque di questa $4\frac{1}{2}$. con il modo ordinario, alla R , che haueremo si gionga non l'intero seguente, che è 5. ma più propinquamente se li gionga la nostra prima R eccedente del 18. proposto, che è $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Onde per trouare la R scarfa più propinqua, che segue al $4\frac{1}{2}$. con il modo ordinario, noi al $4\frac{1}{2}$. R scarfa, giongeremo $4\frac{1}{2}$. R eccedente, che fa $8\frac{1}{2}$. & con questa somma partiremo $\frac{1}{4}$. (scarfezza della R $4\frac{1}{2}$. & ne viene $\frac{1}{36993}$. quale giongeremo al $4\frac{1}{2}$. R scarfa, & fa $4\frac{1}{2}$. che è R scarfa più propinqua, al quadrato della quale manca per arriuare al 18. solo $\frac{1}{1356641}$. prodotto delle differenze di questa R , alle due $4\frac{1}{2}$. & $4\frac{1}{2}$. giointe insieme, & adoprare nel trouar questa. Questa hora dico essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la quarta, cioè la formata da quattro rotte parziali, che viene ad essere la seconda scarfa fra quelle. Et mediante questa con il modo ordinario, trouando la seguente terza R scarfa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{2}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la sesta, cioè la formata da sei rotte parziali, che viene ad essere la terza scarfa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{1}{2}$. trouando con il modo ordinario la seguente quarta R scarfa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{2}$. quale è pure fra le

eccedente) la nona (ò quinta eccedente) la vndecima (ò sesta eccedente) & la terzadecima (ò settima eccedente.) Ma di più con esso modo (sopra detto si trouano ancora le radici (scarfe di mano in mano più propinque, che si trouariano con il modo ordinario di appropinquarsi, già detto. in principio; quando però la prima R scarfa sia, nò la trouata con il modo ordinario à punto, che è formado il denominatore del rotto della R , con 1. più del doppio dell'intero, ò prima parte d'essa R , cioè non con il dire la prima R scarfa di 18. essere $4\frac{1}{2}$. ma che ella sia la trouata con il modo più propinquo dell'ordinario, che già si mostrò, giongendo al doppio dell'intero non vna vnira, ma vn rotto eguale al rotto formato dall'auanzo, & dal doppio dell'intero, che del 18. proposto ella si dica essere $4\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. cioè quella istessa prima R scarfa, che con esso modo sopradetto si viene à trouare. Et che similmete nel trouare le R scarfe più

Operatione per trovare una terza & scarfa più propinqua. Essendo la seconda 4, $\frac{272}{4} = 68$. Et la scarfezza del suo quadrato $\frac{1111}{4} = 277\frac{1}{4}$.

R scarfa $\frac{4}{1111} = 552\frac{1}{4} = 1109$

R eccedente $\frac{1}{4}$

somma $\frac{3409}{4484}$

cioè $\frac{3808}{4484}$ partitore $\frac{1}{1111}$

ne viene $\frac{3808}{1111}$

fa $\frac{9140}{3808}$ che è la terza & scarfa.

da giungere a $\frac{272}{1111}$ numerat. $\frac{10358040}{1111}$

doventa $\frac{9140}{1111}$

Per trovare la scarfezza.

da $\frac{9140}{3808}$ & scarfa trovata, a $\frac{9520}{3808}$ & eccedente adoprata.

resta $\frac{3808}{3808}$ che via $\frac{3808}{3808}$ aggiunto alla & scarfa adoprata.

fa $\frac{3808}{3808}$ via $\frac{3808}{3808}$ via $\frac{1111}{3808}$ cioè $\frac{3808}{3808}$ via $\frac{3808}{3808}$ che è la scarfezza.

za cercata, cioè $\frac{1111}{3808}$

Operatione per trovare una quarta & scarfa più propinqua.

Essendo la terza 4, $\frac{9140}{4} = 2285$. Et la scarfezza del suo quadrato $\frac{1111}{4} = 277\frac{1}{4}$.

R scarfa $\frac{4}{1111} = 552\frac{1}{4} = 1109$

R eccedente $\frac{1}{4}$

somma $\frac{18760}{3808}$

cioè $\frac{3808}{3808}$ partitore $\frac{1}{3808}$

ne viene $\frac{3808}{3808}$

fa $\frac{31047192}{11642697}$ che è la quarta & scarfa.

più propinqua. $\frac{31047192}{11642697}$

Per trovare la scarfezza. $\frac{31047192}{11642697}$

differenza $\frac{9520}{11642697}$ alla eccedente.

$\frac{338159}{335112}$

$\frac{394648}{335112}$

trouate con il modo sopradetto, & è la terza, cioè la formata con otto rotti parziali che viene ad essere la quarta scarfa fra quelle. Et mediante questa $\frac{4}{1111}$ trouando con il modo ordinario la seguente quinta & scarfa più propinqua, ella sarà $\frac{4}{1111}$, quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la decima, cioè la formata con dieci rotti parziali, che viene ad essere la quinta scarfa fra quelle. Et mediante questa $\frac{4}{1111}$ trouando con il modo ordinario la seguente sesta & scarfa più propinqua, ella sarà $\frac{4}{1111}$, quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la duodecima, cioè la formata con dodici rotti parziali, che viene ad essere la sesta scarfa fra quelle. Et mediante questa $\frac{4}{1111}$ trouando con il modo ordinario la seguente settima & scarfa più propinqua, ella sarà $\frac{4}{1111}$, quale è similmente pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la quarta decima, cioè la formata con 14 rotti parziali, che viene ad essere la settima scarfa fra quelle. Et così vediamo tutte le radici scar-

9520
1293633. via 38081

fi $\frac{3}{1293633. \text{ via } 1293633}$ che è la scarfezza.

Operatione per trouare la quinta & scarfa più propinqua.

Essendo la quarta $\frac{4}{1293633}$ Et è la scarfezza del suo quadrato

ge scarfa $\frac{4}{1293633}$ 1293633. via 1293633

ge eccedente $\frac{4}{1293633}$ 1293633

10986360 $\frac{1}{1293633}$ scarfezza da partire.

partitore $\frac{1}{1293633}$ 1293633. via 1293633

ne viene $\frac{1}{10986360 \frac{1}{1293633}}$ 313889

313888 1293633

87890880

966799680

142812680

32959080

78472

344848664514. $\frac{1}{1293633}$ è il rotto.

2665738 10986360

8612206 10062932

8504084 4394544

7422866

9547011

4915905

10349064

Per trouare la scarfezza del quadrato d'essa quinta &.

10986360 $\frac{1}{1293633}$ 323408

10986360 $\frac{1}{1293633}$ 323408

4

fi $\frac{3}{4394544. \text{ via } 4394544}$ che è la scarfezza.

dice scarfa, che allhora si hauesse; operando così; più velocemente;

d'operationi, ò radici (scarfe si peruerria alle radici (scarfe più propinque,

che si trouassero con il modo sopradetto. Che se alla prima & scarfa $4\frac{1}{2}$ & giongeremo $4\frac{1}{2}$ & eccedente pro-

fima, che li segue (più propinqua di $4\frac{1}{2}$) & farà $8\frac{1}{2}$ & con questa somma partiremo

scarfezza del quadrato di $4\frac{1}{2}$ & sopradetto, & l'aumento giongeremo ad essa

& scarfa $4\frac{1}{2}$ la somma $4\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2}$ farà & scarfa più propinqua, & farà vna delle sette radi-

ci (scarfe trouate fra le quindici radici, nel modo sopradetto; ma non la seconda d'esse sette

radici (scarfe, anzi passando più auanti, essa verrà ad essere la terza.

ci (scarfe di mano in ma-
no più propinqua, che
si trouano con il modo
ordinario essere à pun-
to tutte quelle istesse
per ordine senza inter-
medio d'altre (scarfe,
che si trouano con il mo-
do sopradetto. Et per ò
conosciamo ancora, che
il modo ordinario nell'
approssimazione, ò in-
uentione delle & più
propinque eccedenti, è
molto più veloce, ò espe-
diente, che il modo or-
dinario nella inuentio-
ne delle radici più pro-
pinque (scarfe; perche
nelle eccedenti, dalla
prima si va alla secon-
da, & poi alla quarta, & poi
alla ottava, delle trou-
ate cò il modo sopra-
detto; ma nelle (scarfe,
dalla prima si va alla secon-
da, poi alla terza,
poi alla quarta, poi alla
quinta, poi alla sesta,
& poi alla settima delle
trouate con il modo so-
pradetto, cioè cò il me-
desimo ordine à punto
delle (sopradette senza
intermedio d'alcuna.

Notisi nondimeno,
che se nell'andar ritrou-
ando al modo ordina-
rio delle radici (scarfe
più propinque del 18.
proposto, noi per radi-
ce eccedente da gionge-
re à quella & (scarfa, che
allhora si hauesse, ci fer-
missimo nò della prima
& eccedente $4\frac{1}{2}$ di con-
tinuo, ma di quella ec-
cedente più propinqua,
che di mano in mano
fusse prossima alla ra-

dice, cioè con manco numero
d'operationi, ò radici (scarfe si peruerria alle radici (scarfe più propinque, che si trouassero con
il modo sopradetto. Che se alla prima & scarfa $4\frac{1}{2}$ & giongeremo $4\frac{1}{2}$ & eccedente pro-
fima, che li segue (più propinqua di $4\frac{1}{2}$) & farà $8\frac{1}{2}$ & con questa somma partiremo
scarfezza del quadrato di $4\frac{1}{2}$ & sopradetto, & l'aumento giongeremo ad essa
& scarfa $4\frac{1}{2}$ la somma $4\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2}$ farà & scarfa più propinqua, & farà vna delle sette radi-
ci (scarfe trouate fra le quindici radici, nel modo sopradetto; ma non la seconda d'esse sette
radici (scarfe, anzi passando più auanti, essa verrà ad essere la terza.

Et hora

Operatione per trouare vna sesta R scarfa più propinqua. Essendola quinta 4 ¹⁰⁶⁶²⁹⁵²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

E la scarfezza del suo quadrato ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹ via ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

R scarfa ¹⁰⁶⁶²⁹⁵²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

R eccedente ¹⁰⁹⁸⁶³⁶⁰
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

somma ²¹⁶⁴³³¹²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

ne viene ¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹ via ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

¹⁰⁶⁶²⁹⁵²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

¹⁰⁹⁸⁶³⁶⁰
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

²¹⁶⁴³³¹²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁷⁴⁶⁴³⁵⁶⁸⁰⁵
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

³⁴³⁵⁶⁶²¹⁴⁹
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

¹⁹⁸⁵⁷⁰¹⁷²²
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁸⁹⁵⁷¹⁰⁸¹⁶⁶
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁸⁹⁵⁷¹⁰⁸¹⁶⁶
⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹ via ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

¹⁵⁹¹⁸¹⁰²⁴⁰⁵⁴⁷⁷⁶⁸⁰ schiffi per ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

³⁶²²²⁶⁴⁸⁰

²⁷³⁴⁵⁷⁰¹⁰

⁹⁷⁸⁴³⁶⁴⁵

⁹⁹⁵²⁷⁶³⁴

¹¹⁰³⁶⁷⁵²⁷

²⁸⁴⁷⁶⁶⁴⁵⁷

²¹⁰⁹³⁸¹¹⁶

³⁵¹⁵⁶³⁵²⁸

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹ via ⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

⁴³⁹⁴⁵⁴⁴¹

partitore

373212840

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

scarfezza da partire

373212840

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

Per trouare la scarfezza

362226480

43945441

373212840

10986360

1492851361

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

Operatione per trouare la settima R scarfa più propinqua. Essendola sesta 4 ³⁶²²²⁶⁴⁸⁰
¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

E la scarfezza del suo quadrato ¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹ via ¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

R scarfa ³⁶²²²⁶⁴⁸⁰
¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

R eccedente ³⁷³²¹²⁸⁴⁰
¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

somma ⁷³⁵⁴³⁹³²⁰
¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

partitore ¹²⁶⁷⁸²⁵⁰²⁰⁸
¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

ne viene ⁵⁰⁷¹³⁰⁰⁰⁸³³ via ¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

¹⁴⁹²⁸⁵¹³⁶¹

scarfezza da partire

373212840

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

1492851361

Per trouare la scarfezza

362226480

43945441

373212840

10986360

1492851361

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

43945441

Di 18. la $\frac{1}{2}$ scarfa al modo ordinario sia $4\frac{1}{2}$. & con essa al modo ordinario volendone trovare vn'altra scarfa più propinqua, si opererà come si vede in margine.

$\frac{1}{2}$ scarfa $4\frac{1}{2}$
 intiero seguente 5 che è $\frac{1}{2}$ eccedente.
 partitore $9\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ scarfezza partire.
 ne viene $\frac{14}{83}$. via $9\frac{1}{2}$ da giungere alla $\frac{2}{9}$
 fa $4\frac{1}{2}$ che è $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua. $9\frac{1}{2}$ $\frac{14}{180}$
 $\frac{166}{20}$

Per trouare la scarfezza del suo quadrato, da $4\frac{1}{2}$ a 5. $\frac{1}{2}$ eccedente adoprata, vi è
 $\frac{63}{83}$ via $\frac{14}{83}$ via $9\frac{1}{2}$
 cioè $\frac{7}{83}$ via $\frac{14}{83}$ fa $\frac{98}{83}$ via $9\frac{1}{2}$ cioè $\frac{98}{6889}$
 che è la scarfezza cercata.

Di 18. la $\frac{1}{2}$ scarfa sia pure $4\frac{1}{2}$. Troniamo vn'altra $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua cò il modo ordinario, ma mediante $4\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ ecced.

$4\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ scarfa $\frac{305}{36}$ in $\frac{14}{81}$
 $4\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ eccedente $\frac{4}{9}$
 ne viene $\frac{56}{305}$ via $9\frac{1}{2}$
 $8\frac{17}{36}$ partitore da giungere a $4\frac{1}{2}$
 $\frac{610}{56}$
 $4\frac{74}{305}$ è la $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua. $9\frac{1}{2}$ $\frac{666}{56}$

Per trouare la scarfezza. fa $4\frac{74}{305}$
 da $4\frac{74}{305}$ a $4\frac{1}{2}$
 vi è $\frac{2}{305}$ via $\frac{56}{305}$ via $9\frac{1}{2}$
 cioè $\frac{1}{305}$ via $\frac{56}{305}$ fa $\frac{14}{9305}$ che è la scarfezza del quadrato di questa $\frac{1}{2}$ scarfa.

tito $\frac{1}{2}$ scarfezza della prima $\frac{1}{2}$, ne verria $\frac{1}{2}$ che giointo ad essa prima $\frac{1}{2}$ fa $4\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giiongendo rotti al denominatore primiero, haue refismo pure trouato la istessa seconda $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua, ma al denominatore del roto primiero $\frac{1}{2}$. non bisogna giungere l'istesso $\frac{1}{2}$. ma il $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$. che è roto della prima $\frac{1}{2}$ scarfa $4\frac{1}{2}$. già detta, & adoprata p trouare la seconda, & così haue refismo $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. & questa è $\frac{1}{2}$ eccedente (che il roto totale $\frac{1}{2}$ supera l'aggiunto $\frac{1}{2}$) il roto della quale hora giointo al denominatore del roto primiero $\frac{1}{2}$. formarà $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. & è $\frac{1}{2}$ scarfa, & la medesima, che si troua con il modo ordinario. Et si potena anco dire ella essere $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. Onde si auuertitee, che se bene, quando la $\frac{1}{2}$ si forma con tre rotti parziali, ella s'è detta essere eccedente, cioè è vero, & auuiene, se essi tre rotti sono eguali fra loro, cioè che tutti siano come il roto primiero eccedente $\frac{1}{2}$.

Et se quanto alle radici scarfe, nel pigliare la $\frac{1}{2}$ scarfa di 18. hauefimo detto al modo ordinario ella essere $4\frac{1}{2}$. (formando il 9. denominatore del roto con 1. più del doppio dell'intiero) & che poi hauefimo trouato al modo ordinario vna $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua di questa, ma con giögere al $4\frac{1}{2}$. prima $\frac{1}{2}$ scarfa, non 5. intiero seguente, ma più propinquamente $4\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ eccedente del medesimo 18. facendo per somma $8\frac{1}{2}$. & con essa partito $\frac{1}{2}$. scarfezza del quadrato della detta $\frac{1}{2}$. che ne viene $\frac{1}{2}$. & questo giointo a $4\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ scarfa detta, che fa $4\frac{1}{2}$. quale è $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giiongendo rotti al denominatore primiero del roto primiero della prima $\frac{1}{2}$. & c. potrefsimo pure trouare la medesima $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua $4\frac{1}{2}$. Ma conuerria, che hauefimo detto la $\frac{1}{2}$ di 18. essere $4\frac{1}{2}$. che è eccedente, noi all'8. denominatore primiero giiongessimo nò $\frac{1}{2}$. medesimo, che è il roto primiero, ma $\frac{1}{2}$. che è il roto della prima $\frac{1}{2}$ scarfa ordinaria detta, formando per roto $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che faria $\frac{1}{2}$. & con l'intiero 4. faria $4\frac{1}{2}$. & questa faria $\frac{1}{2}$ eccedente, perche il roto totale $\frac{1}{2}$. è maggiore del $\frac{1}{2}$. roto aggiunto al denominatore primiero, & essendo maggiore in $\frac{1}{2}$. moltiplicado questo $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. roto totale, faria $\frac{1}{2}$. che è l'eccesso del quadrato d'essa $\frac{1}{2}$. Poi seguendo a dire la $\frac{1}{2}$ di 18. essere $4\frac{1}{2}$. hora all'8. denominatore primiero si giongerà il $\frac{1}{2}$. roto antecedente trouato, che così il roto totale faria $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. & con l'intiero 4. fa $4\frac{1}{2}$. quale è la $\frac{1}{2}$ scarfa trouata anco all'altro modo, & la scarfezza sarà $\frac{1}{2}$. che si produce a moltiplicare il $\frac{1}{2}$. roto totale, via $\frac{1}{2}$. in che esso roto totale supera $\frac{1}{2}$. roto aggiunto all'8. denominatore primiero.

Et se proponendofi 19. da pigliarne la $\frac{1}{2}$ scarfa propinqua, dicefimo al modo ordinario ella essere $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$. & volefimo trouare al modo ordinario vn'altra $\frac{1}{2}$ scarfa più propinqua, ma giiongessimo a questa $4\frac{1}{2}$. non 5. intiero seguente, ma più propinquamente $4\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$ eccedente di 19. che la somma faria $8\frac{1}{2}$. & con essa partito $\frac{1}{2}$. che è il roto totale $\frac{1}{2}$ supera l'aggiunto $\frac{1}{2}$ il roto della quale hora giointo al denominatore del roto primiero $\frac{1}{2}$. formarà $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. & è $\frac{1}{2}$ scarfa, & la medesima, che si troua con il modo ordinario. Et si potena anco dire ella essere $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{2}$. Onde si auuertitee, che se bene, quando la $\frac{1}{2}$ si forma con tre rotti parziali, ella s'è detta essere eccedente, cioè è vero, & auuiene, se essi tre rotti sono eguali fra loro, cioè che tutti siano come il roto primiero eccedente $\frac{1}{2}$.

Operatione per trouare vna π scarfa di 18. più propinqua di 4 $\frac{9}{16}$ il quadrato della quale è scarfo in $\frac{1}{16}$.

π scarfa	4	$\frac{9}{16}$	156944	156944	38081	50713000833
		38081	9240	38081		1256673
π eccedente 4		38081	3766656	156944		304648
		156944	1412496	1255552		495053
somma 8	$\frac{2900325121}{5976584464}$		$\frac{1450162561}{3900325121}$	$\frac{1255552}{470832}$		$\frac{266567}{190405}$
partitore	$\frac{50713000833}{5976584464}$		$\frac{1450162561}{1450162561}$	scarfezza da partire.		$\frac{1931201784721473}{9240}$
ne viene	$\frac{11953168928}{50713000833}$		$\frac{1450162561}{1450162561}$	da giungere a 4 $\frac{9}{16}$		$\frac{46348842833315352}{17380816062493257}$
fa	$\frac{12305037368}{50713000833}$			che è π scarfa più propinqua.	1450162561	$\frac{11953168928}{1784304502779579448}$

Quero per trouare vna π scarfa di 18. più propinqua di 4 $\frac{9}{16}$ il quadrato della quale è scarfo in $\frac{1}{16}$. Ma quando il terzo rotto, è vltimo, fusse il rotto minore scarfo $\frac{1}{16}$. cioè che fa la π scarfa, allhora la π , che da essi tre rotti parziali si forma è scarfa anco ella.

π scarfa	4	$\frac{9}{16}$	38081	38081	1121	4423537707
		38081	4620	1121		7305002479
π eccedente 4		38081	76162	799701		5418967457
		4620	228486	418891		10684797749
somma 8	$\frac{85377601}{175934220}$		$\frac{152324}{175934220}$	$\frac{42688801}{42688801}$		$\frac{5336598224}{9861105414}$
partitore	$\frac{1492851361}{175934220}$		$\frac{1450162561}{1450162561}$	scarfezza da partire.		$\frac{11601300488}{12305037368}$
ne viene	$\frac{351868440}{1492851361}$		$\frac{1450162561}{1450162561}$	da giungere a 4 $\frac{9}{16}$	fa	$\frac{362226480}{1492851361}$

dente $\frac{1}{16}$. Ma quando il terzo rotto, è vltimo, fusse il rotto minore scarfo $\frac{1}{16}$. cioè che fa la π scarfa, allhora la π , che da essi tre rotti parziali si forma è scarfa anco ella.

Di 18. sia la π 4 $\frac{9}{16}$. & $\frac{1}{16}$. cioè 4 $\frac{10}{16}$. che è eccedente.

$\frac{9}{16}$ rotto totale $\frac{12}{9}$ rotto aggiunto

$\frac{7}{37}$ via $\frac{9}{37}$ fa $\frac{7}{37}$ che è l'eccesso del quadr. di 4 $\frac{10}{16}$. cioè $\frac{1}{16}$.

Hora di 18. la π sia 4 $\frac{9}{16}$. & $\frac{1}{16}$. cioè 4 $\frac{10}{16}$. che è π scarfa.

$\frac{74}{305}$ rotto totale $\frac{9}{37}$ aggiunto

$\frac{2738}{305}$ via $\frac{7}{305}$ via 37

fa $\frac{14}{305}$ che è la scarfezza.

Et se del 19. proposto da pigliarne la π scarfa, noi al modo più propinquo hauesimo detto ella essere 4 $\frac{9}{16}$. & $\frac{1}{16}$. cioè 4 $\frac{10}{16}$. Et hora, mediante questa, ne trouassimo vn'altra scarfa più propinqua al modo ordinario, ma giungendo a questa non 5. intiero seguente, ma più propinquamente giungendoli 4 $\frac{1}{16}$. che è π eccedente di 19. & con la somma $\frac{81}{16}$. partessimo $\frac{1}{16}$. scarfezza della prima π 4 $\frac{9}{16}$. che ne ver

ria $\frac{14472}{4489}$ via 4681 da giungere ad essa prima π 4 $\frac{9}{16}$. che faria 4 $\frac{9}{16}$. per seconda π scarfa più propinqua. Noi ancora con il modo sopradetto, cioè dell'andar giungendo rotti al denominatore primiero,

fa più propinqua.

$\frac{1492851361}{38081}$

$\frac{1492851361}{11942810888}$

eguali

cioè $4 \frac{1680}{4681}$, che è la π scarfa istessa adoprata. Quadrifi $4 \frac{1680}{4681}$

Per trouare la scarfezza.

rotto totale rotto aggiunto

1680	201
4681	560
940800	940881
81	1680.3
4681. via 560	4681

fà $\frac{243}{4681}$, via 4681 , che è la scarfezza.

il quadr. è 18 $\frac{21911518}{21911761}$
la scarfezza è $\frac{243}{21911761}$

molto propinqua, ò scarfa, ò eccedete, secondo che il rotto totale sarà formato ò da numero paro, ò di sparò di rotti parziali, eguali al primiero. Che per esempio, Se di 18. proposto vorremo trouare vna π eccedente molto propinqua, potremo dire l'intiero essere 4. & il rotto primiero essere $\frac{1}{2}$. & giungere al denominatore di questo rotto primiero il medesimo rotto $\frac{1}{2}$. e di nouo giungere al denominat. di questo il medesimo $\frac{1}{2}$. & così seguire

à ponere altri rotti in modo, che il numero di tutti essi sia di sparò; & poniamo, che se ne pongano 17. formando la quantità rottoposta, quale ridotta à rotto ordinario, & accompagnato al 4. intiero, farà $4 \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \frac{1}{13} \frac{1}{14} \frac{1}{15} \frac{1}{16} \frac{1}{17}$. che è π eccedente molto, & molto propinqua del 18. proposto. Et che ella sia eccedente, si conoscerà al solito, considerando il rotto totale $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \frac{1}{13} \frac{1}{14} \frac{1}{15} \frac{1}{16} \frac{1}{17}$. essere maggiore del rotto aggiunto $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \frac{1}{13} \frac{1}{14} \frac{1}{15} \frac{1}{16} \frac{1}{17}$. Et per trouare l'eccesso del quadrato d'essa π , moltiplicaremo al solito il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto, che chiamiamo aggiunto, & il prodotto sarà l'eccesso cercato.

Di 18. la π fia 4. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{7}$. & $\frac{1}{8}$. & $\frac{1}{9}$. & $\frac{1}{10}$. & $\frac{1}{11}$. & $\frac{1}{12}$. & $\frac{1}{13}$. & $\frac{1}{14}$. & $\frac{1}{15}$. & $\frac{1}{16}$. & $\frac{1}{17}$. è rotto della prima π , che è eccedente.

$\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{8}{33}$. è rotto della seconda π , che è scarfa.

$\frac{1}{3}$. & $\frac{8}{33}$. cioè $\frac{4}{33}$. che significa, ò importa $\frac{33}{136}$. è rotto della terza π , che è eccedente.

$\frac{1}{4}$. & $\frac{33}{136}$. cioè $\frac{27}{1121}$. è rotto della quarta π , che è scarfa.

$\frac{1}{5}$. & $\frac{27}{1121}$. cioè $\frac{1}{1121}$. che significa $\frac{1121}{4620}$. è rotto della quinta π , che è eccedente.

$\frac{1}{6}$. & $\frac{1121}{4620}$. cioè $\frac{9240}{38081}$. è rotto della sesta π , che è scarfa.

$\frac{1}{7}$. & $\frac{9240}{38081}$. cioè $\frac{4620}{38081}$. che significa $\frac{38081}{156944}$. è rotto della settima π , che è eccedente.

$\frac{1}{8}$. & $\frac{38081}{156944}$. cioè $\frac{313888}{1293633}$. è rotto della ottava π , che è scarfa.

$\frac{1}{9}$. & $\frac{313888}{1293633}$. cioè $\frac{176944}{1293633}$. che significa $\frac{1293633}{5331476}$. è rotto della nona π , che è eccedente.

$\frac{1}{10}$. & $\frac{1293633}{5331476}$. cioè $\frac{10662952}{43945441}$. è rotto della decima π , che è scarfa.

$\frac{1}{11}$. & $\frac{10662952}{43945441}$. cioè $\frac{5331476}{181113240}$. che significa $\frac{43945441}{181113240}$. è rotto della xi. π , che è eccedente.

$\frac{1}{12}$. & $\frac{43945441}{181113240}$. cioè $\frac{362226480}{1492851361}$. è rotto della duodecima π , che è scarfa.

$\frac{1}{13}$. & $\frac{362226480}{1492851361}$. cioè $\frac{181113240}{1492851361}$. che significa $\frac{1492851361}{6152518684}$. è rotto della xiii. π , che è eccedente.

$\frac{1}{14}$. & $\frac{1492851361}{6152518684}$. cioè $\frac{32305037368}{50713000833}$. è rotto della quattordicesima π , che è scarfa.

$\frac{2}{3}$. & $\frac{12305037268}{50713000833}$ cioè $\frac{6152158684}{50713000833}$ che significa $\frac{50713000833}{209004522016}$ è rotto della xv. $\frac{2}{3}$. che (è eccedente.
 $\frac{3}{4}$. & $\frac{50713000833}{209004522016}$ cioè $\frac{418009044032}{1722749176961}$ è rotto della sedicesima $\frac{3}{4}$. che è scarfa.
 $\frac{4}{5}$. & $\frac{418009044032}{1722749176961}$ cioè $\frac{209004522016}{1722749176961}$ che significa $\frac{1722749176961}{7100001229860}$ è rotto dlla xvij. $\frac{4}{5}$. che è ecced.

Perilche diremo $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{2}$. essere $\frac{4}{5}$ eccedente molto propinqua del 18. proposto; Et se volessimo ancora vna $\frac{4}{5}$ scarfa più propinqua di questa, cioè che il quadrato della scarfa fusse manco minore del 18. di quello, che il quadrato di questa eccedente sia maggiore del 18 noi preso il rotto di questa $\frac{4}{5}$ eccedente, li ponersimo da man sinistra nel modo, che si è fatto di sopra il $\frac{2}{3}$. rotto primiero eccedente del 18. ò vna volta, ò tre volte, ò 5. volte, ò altro numero di volte disparo, accioche essendo questo rotto composto da 17. rotti pariali, l'altro fusse poi composto da numero paro di rotti, che fariano, ò 18. ò 20. ò 22. &c. come si ricerca à formare $\frac{4}{5}$ scarfa, & ridutta la quantità, che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero componeria la $\frac{4}{5}$ scarfa più propinqua. Ma se volessimo ancora vna $\frac{4}{5}$ eccedente più propinqua della sopra detta, noi preso il rotto d'essa $\frac{4}{5}$ eccedente, li ponersimo da man sinistra nel modo. che si è fatto di sopra il $\frac{2}{3}$. rotto primiero eccedente del 18. ò due volte, ò quattro volte, ò 6. volte, ò altro numero di volte paro; accioche essendo questo rotto sopra detto composto da 17. rotti pariali, l'altro, che formalismo più propinquo fusse poi composto da numero disparo di rotti, che fariano, ò 19. ò 21. ò 23. &c. come si ricerca à formare $\frac{4}{5}$ eccedente; & ridutta la quantità, che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero, componeria la $\frac{4}{5}$ eccedente più propinqua.

Di 18. farà $\frac{4}{5}$ eccedente ancor più propinqua $\frac{4}{5}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{1722749176961}{7100001229860}$
 $\frac{14200002459730}{58522759015841}$
 $\frac{1}{4}$ 7100001229860
 58522759015841
 58522759015841
 241190037193224
 482380074586448
 Cioè $\frac{4}{5}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{2}$.
 $\frac{1988043057361633}{1918043057361633}$
 Che è 4. & $\frac{8193362266739756}{8193362266739756}$

Sia ancora, che di 24. proposto si dica la prima $\frac{4}{5}$ eccedente essere $\frac{4}{5}$. cioè $\frac{4}{5}$. che è 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto nel quadrato del rotto $\frac{4}{5}$. ò vogliamo dire del rotto $\frac{1}{4}$. qual quadrato è 1. Se vorremo trouare vn'altra $\frac{4}{5}$ molto propinqua, per mezzo d'altre intermedie, da tenerne conto, ò nò, secondo che ci parerà, poiche à noi basta l'ultima più propinqua dell'altre, potremo operare, come si vede in margioe.

$\frac{8}{8}$. che significa 1. è il rotto della prima $\frac{4}{5}$, che è eccedente, essendo l'intiero 4. Et l'eccesso è 1.
 (quadrato del rotto detto.
 $\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1}$. che significa $\frac{8}{9}$. è il rotto della seconda $\frac{4}{5}$, che è scarfa. Et la scarfezza è il prodotto d' $\frac{1}{4}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{1}{36}$.
 $\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1}$. che significa $\frac{8}{9}$. è il rotto della terza $\frac{4}{5}$, che è eccedente. Et l'eccesso è il prodotto d' $\frac{1}{4}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{1}{36}$.
 $\frac{8}{8}$. & $\frac{9}{10}$. cioè $\frac{8}{9}$. è il rotto della quarta $\frac{4}{5}$, che è scarfa, Et la scarfezza è il prodotto di $\frac{1}{4}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{1}{36}$.
 (io è il prodotto di $\frac{1}{4}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{1}{36}$.
 $\frac{8}{8}$. & $\frac{80}{89}$. ouero $\frac{1}{1}$. che significa $\frac{8}{9}$. è il rotto della quinta $\frac{4}{5}$, che è eccedente, Et l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{4}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{1}{36}$. &

- $\frac{8}{8} \& \frac{88}{89}$, che è $\frac{791}{881}$, è il rotto della festa $\mathbb{R}$, che è scarfa, Et la scarfezza è il prodotto di $\left(\frac{1}{99} \cdot \text{via } 881 \cdot \text{via } \frac{791}{881} \right)$. Cioè di $\frac{1}{881} \cdot \text{via } \frac{8}{881}$, che fa $\frac{8}{881 \cdot \text{via } 881}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{791}{881}$, ouero $\frac{1}{1} - \frac{9}{8} +$, che significa $\frac{7}{8}$, è il rotto della settimana $\mathbb{R}$, che è eccedente, Et l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{980} \cdot \text{via } 881 \cdot \text{via } \frac{881}{980}$, che è $\frac{1}{980 \cdot \text{via } 980}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{881}{980}$, che è $\frac{7840}{8721}$, è il rotto della ottava $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{7840}{8721}$, ouero $\div 990$, che è $\frac{8721}{9701}$, è il rotto della nona $\mathbb{R}$, che è eccedente.
- $\frac{8}{8} \& \frac{8721}{9701}$, che è $\frac{77608}{86329}$, è il rotto della decima $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{77608}{86329}$, ouero $\div 9701$, che significa $\frac{86129}{96030}$, è il rotto della vndecima $\mathbb{R}$, che è eccedente.
- $\frac{8}{8} \& \frac{86329}{96030}$, che è $\frac{768240}{854569}$, è il rotto della duodecima $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{768240}{854569}$, ouero $\div 96030$, che significa $\frac{854569}{950599}$, è il rotto della xiii. $\mathbb{R}$, che è eccedente.
- $\frac{8}{8} \& \frac{854569}{950599}$, cioè $\frac{7604792}{8459361}$, è il rotto della xiiii. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{7604792}{8459361}$, ouero $\div 950599$, che significa $\frac{8459361}{9409960}$, è il rotto della xv. $\mathbb{R}$, che è eccedente.
- $\frac{8}{8} \& \frac{8459361}{9409960}$, cioè $\frac{75279680}{83739041}$, è il rotto della xvi. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{75279680}{83739041}$, ouero $\div 9409960$, che significa $\frac{83739041}{93149001}$, è il rotto della xvii. $\mathbb{R}$, che è ecc.
- $\frac{8}{8} \& \frac{83739041}{93149001}$, cioè $\frac{745192008}{828931049}$, è il rotto della xviii. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{745192008}{828931049}$, ouero $\div 93149001$, che significa $\frac{828931049}{922080050}$, è il rotto della xix. $\mathbb{R}$, che è ecc.
- $\frac{8}{8} \& \frac{828931049}{922080050}$, cioè $\frac{7370640400}{8205571449}$, è il rotto della xx. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{7370640400}{8205571449}$, ouero $\div 922080050$, che significa $\frac{8205571449}{9127651449}$, è il rotto della xxi. $\mathbb{R}$, che (è eccedente).
- $\frac{8}{8} \& \frac{8205571449}{9127651449}$, cioè $\frac{73021211992}{81226783441}$, è il rotto della xxii. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{73021211992}{81226783441}$, ouero $\div 9127651449$, che significa $\frac{81226783441}{90354434950}$, (è eccedente), è il rotto della xxiii. $\mathbb{R}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{81226783441}{90354434950}$, cioè $\frac{722835479520}{804062262961}$, è il rotto della xxiiii. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{722835479520}{804062262961}$, ouero $\div 90354434940$, che significa $\frac{804062262961}{894416697901}$, (è eccedente), è il rotto della xxv. $\mathbb{R}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{804062262961}{894416697901}$, cioè $\frac{715533583208}{7959395846169}$, è il rotto della xxvi. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{715533583208}{7959395846169}$, ouero $\div 894416697901$, che significa $\frac{7959395846169}{8853812544070}$, (è eccedente), è il rotto della xxvii. $\mathbb{R}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{7959395846169}{8853812544070}$, cioè $\frac{70830500352560}{78789896198729}$, è il rotto della xxviii. $\mathbb{R}$, che è scarfa.
- $\frac{8}{8} \& \frac{70830500352560}{78789896198729}$, ouero $\div 8853812544070$, che sign. $\frac{78789896198729}{8764378742799}$, (è eccedente), è il rotto della xxix. $\mathbb{R}$.
- $\frac{8}{8} \& \frac{78789896198729}{8764378742799}$, che sign. $\frac{8764378742799}{864378742799}$, è il rotto della xxx. $\mathbb{R}$.

8 73789896198729 . cioè $\frac{701149669942392}{779939566141121}$. è il rotto della 30. R, che è scarfa.
 8 87543708742799 . cioè $\frac{779939566141121}{87643708742799}$. che significa $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. è il rot
 8 701149669942392 . ouero $\frac{87643708742799}{779939566141121}$. che significa $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. è il rot
 8 779939566141121 . $\frac{779939566141121}{779939566141121}$. via $\frac{867583274883920}{779939566141121}$.

to della 31. R, che è ecc. Et l'eccesso è il prod. di $\frac{1}{779939566141121}$. via $\frac{867583274883920}{779939566141121}$.

via $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è $\frac{867583274883920}{867583274883920}$. moltiplicato in se medesimo

8 $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. cioè $\frac{694066199071360}{7720605765212481}$. è il rotto della 31. R, che è scarfa.

Et la scarfezza è il prodotto di $\frac{1}{867583274883920}$. via $\frac{7720605765212481}{7720605765212481}$. via $\frac{694066199071360}{7720605765212481}$.

699071360 . Ouero (che refulta l'istesso) Il prodotto di $\frac{1}{7720605765212481}$. via $\frac{694066199071360}{7720605765212481}$.

5765212481 . che è $\frac{8}{7720605765212481}$. moltiplicato in se stesso . Cioè 8.esimo del quadra-
 to di $\frac{7720605765212481}{7720605765212481}$.

Et se hauendo detto, la R eccedente di 24. essere $4\frac{2}{5}$. cioè 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto in 1. (quadrato del rotto $\frac{2}{5}$.) . ouo volefimo, mediante questa prima R eccedente 5. trouare altre radici eccedenti con il modo ordinario, operaresimo come segue in margine.

Di 24. la prima R eccedente sia 5. l'eccesso è 1. partito per 10. doppio della R, ne viene $\frac{1}{10}$. quale cauato da 5. prima R detta, resta $4\frac{9}{10}$. che è seconda R eccedente più propinqua. Et l'eccesso è $\frac{1}{10}$. quadrato di $\frac{1}{10}$. in che questa seconda R è minore, ò vogliamo dire è differente dalla prima R detta.

Operazione per trouare la terza Doppio della R $8\frac{2}{5}$. cioè $\frac{49}{5}$. Eccesso $\frac{1}{100}$. Ne viene $\frac{1}{100}$.
 R eccedente più propinqua. $\frac{1}{100}$. quale si caua dal-
 gliamo dire $4\frac{9}{10}$. & resta $4\frac{81}{100}$. che è la terza radice eccedente più propinqua. Et l'e-
 ccesso è $\frac{1}{980}$. via $\frac{1}{980}$. quadrato di $\frac{1}{980}$. in che questa terza R è differente, ò minore della
 antecedente seconda.

Operazione per trouare la quarta R eccedente più propinqua.

Doppio della R . Eccesso da partire.

$8\frac{381}{490}$. cioè $\frac{4801}{490}$. via $\frac{1}{980}$. Ne viene $\frac{1}{9602}$. via $\frac{1}{980}$. quale si caua dalla R $4\frac{881}{980}$.

Et resta $4\frac{8459361}{9409960}$. che è quarta R ecced. più propinqua, Et l'eccesso è $\frac{1}{9409960}$. via $\frac{1}{9409960}$.
 quadrato di $\frac{1}{9409960}$. in che questa R è differente, ò minore della antecedente terza.

Operazione per trouare la quinta R eccedente più propinqua.

doppio della R

46099201 . Eccesso del suo quadrato da partire

8459361 . $\frac{8459361}{9409960}$. via $\frac{1}{9409960}$. ne viene $\frac{1}{92198402}$. via $\frac{1}{9409960}$. da cauare dalla R

$4\frac{4704980}{9409960}$. & resta $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è quinta R eccedente più propinqua.

L'eccesso del quadrato della quale è $\frac{1}{867583274883920}$. moltiplicato in se stesso . quadrato
 della quantità, in che questa quinta R è differente, ò minore della antecedente quarta.

cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{159564832}{383679585}$
i $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{3685757095}{3229001512}$
k $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{45206021168}{54349781287}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{22603010584}{54349781287}$
l $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{380448469009}{457401260880}$
m $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{6403617652320}{7698868643089}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{3201808826160}{7698868643089}$
n $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{53892080501623}{64792757970872}$
o $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{907098611592208}{1090576208035575}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{453049305796104}{1090576208035575}$
p $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{7634033446249025}{9178158970080704}$
q $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{128494225581129856}{154484576977540289}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{64247112790564928}{154484576977540289}$
r $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{1081392038842782023}{1300123738610887240}$
s $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{1820173200552421360}{21883371696616977863}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{9100861100276210680}{21883371696616977863}$
t $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{153183601876318845041}{184167839673212033584}$
u $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{2578349755424968470176}{3099859036647711382385}$
cioè $\frac{7}{8}$.	&	$\frac{1289174877712484235088}{3099859036647711382385}$
x $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{21699083256533979676695}{26088127170894175293168}$
y $\frac{14}{16}$.	&	$\frac{365233780392518454118352}{432109117998040784383383}$
		$\frac{382616890196209227059176}{432109117998040784383383}$
		$\frac{3073763835935835490683681}{3695489833122985502126240}$

In questa operatione potiamo ancora considerare ritrovarsi 23. radici del 78. proposto, 12. eccedenti, & 11. scarfe, la prima delle quali, & è eccedente, farà 8 $\frac{7}{8}$. essendo l'eccesso del suo quadrato $\frac{7}{8}$.

Potiamo hora auuertire, che di ciascuna di queste radici, eccedenti, & scarfe, formare col modo sopradetto, si può trouare l'eccesso, & la scarfezza del quadrato loro facilmente, & il modo è questo. Della prima $\frac{7}{8}$ eccedente l'eccesso è il quadrato del suo rotto, cioè il numeratore del rotto dell'eccesso è il quadrato del numeratore del rotto della $\frac{7}{8}$. Et il denominatore del rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto della $\frac{7}{8}$ istessa. Auuertendo, che essendo il rotto della $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{8}$ & con schifarlo per 2 riducendosi a $\frac{7}{16}$, il numeratore del rotto dell'eccesso verrà ad essere 49. nato da moltiplicare 7. via 7. & il denominatore sarà il quadrato d'8. Nella seconda $\frac{7}{8}$, che è la prima scarfa, la scarfezza è vn rotto, che per numeratore ha il prodotto, che nasce da moltiplicare il numeratore del rotto dell'eccesso della prima $\frac{7}{8}$ antecedente, via il vero avarzo della prima $\frac{7}{8}$, che era 14. cioè via il numeratore del rotto non schifato della prima $\frac{7}{8}$, cioè il prodotto di 49. via 14. che è 686. Ouero (*cherifala l'istesso*) diremo la scarfezza nella seconda $\frac{7}{8}$, che è la prima scarfa, essere vn rotto, che per numeratore ha il numero, che nasce da moltiplicare il 49. numeratore del rotto dell'eccesso nella antecedente prima $\frac{7}{8}$, via il 7. numeratore schifato del primo rotto, & il prodotto 343. moltiplicato ancora per 2. schifatore di detto primo rotto, che fa 686. Et il denominatore di questo rotto della scarfezza sarà il quadrato del denominatore di detta seconda $\frac{7}{8}$, o prima scarfa. Auuertendo, che s'intende sempre, che i rotti totali di ciascuna delle radici siano schifati, quando si possono schifare, come auuiene hora, che delle $\frac{7}{8}$ eccedenti si possono schifare, & si sono continuamente schifati; Essendo essi poi nelle radici scarfe iuschifabili. Il numeratore del rotto dell'eccesso, nella terza $\frac{7}{8}$, si troua moltiplicando il numeratore del rotto della scarfezza della $\frac{7}{8}$ antecedente, via il 7. numeratore schifato del primo rotto, & quello, che fa partito per 2. schifatore; O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesso nella terza $\frac{7}{8}$, si troua moltiplicando il numero, che nasce da partire per 2. schifatore il numeratore del rotto della scarfezza della $\frac{7}{8}$ antecedente, via il 7. numeratore schifato del primo rotto. Et il denominatore d'esso rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto di detta terza $\frac{7}{8}$. Nella quarta radice si troua il numeratore del rotto della scarfezza, moltiplicando il numeratore del rotto dell'eccesso della antecedente terza $\frac{7}{8}$, via 7. numeratore schifato del primo rotto, & il prodotto moltiplicarlo ancora per 2. schifatore; Et il denominatore è pure il quadrato del denominatore del rotto d'essa quarta $\frac{7}{8}$. Nella quinta $\frac{7}{8}$ si troua il numeratore del rotto dell'eccesso, moltiplicando quello, che nasce da partire per 2. schifatore detto il numeratore del rotto della scarfezza della

za della R antecedente, via 7. numeratore schifato del primo rotto. O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesso nella quinta R, è il numero, che nasce a moltiplicare la mità del numeratore del rotto della scarfezza della g antecedente, via il 7. numeratore schifato del rotto primiero; Et il denominatore di questo rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto della istessa quinta g. Et così con quell'ordine si troueranno i rotti delle scarfezze, & de gl'eccessi in qual si vogli delle radici seguenti; che ciascun numeratore del rotto della scarfezza nelle radici scarfe è il doppio del prodotto, che nasce a moltiplicare l'antecedente numeratore del rotto dell'eccesso, via 7. numeratore schifato del rotto primiero. Et ciascun numeratore del rotto dell'eccesso nelle seguenti radici eccedenti è il prodotto, che nasce a moltiplicare per il 7. medesimo detto, la mità dell'antecedente numeratore del rotto della scarfezza; Et il denominatore di ciascun rotto, ò dell'eccesso nelle g. eccedenti, ò della scarfezza nelle radici scarfe, è sempre il quadrato del denominatore del rotto della radice istessa.

7 Numeratore schifato del rotto primiero.

49	numeratore del rotto dell'eccesso nella prima R.
343	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella seconda g.
2401	numeratore del rotto dell'eccesso nella 3. R.
16807	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 4. g.
117649	numeratore del rotto dell'eccesso nella 5. g.
823543	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 6. R.
5764801	numeratore del rotto dell'eccesso nella 7. R.
40353607	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 8. g.
282475249	numeratore del rotto dell'eccesso nella 9. R.
1977326743	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 10. R.
13841287201	numeratore del rotto dell'eccesso nella 11. g.
96889010407	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 12. R.
678223072849	numeratore del rotto dell'eccesso nella 13. g.
4747561509943	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 14. R.
33232930569601	numeratore del rotto dell'eccesso nella 15. R.
222630513987207	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 16. g.
1628413597910449	numeratore del rotto dell'eccesso nella 17. g.
11398895185373143	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 18. R.
79792266297612001	numeratore del rotto dell'eccesso nella 19. g.
558545864083284007	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 20. R.
3909821048582988049	numeratore del rotto dell'eccesso nella 21. g.
27368747340080916343	Mità del numeratore del rotto della scarfezza nella 22. R.
191581231380566414401	numeratore del rotto dell'eccesso nella 23. g.

Ma ancora con facilità ordinatamente potremo trouare i numeratori delli rotti de gl'eccessi, & delle scarfezze nelle radici dette, per ordine, operando, così. Preso il numeratore schifato del rotto primiero, che hora è 7. (essendo il rotto schifato $\frac{7}{2}$. & il non schifato $\frac{1}{2}$. & lo schifatore 2.) egli si moltiplichi in se stesso, cioè per 7. che produce 49. & questo prodotto 49. serue alla prima g, qual 49. si moltiplichi via l'istesso 7. & sà 343. & questo 343. si moltiplichi via l'istesso 7. che sà 2401. & questo si moltiplichi via l'istesso 7. & il prodotto dipoi si moltiplichi per l'istesso 7. & il prodotto ancora si moltiplichi per l'istesso 7. & così si vada continuando a formare tanti prodotti, quanto è il numero delle radici trouate, che hora essendo elle 23. doneremo formare 23. prodotti (essendo 49. il primo) Di questi prodotti il primo seruirà alla prima R, il secondo alla seconda, il terzo alla terza, il quarto alla quarta, & così per ordine, ciascun prodotto seguente seruirà alla R. seguente; ma con questa conditione, che nelle radici eccedenti il numero corrispondeteli sarà il vero numeratore del rotto dell'eccesso del quadrato della g. Ma nelle radici scarfe, il numero corrispondeteli sarà solo la mità del vero numeratore del rotto della scarfezza del quadrato della g. Onde per trouare il numeratore vero, conuerà moltiplicare esso numero per il 2. con che si schisò il rotto primiero, & il prodotto sarà il numeratore vero, ò totale del rotto della scarfezza della R. Il denominatore poi del rotto dell'eccesso, ò della scarfezza in ciascuna R, sarà sempre il quadrato del denominatore del rotto della g. medesima, che all'ora si considera.

numeratore del rotto totale 3073763825935885490683681
denominat. del rotto aggi. 43916911799084078438383

9211291477807656472051043

10143420625588421192561473

24590110607487083925469448

24590110607487083925469448

9211291477807656472051043

21516346781551198434785767

258196161378614381217429204

218196161378614381217429204

304304618762653663577684419

27663874433421969416153129

35963036763449860240990677

3073763825935885490683681

1198767921149953436663559

1029505303743549602734724

nuovo numerat. del rotto tot. 1349717721518858936786804000421697765120685672823

numerat. del rotto aggiunto 365232789392518454118352

denominat. del rotto totale 3695489834122985502126240

2 3

2191402682355110724710112

8765610729440442898840448

438280536470221449480224

730467560785036908236704

1816168901962592170591760

12783182513738145894142320

3469209139289253141243440

730467560785036908236704

438280536470221449480224

8765610729440442898840448

328710403353666087065168

29589956218793944783586512

17531214588408857976808906

3469209139289253141243440

13148116094130664348200672

nuovo numer. del rotto aggi. 1349717721518858936726804000394329017780604756480

Il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto che moltiplicato via il rotto totale

in 276638747340080916343

43916911799084078438383

via 3073763825935885490683681

3695489834122985502126240

produce l'eccesso del quadrato della R.

191581231380566414401

3695489834122985502126240. moltiplicato in se medesimo.

Le poche ore che il rotto primiero non si è (chisato (essendo in chisabile) occorre, che li prodotti ordinariamente, che nascono dal moltiplicare il numeratore del rotto primiero, che è 7. in se stesso (che si 49. qual serve alla prima R.) & il prodotto per 7. & il prodotto per 7. & così seguendo, fin che li prodotti siano 11. come 11. sono le radici; occorre, dico, che ciascuno di questi prodotti è il vero numerat. del rotto dell'eccesso, ò della scarsezza della R. corrispondenti.

Et se di 32. proposto diremo la R eccedente essere $5\frac{7}{10}$. Volendo nel modo sopradetto trouarne vn'altra molto più propinqua, potremo dire ella essere

$$5\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10}, \& 1\frac{7}{10},$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 107 \\ 749 \\ 1140 \\ 7980 \\ 12149 \\ 85043 \\ 129470 \\ 906290 \\ 1379743 \\ 9658201 \\ 14703720 \\ 102926040 \\ 156695401 \\ 1096867807 \\ 1669880050 \\ 11689160350 \\ 17795668307 \end{array}$$

che è $5\frac{7}{10}$. Et è eccedente, per esser composta da numero di paro di rotti parziali, eguali cia(cun d'essi al rotto primiero. Et l'eccesso del suo quadrato sopra al 32. proposto sarà 189645843420 . moltiplicato in se stesso.

prima R $5\frac{7}{10}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	49
2. R $5\frac{70}{107}$	è scarfa, & il numeratore del rotto della scarfezza è	343
3. R $5\frac{749}{1140}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	2401
4. R $5\frac{7980}{12149}$	è scarfa, & il numeratore del rotto della scarfezza è	16807
5. R $5\frac{85043}{129470}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	117649
6. R $5\frac{906290}{1379743}$	è scarfa, & il numeratore del rotto della scarfezza è	823543
7. R $5\frac{9658201}{14703720}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	5764801
8. R $5\frac{102926040}{156695401}$	è scarfa, & il numeratore del rotto della scarfezza è	40353607
9. R $5\frac{1096867807}{1669880050}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	282475249
10. R $5\frac{11689160350}{17795668307}$	è scarfa, & il numeratore del rotto della scarfezza è	1977326743
11. R $5\frac{124566678149}{189645843420}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	13841387201

Li denominatori poi di questi rotti sono; del primo il quadrato del denominat. del rotto della prima R, cioè il quadrato di 10. che è 100. del secondo, il quadrato del denominat. del rotto della seconda R, & così de gl'altri è denominat. il quad. del denominat. del rotto della sua R.

B B

Dalle

Dalle operazioni superiori si comprende, che data una quantità alla similitudine delle sopradette, & poniamo sia dato $4\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. tale, che il denominatore 8. del primo rotto parziale sia doppio all'intero 4. Et dicendosi, domando il quadrato d'essa quantità,

$$4\frac{1}{2} \text{.} \& \frac{2}{3} \text{.} \& \frac{1}{4} \text{.} \& \frac{1}{5} \text{.} \& \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 10 \frac{1}{2} \\ 2 \text{.} \& \frac{16}{4} \\ 4 \text{.} \& \frac{43}{43} \\ 1 \text{.} \& \frac{8}{2} \\ 2 \text{.} \& \frac{43}{43} \\ 6 \text{.} \& \frac{43}{9} \\ 9 \text{.} \& \frac{94}{94} \end{array}$$

564. è il rotto aggiunto.
889

2667. è il rotto totale.

7676. è la quantità data.

rotto rot.	rotto aggiù.
2667	564
7676	889
24003	30704
21936	429856
21336	4329264
2370963	

Il rotto tot. è minore dell'aggiuto in

$$\begin{array}{r} 1858301 \\ 7676 \text{ via } 889 \\ \& \text{ questo moltiplicato } \\ \text{via il rotto tot. } \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \\ \text{che è quanto a moltiplicare } \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \text{ via } \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ \frac{8}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{ fa } 5874903 \\ 7676 \text{ via } 7676 \end{array}$$

che è quello, in che il qua-

drato della quantità data $4\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$. manca ad arriurare a 19. Et è mancamento, trouandosi il rotto totale essere minore dell'aggiuto.

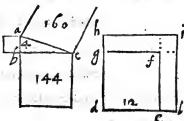
Che $4\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. non si possa, schifando li rotto parziali ridurre, o dire essere quato $4\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. cioè che li rotto parziali, eccetto l'ultimo, non si deuan schifare, si conosce anco di qui; che quando si schifassero, alhora il denominatore totale, che ne derivasse, cioè 1588. faria necessariamente minore del 7676 & però douendosi ridurre il

$$4\frac{1}{2} \text{.} \& \frac{2}{3} \text{.} \& \frac{1}{4} \text{.} \& \frac{1}{5} \text{.} \& \frac{1}{6}$$

faria $4\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$. che non è eguale a $\frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$. uerria, che il $\frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$. si potesse schifare, qual rotto si vede essere inschifabile.

ro minore di $\frac{1}{2}$. douentaria il rotto, che si giongesse al 4. intero, & però tanto minore di 19. sarà il quadrato della quantità detta.

Et se vorremo Geometricamente considerate il modo di pigliare le radici propinque delli numeri, & applicarlo alla inuentione de' lati de' quadrati, & triangoli rettangoli, potremo supponere, che nel triangolo rettangolo a b c, il lato b c, sia 12. & l'a b, sia 4. Il quadrato di b c, sia d e f g. 144. & il quadrato di a b, sia equiualeute, o eguale allo gnomone g h i e f 16. onde il quadrato di i, sarà eguale al quadrato del lato a c, che nel triangolo rettangolo a b c, si oppone all'angolo retto, & verrà ad essere 160. Nello gnomone sopradetto, che contiene li



dui supplementi h a f l, & il quadrato f i, ciascuno delli dui supplementi (che sono fra loro eguali) farà manco della metà di 16. grandezza dello gnomone totale, cioè sarà manco d'8. però essendo il lato e f, del supplemento 12. l'altro lato e l, che con e f, fa angolo retto, verrà ad essere manco di $\frac{1}{2}$. che nasce a partire manco d'8. per 12. onde nel quadrato di i, essendo il suo lato d l, dinio in d e, & e l, perche d e, è 12. & e l, è manco di $\frac{1}{2}$. sapremo, che detto lato non arriuarà a 12 $\frac{1}{2}$. & però medesimamente nel triangolo rettangolo

$$\begin{array}{r} 25 \\ 57 \\ \hline 1442 \\ 57 \quad 3249 \\ \hline 1 \quad 57 \end{array}$$

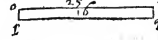
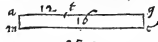
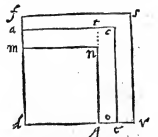
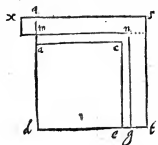
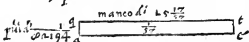
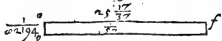
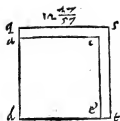
ne viene

Causi da 12

$$\begin{array}{r} 37 \\ 57 \\ \hline 1442 \\ 37 \\ \hline 53354 \end{array}$$

resta 12

$$\begin{array}{r} 53353 \\ 82194 \\ \hline \end{array}$$



drato di d e, però concluderemo, che il quadrato di $12 \frac{1}{2}$, d t, eccede il quadrato di e, in quanto importa il quadrato d' $\frac{1}{4}$, t l, quantità leuata dal $12 \frac{1}{2}$, d l.

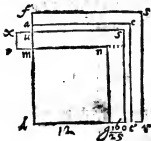
Et se anco vorremo trouare vn'altra R di 160. più appinqua del $12 \frac{1}{2}$, potremo nel medesimo modo, & imaginando similmente li rettangoli, & gnomoni necessarii, partire il quadr. di $\frac{1}{4}$, cioè $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$, che è la quantità dello gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d r, supera il 160. quadrato di d e, per $25 \frac{1}{4}$, doppio del lato d t, ouero t s, che ne viene $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$, & questo sarà minore di t e, differenza di d t, à d e, (perche formato il rettangolo p f, eguale in grandezza allo gnomone e t s q a c, ma di lunghezza doppia alla d r, ò vogliamo dire t s, che perciò sarà largo $\frac{1}{2}$, nato à partire $\frac{1}{4}$, grandezza per $25 \frac{1}{4}$, lunghezza; Et anco ridotto lo gnomone medesimo e t s q a c, in vn rettangolo, giungendo in diretto

Quadrifi 12	53353	82194
	82194	82194
	1280472	328776
	15	1561686
	47562	164388
	164388	657552
	473164	6755853636
	410970	Il 2 è 160. &
	575358	1
	328776	6755853636
	160059	
	266765	
	1760649	
	266765	
	6755853637	

di o f; essendo dunque il rettangolo a t, più corto, ma eguale in grandezza al rettangolo p f, egli per la 14. del 6to, & 14. del quinto, de gl Elementi d'Euclide, farà più largo, che non è il rettangolo p f, cioè la linea q a, ouero t e, sarà più lunga della o p, ò vogliamo dire la o p, trouata $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$, sarà più corta della t e, però leuata da t d, ne resterà quantità maggiore della d e, perche il quadrato d'essa quantità supera il quadrato di d e, & in tanto, quanto importa il quadr. d' $\frac{1}{4}$, quantità leuata da t d, (perche essendo leuato o p, da t d, $12 \frac{1}{2}$, che resterà g d, $12 \frac{1}{2}$, & formato sopra essa g d, il quadrato g d m n, egli sarà superato dal quadrato di d t, nel gnomone g t s q m n, quale è tanto mào del doppio

pio del rettangolo $g s$, quanto importa il quadrato $n s$, che al rettangolo $n q$, giungendo vn quadrato eguale all' $n s$, & sia l' $m x$, allhora il rettangolo $n x$, faria eguale al $g s$, & però ciascun di essi faria la metà di $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. qual metà è il duto di $g r$, $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. in $t s$, $12 \frac{1}{2}$. onde la somma loro, che è $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$, faria eguale allo gnomone $e t s q a c$, in che il quadrato di $d t$, supera il quadrato di $d e$, però così dalla somma de' dui rettangoli $x n$, & $s g$, come dallo gnomone $e t s q n c$, leuando lo gnomone $g t s q m n$, il restante dall'vna parte, che è il quadrato $m x$, (eguale all' $n s$, quadrato di $s g$), sarà eguale al restante dall'altra, che è lo gnomone $e g n m a c$, in che il quadrato di $d g$, supera il quadrato di $d e$,) onde la detta quantà restata sarà anco ella $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ eccedente di 160. ma più propinqua, che non era la $d t$, $12 \frac{1}{2}$. Et così potremo seguire à trouare quant'altre radici eccedenti più propinque vorremo.

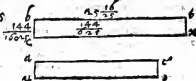
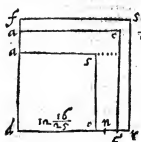
Et se volemmo trouare la R propinqua, ma non eccedente d'vn numero proposto, & sia hora del 160. sopradetto, cioè che essendo il quadrato $a c d$, 160. si vogli trouare propinquamente non eccedente il vero, quanto sarà il suo lato $d e$. Noi vnito nell'angolo d , esso quadrato, con dui quadrati ad esso propinqui, vno maggiore di lui, & l'altro minore, i lati della quali siano noti, & potranno essere i numeri di questi lati, quelli dui numeri intieri prosimi, fra li quali si troua la sfera $d e$, cioè 12. & 13. lati di 144. & 169. quadrati di numeri intieri prosimi, fra li quali si troua il 160. vedremo, che il quadrato $a d e c$, supera il quadrato minore $m d g n$, nello gnomone $a e e g n m$, il quale diuidendo nelli dui rettangoli $a t n m$, & $t g e e$, & vnire insieme le loro lunghezze in diretto, formando d'essi il solo rettangolo $a m g e$, egli hauerà per larghezza la $g e$, differenza di 12. $d g$, alla $d e$, vera R di 160. & per lunghezza hauerà la linea $a g$, della quale la parte $a t$, sarà 12. eguale alla linea $d g$, & la parte $t g$, sarà manco di $s r$, ouero $d t$, 13. onde tutta la $a g$, sarà manco di 25. somma di $d g$, & $d r$. Et formando vn'altro rettangolo $o p q f$, eguale allo gnomone $a m n g e c$, cioè eguale al rettangolo $m g$, 16. che habbi per lunghezza la $p q$, 25. eguale alla somma di $d g$, & $d r$, questo rettangolo, che sarà più lungo del rettangolo $m g$, à lui eguale, verrà perciò ad essere manco largo del detto rettangolo $m g$, onde la linea $o p$, $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. sarà più certa della $m a$, ouero $g e$, & però essa $o p$, giointa in diretto alla $d g$, dalla parte di g , formando la $d o$, $12 \frac{1}{2}$. questa $d o$, sarà più corta della $d e$, restando il punto o , fra il g , & $t e$, onde il quadrato della $d o$, non arriuara alla grandezza del quadrato di $d e$, cioè à 160. & perciò la $d o$, sarà R scarfa di 160. perche conosciamo, che partito il 16. eccetto del 160. sopra al 144. per 25. somma di 12. & 13. intieri prosimi, lati delli detti quadrati 144. & 169. minore, & maggiore, che inchindono il 160. & l'auuenimento $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. giointo à 12. numero, ò lato minore, la somma $12 \frac{1}{2}$. sarà R propinqua scarfa del 160. Et per trouare quanto è la scarfezza del quadrato di $d o$, cioè quanto li manca per arriuare à 160. considereremo, che essendo il quadrato di $d o$, il $d o s u$, egli supera il quadrato di $d g$, 144. nella gnomone $m u s o g n$, & questo diuidasi nelli dui rettangoli $o n$, & $s m$, quali posti insieme in diretto, mediante le loro lunghezze, formandone vn rettangolo solo, egli sarà largo quanto il rettangolo superiore $p q f o$, cioè $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. poiche la $g o$, & però la $m u$, è posta eguale alla $o p$, ma sarà più corto del detto rettangolo $p q f o$, che ha la lunghezza composta da $d g$, 12. & $d r$, 13. che è quanto à dire da $g n$, & $f s$, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettangolo $o n$, la lunghezza è eguale alla $g n$, 12. dell'altra parte poi, cioè del rettangolo $s m$, la lunghezza $s n$, che è $12 \frac{1}{2}$. non arriua alla lunghezza $s f$, che è 13. il che è quan-



to à dire la $d o$, $12 \frac{1}{2}$. non arriua alla $d r$, 13. ma li manca quanto è la $o r$, cioè $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che è la differenza di $g o$, $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. aggiunto al 12. numero intiero, & minore adoprata di 160. à $g r$, in che $d g$, è differente da $d r$, 13. R maggiore adoprata di 160. Onde se allungaremo la $s u$, sino in x , talmente, che $s x$, sia eguale alla $s f$, ouero $d r$, & che perciò la $u x$, sia eguale alla $o r$, & compieremo il rettangolo $s t$, egli sarà della lunghezza della $d r$, & però giointo in diretto con il rettangolo $n o$, formaria vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo $p q f o$, questo rettangolo dunque $p q f o$, & però il gnomone $a m n g e c$, 16. al quale fù posto eguale, verrà à esser maggiore delli dui rettangoli $o n$, & $s m$, cioè dello gnomone $m u s o g n$, in quanto importa il piccolo rettangolo $m x$, ma il medesimo gnomone $a m n g e c$, 16. è maggiore del detto gnomone $m u s o g n$, nel gnomone $o e c a u s$, in che il quadrato di $d o$, è superato dal quadrato di $d e$, & però il quadrato di $d o$, sarà minore del quadrato di $d e$, nell'istesso piccolo rettangolo $m x$, ò vogliamo dire il gnomone $o e c a u s$. eccetto di 160. quadrato di $d e$, sopra

al quadrato di d , sarà eguale al piccolo rettangolo $m \times$, ma questo è contenuto dalla linea g , trouata $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & dalla $o r$, $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che è la differenza di g o, alla intiera $g r$; hor posta vna vnità, cioè 1 . differenza delli lati delli quadrati adoprati, minore, & maggiore del dato 160 . però la grandezza d'esso rettangolo $m \times$, sarà $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & in tanto è scarfo il quadrato di d o, però esso quadrato sarà solo $159 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. Dal che conosciamo, che in pratica per trouare la scarfezza del quadrato della scarfa d'un numero proposto, trouata col mezzo di due, l'vna minore, & l'altra maggiore del douere, conuiene moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa scarfa trouata, à ciascuna delle due minore, & maggiore adoprare; che il prodotto sarà la quantità della scarfezza, cioè quello, in che il quadrato della R scarfa trouata è superato dalla quantità proposta da pigliarne la R .

Et per andare inuestigando modo di trouare quantità, il quadrato della quale sia più vicino al vero 160 . (non lo eccedendo però) che non è il quadrato di $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$, potremo immaginarci similmente, che il quadrato $a d e$, 160 . sia congiunto nell'angolo d , con il quadrato $u d o$, minore



$c \times$
 $25 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$, cioè $\frac{641}{25}$. in $\frac{144}{625}$. entra $\frac{144}{16025}$. che è $b c$

giungasi $\frac{144}{16025}$ à $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. do.

$\frac{641}{10256}$
 $\frac{144}{144}$

la somma è $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$, cioè $12 \frac{416}{641}$. che è $d n$

Quadrifi $12 \frac{416}{641}$

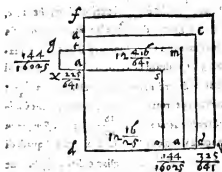
4092
 9984
 369
 641
 236929
 173056
 409985
 418881
 1296
 418881

il quadrato è $159 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che per arri-

uare à 160 . vi manca

$d o$ $d n$ $d r$
 $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ $12 \frac{416}{641}$ 13
 differéza di
 $d o$, & $d n$. $d n$, & $d r$.
 $\frac{144}{16025}$ via $\frac{235}{641}$
 $\frac{641}{410881}$ che è la scarfezza del
 quadr. di $d n$, per arriuare à 160 .

re di lui in $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che hà per lato $d o$, $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & con il quadrato $f d r$, 169 . maggior di lui, che hà per lato $d r$, 13 . (Se questo quadrato eccedesse in manco il quadrato 160 , cioè il lato $d r$, fusse solo $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & $12 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & c. tanto maggior propinquità si trouaria nella R , che si cerca) & per trouare scarfamente propinquo al vero il numero di $o e$, per poterlo giungere alla $d o$, & formare la scarfa più propinqua, fingeremo il rettangolo $b e x$, eguale allo gnomone e $c a u o$; $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. in che il quadrato di e , 160 . supera il quadrato $o u$, $159 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. la lunghezza $c x$, del quale sia $25 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. eguale alla somma delle due linee $d o$, & $d r$, lati delli due quadrati detti (minore, & maggiore del quadrato di $d e$) perchè la sua larghezza $b e$, verrà ad essere $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. (che nasce a partire la grandezza $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. per la lunghezza $25 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$). Questa linea $b e$, o vogliamo dire vna linea à lei eguale, giouca alla $d o$, verso o , in diretto, non peruerà al punto e , ma resterà fra li punti o , & e , in n , formando la $d n$, minore della $d e$, perchè la $o n$, è minore della $o e$, & lo conosceremo come di sopra, così. Fingasi lo gnomone e $c a u o$, diuiso nelli due rettangoli $e s$, &



larghezza n u, dell'altro sia maggiore della larghezza b c, $\frac{144}{16025}$ dell'vno; & così essendo o e, eguale ad a u, & o n, $\frac{12 \frac{4}{11}}{641}$ posta eguale alla b c, sapremo la o e, essere maggiore della o n, & però tutta la d n, $\frac{12 \frac{4}{11}}{641}$ sarà minore della d e, perche essa d n, sarà p[er] scarsa auo della d e. proposto, ma più propinqua della d o, cioè il quadrato di d n, non arriuerà di grandezza al quadrato di d e, ma se li approssimarà più che il quadrato di d o.

Et se vorremo trouare quanto è la scarfezza del quadrato di d o, cioè quanto li manca per arriuare à 160. noi pure, come di sopra si fece, consideratemo, che essendo il quadrato di d n, il d n m t, egli supera il quadrato di d o, $159 \frac{4}{11}$ nello gnomone m n o s u, & questo diuidasi nelli due rettangoli n s, & m u, quali posti insieme in diretto, mediante le loro lunghezze formandone vn rettangolo solo, egli farà largo quanto il rettangolo superiore c t, cioè $\frac{144}{16025}$ poiche la o n, & però anco la u t, è posta eguale alla b c, ma sarà più corto del detto rettangolo c t, che ha la lunghezza composta da d o, $\frac{12 \frac{4}{11}}{641}$ & d r, 13, il che è quanto à dire da o s, & f s, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettangolo n s, la lunghezza è eguale ad o s, $\frac{12 \frac{4}{11}}{641}$ dell'altra parte poi, cioè del rettangolo m u, la lunghezza m t, che è $\frac{16}{25}$ non arriua alla lunghezza s f, che è 13, il che è quanto à dire; la d n, $\frac{12 \frac{4}{11}}{641}$ non arriua alla d r, 13, ma li manca tanto, quanto è la n r, cioè $\frac{16}{25}$. Onde se allungando la m, fino in g, talmente, che m g, sia eguale alla s f, ouero d r, & che però la g t, sia eguale alla n r, compiremo il rettangolo m x, egli farà della lunghezza della d r, & però giunto in diretto con il rettangolo s o, formerà vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo c t, questo rettangolo dunque o r, che tù posto eguale allo gnomone e a u s o, verrà ad essere maggiore delli due rettangoli n s, & m u, cioè dello gnomone o n m t u s, in quanto importa il rettangolo u g, & però il quadrato di d n, sarà minore del quadrato di d e, nel medesimo rettangolo u g, ma questo è contenuto dalle due linee c g, (eguale alla n r,) & t u, (eguale alla n o,) però moltiplicando n o, $\frac{16}{25}$ (differenza di d n, & scarfa hora trouata di d o, & scarfa adoprata) via n t, $\frac{144}{16025}$ (differenza della medesima d n, & scarfa hora trouata di d r, & eccedente adoprata) il prodotto $\frac{2304}{16025}$ sarà la scarfezza del quadrato di d n, & hora trouata, cioè quello, che li manca per arriuare à 160. proposto. Et così conosciemo con questo modo poterli trouare quant'altra se scate più propinque si vorranno. Cioè. Giouita la scarfa già trouata con vna propinqua eccedente, & con la somma partito la scarfezza del quadrato della trouata, & l'aumentamento giunto ad essa scarfa trouata, la somma sarà la scarfa più propinqua; & la scarfezza del quadrato di questa sarà quel prodotto, che nasce à moltiplicare la differenza di questa alla scarfa adoprata, via la differenza di questa medesima alla n eccedente adoprata; Et così medite questa scarfa noua, & con la eccedente, potremo trouarne vn'altra scarfa più propinqua, & poi con quella vn'altra più propinqua; & procedere auanti in trouarne quant'altra più propinque vorremo.

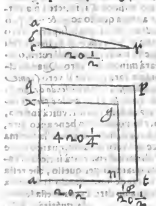
Sia hora, che habbiamo il triangolo rettangolo a c r, il lato e r, del quale sia $10 \frac{1}{2}$ & il c a, 6. Il quadrato di c r, sia l'a g, $420 \frac{1}{2}$ & il quadrato di c a, sia il gnomone n p x, 36. Onde il quadrato t q, sarà eguale al quadrato di a r, lato del triangolo rettangolo opposto all'angolo t, retto; & sarà 456. Ciascuno delli due supplementi sarà manco di 18. metà dello gnomone (perche il gnomone 36, oltre alli due supplementi eguali fra loro, comprende di più il quadrato g p,) & essendo la lunghezza g n, $10 \frac{1}{2}$ la larghezza n t, sarà manco di $\frac{18}{20}$, cioè di $\frac{9}{10}$, onde la linea a t, lato del quadrato a p, & però a r, sarà manco di $10 \frac{1}{2}$ & $\frac{18}{20}$, che il quadrato di $10 \frac{1}{2}$ & $\frac{18}{20}$ è tanto più di

più di $420\frac{1}{2}$. & 36. quanto importa il quadrato di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. che è $\frac{324}{420\frac{1}{2}}$. però dicēdo, che la r, ò vogliamo dire a r, sia $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè $21\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, che la radice di $456\frac{1}{2}$. sia $21\frac{1}{2}$. questo sarà più del douere, perche il quadrato di $21\frac{1}{2}$. supererà il $456\frac{1}{2}$. nel quadrato di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. che è $\frac{324}{420\frac{1}{2}}$. Et se gionto il 36. quadrato di a c, 6. al $420\frac{1}{2}$. quadrato di r, $20\frac{1}{2}$. che fa $456\frac{1}{2}$. & presane la $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$ eccedente al modo ordinario, diremo ella essere $21\frac{15}{42}$. il quadrato di questa supererà il $456\frac{1}{2}$. nel quadrato del rotto $\frac{15}{42}$. qual rotto, perche è minore del rotto superiore già detto $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. (che della radice detta $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. il $20\frac{1}{2}$. si piglia in vece d'intero, ò per la prima parte della linea a r,) ancora il suo quadrato sarà minore del quad. di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. però il $21\frac{15}{42}$. sarà $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$ più propinqua, che il $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire a $1\frac{15}{41}$. Et così pigliando la R, ò trouando la a r, in l'vno, ò in l'altro modo, quella sarà più propinqua, che in somma sarà minore, ouero (che riesce l'istesso) che hauerà rotto, ò seconda parte più piccola, che seconda parte in l'vno modo chiamiamo il $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. & nell'altro il $\frac{15}{42}$. Onde se nel trouare la $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$ eccedente di $456\frac{1}{2}$. pigliaremo per prima parte $20\frac{1}{2}$. (il quadrato di che è $420\frac{1}{2}$.) & così auanzarà $21\frac{1}{2}$. che farà efimo del doppio di detto $20\frac{1}{2}$. prima parte, cioè di $41\frac{1}{2}$. & però haueremo per rotto, ò seconda parte $\frac{25}{41\frac{1}{2}}$. (nel quadrato del quale il quadrato della somma di dette prima, & seconda parte eccederanno il $456\frac{1}{2}$.) perche questo rotto (& significa $\frac{5}{10\frac{1}{2}}$.) è pur maggiore del $\frac{15}{42}$. rotto accompagnato al 21. ne segue, che anco il $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè $21\frac{3}{10\frac{1}{2}}$. sia manco propinquo al vero, che il $21\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. (& $\frac{3}{10\frac{1}{2}}$ è ben maggiore di $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$.) & così se non passiamo il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, che siano minori di 21. haueranno per rotto, ò seconda parte, quantità maggiore di $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. però faranno manco propinque, che il $21\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. ma passando il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, maggiori di 21. verano ad hauer per rotto, ò seconda parte quantità minore di $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. (po: che il numeratore d'essi, ò auanzo del $456\frac{1}{2}$. sarà minore di 15. & il denominatore (doppio della prima parte posta più di 21.) sarà maggiore di 42.) onde elle faranno più propinque al vero, che il $21\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. Che pigliando per prima parte poniamo $21\frac{1}{2}$. (il quadrato di che è $451\frac{1}{2}$.) la seconda parte sarà $\frac{4}{42\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{8}{85}$. che è $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. rotto minore di $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. il quadrato del quale $\frac{1}{10\frac{1}{2}}$. è $\frac{1}{100}$. & in questo $\frac{1}{100}$. il $21\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{100}$. cioè $21\frac{1}{100}$. con il suo quadrato supererà il $456\frac{1}{2}$.

Di qui conofciamo, che nel triángolo rettangolo a c r, detto, per trouare la lunghezza di a r, noi senza trouare ambidui i quadrati di c r, & di a c, potiamo partire il quadrato di a c, minore, cioè 36. per il doppio del lato maggiore, cioè per 42. & ne viene $\frac{2}{7}$. & questa è la quantità prossima al vero, ma sopraabbandante, in che a r, per lunghezza supera c r, onde a r, $20\frac{1}{2}$. gionto $\frac{2}{7}$. che farà $21\frac{1}{7}$. questa potremo dire essere la lunghezza prossima sopraabbandante di a r; che il quadrato di questo $21\frac{1}{7}$. supererà il vero quadrato di a r, nel quadrato del $\frac{2}{7}$. aggiunto, cioè in $\frac{4}{49}$. & Et così auerrà ne gl'altri simili.

Et se supposto l'istesso triángolo rettangolo a c r, vorremo trouare la lunghezza di a r, ma che non superi il vero; partiremo il 36. quadrato di a c, per il doppio più 1. di $20\frac{1}{2}$. cioè per 42. & ne viene $\frac{2}{7}$. cioè $\frac{2}{7}$. & questo sarà scarsemente quello, in che la lunghezza di a r, supera la c r. Et lo scarfeggiamento si trouarà a moltiplicare 6. numeratore del $\frac{2}{7}$. via 1. differenza d'esso 6. numeratore al 7. denominatore, che fa 6. per numeratore del rotto dello scarfeggiamento, essendo denominatore 49. quadrato del 7. denominatore, però esso scarfeggiamento farà $\frac{6}{49}$. Onde dicendo a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{6}{49}$. cioè $21\frac{1}{7}$. questo hauerà il suo quadrato minore del vero $456\frac{1}{2}$. in $\frac{6}{49}$. però $21\frac{1}{7}$. moltiplicato in se stesso, deuē fare solo $456\frac{1}{7}$. come realmente fa; La causa è, che se all'altro modo superando il vero, si disse a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{10}$. che supera il vero nel quadrato di $\frac{1}{100}$. (essendo che il solo doppio di $20\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{10}$. fa il 36. che bisogna) hora dicēdo di a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{10}$. consideratemo, che a moltiplicare $20\frac{1}{2}$. due volte,

due volte via $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire d' moltiplicare 41. via $\frac{1}{2}$. non produrrà, ò farà 36. come
 fà d' moltiplicare 41. via $\frac{1}{2}$. anzi, perche 42. denominatore del rotto minore $\frac{1}{2}$. è maggio-



re di 41. denominatore del rotto maggiore $\frac{1}{2}$. in vna vni-
 tà, auuerà, che d' moltiplicare $\frac{1}{2}$. per 41. farà tanto man-
 co, che d' moltiplicare $\frac{1}{2}$. via il medesimo 41. in quãto im-
 porta il prodotto d' 1. (differenza di 41. d' 42. denominatori det-
 ti) via 36. qual prodotto è 36. & sono 42. efimi; Che d' mol-
 tiplicare $\frac{1}{2}$. per 42. faria 36. (come anco fà similmente 36. d'
 moltiplicare $\frac{1}{2}$. per 41.) ma d' moltiplicare effo $\frac{1}{2}$. solo per
 41. che è 1. volta manco del 42. farà ancora manco 1. volta
 il $\frac{1}{2}$. cioè farà 36. manco $\frac{1}{2}$. Et perche il quadrato di
 20 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. confa non folo del quadrato di 20 $\frac{1}{2}$. & delli
 doi rettangoli di 20 $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. ma anco del quadrato di
 $\frac{1}{2}$. cõsideraremo, che il quadrato di detto $\frac{1}{2}$. rotto sim-
 plice, cioè che veramente non arriua alla vnià, non può ef-
 ere eguale, ò maggiore ad effo $\frac{1}{2}$. (che manca al 156 $\frac{1}{2}$.)
 ma è fempre minore (che il quadrato d' vn rotto fimplice, ò vo-
 gliamo dire, che fia minore della vnià, è fempre minore dell' ifteffo
 rotto) poiche d' moltiplicare $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fà $\frac{1}{4}$. & li
 $\frac{1}{2}$. ridotti à 1764. efimi, fono (36. via 42. fà) 1512. 1764.
 efimi, & il 1512. che deriua da 36. via 42. è maggiore, che il
 1506. qual deriua da 36. via folo 36. Et perche queffo folo 36. è minore del 42. in 6. il 1506. farà
 minore del 1512. in 6. volte 36. cioè in 216. che fono 1764. efimi, & però conofciamo, che
 nel $\frac{1}{2}$. cauato 36. numeratore da 42. denominatore, & con il 6. reftante, ò differenza loro,
 moltiplicato il 36. numeratore, ne nafce il 216. numeratore, & moltiplicato il 42. de nomina-
 tore in fe medefimo, ne nafce il 1764. denominatore, che formano $\frac{216}{1764}$. cioè $\frac{1}{8}$. & que-
 ffò è quello, in che la fomma delli doi rettangoli di 20 $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. giointi al quadrato del $\frac{1}{2}$.
 manca ad arriuarè à 36. in che il quadrato di a r, fupera il quadrato di c r; però dicendo, che
 a r, fia 20 $\frac{1}{2}$. & c r, cioè 21 $\frac{1}{2}$. queffo 21 $\frac{1}{2}$. è manco del douere, & il fuo quadrato è minore
 del quadrato di a r, in $\frac{1}{8}$. Tutto queffo auuene, quando il rotto, ò feconda parte, che tro-
 uiamo partendo il quadrato di a c, per il doppio, & 1. più di c r, non arriua ad 1. che quando
 egli arriuaffe precife ad 1. (effendo poniamo a c, la B. di 42. & però il fuo quadrato 42. che con il qua-
 drato di c r, faria 452 $\frac{1}{2}$. del quale la B. è precife 21 $\frac{1}{2}$.) alhora dicendo a r, effere 20 $\frac{1}{2}$. & c r, cioè
 21 $\frac{1}{2}$. queffo faria la vera quantità di a r, cioè non fcarfeggiaria punto (Et ben fegua la regola an-
 cor queffo, che in $\frac{1}{8}$. cauato il numeratore dal denominatore, refta 0. quale moltiplicato per 42. nu-
 meratore, fà 0. per numeratore, effendo denominatore 1764. quadrato di 42. denominatore, onde haue-
 reffimo $\frac{0}{1764}$. per fcarfeggiamento, cioè niente.) Et quando effa quãtità, chiamata feconda par-
 te, paffaffe 1. alhora il compofto d' effa, & della prima parte non fcarfeggiaria dal vero, ma
 anzi faria maggiore del vero, come auuerria ponendo a c, 10. che il fuo quadrato faria 100.
 quale partito per il doppio più 1. di c r, cioè per 42. ne viene $\frac{100}{42}$. onde dicendo a r, effere
 20 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè 22 $\frac{1}{2}$. queffo non fcarfeggiaria dalla vera quantità di a r, anzi il qua-
 drato d' effo 22 $\frac{1}{2}$. faria maggiore del quadrato di a r, cioè di 520 $\frac{1}{2}$. in 3 $\frac{1}{2}$. che ancor
 queffo 3 $\frac{1}{2}$. quale hora è fuperamento, fi trouaria pure mediante la regola detta, che d'
 moltiplicando 58. differenza del 100. numeratore al 42. denominatore nel $\frac{100}{42}$. via 100. nu-
 meratore, che faria 5800. per numeratore, effendo denominatore il quadrato di 42. denomi-
 natore, & però hauereffimo $\frac{5800}{1764}$. cioè 3 $\frac{1}{2}$. che è quello, in che il quadrato di 22 $\frac{1}{2}$.
 fupera hora il vero quadrato di a r.

Er fe adoprando la regola, ò modo, che per fua natura fopraabbonda al vero, partito 100.
 quadrato di a c, pofta 10. per il doppio folo di c r, cioè per 41. che ne verria $\frac{100}{41}$. quale gion-
 to à 20 $\frac{1}{2}$. faria 22 $\frac{1}{2}$. queffo fecondo il folito haueria il fuo quadrato maggiore del vero qua-
 drato di a r, nel quadrato di $\frac{100}{41}$. cioè in $\frac{100}{41}$.

Er così nel medefimo triangolo rettangolo a c r, effendo pure c r, 20 $\frac{1}{2}$. fe l'a c, fi poffe 12.
 volendo trouare quanto faria più lungo l'a r, del c r, vifando la regola, che per fua natura è fo-
 praabbondata al vero, nel modo fopradetto partireffimo 144. quadrato di a c, per 41. de p-
 pto di c r, che ne verria $\frac{144}{41}$. & queffo gionto à c r, 20 $\frac{1}{2}$. faria 20 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{41}$. cioè 24 $\frac{1}{41}$.
 che fi diria effere a r, ma eccedere il vero, perche il quadrato d' effo 24 $\frac{1}{41}$. eccedere il vero
 quadrato di c r, in 12 $\frac{1}{41}$. quadrato del $\frac{1}{41}$. in che fi diria a r, effere più lunga di c r.
 Ma fe adoprando l'altro modo, ò regola partiffimo il 144. quadrato di a c, per 1. più del dop-
 pio

pio di $c r$, cioè per 43 . che ne verria $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. & dicessimo in questo $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. essere $c r$, più lunga di $a c$, cioè $c r$, essere $20 \frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$, che significa $23 \frac{1}{2}$. potressimo dire questo $23 \frac{1}{2}$. essere la lunghezza scarfa di $a r$, se il rotto $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. trouato fusse stato minore d'1. intiero; ma perchè egli è maggiore d'1. intiero, auuiene, come s'è detto, che ancora questo $20 \frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. ò vogliamo dire $23 \frac{1}{2}$. sia quantità maggiore del vero, il quadrato della quale superi il vero quadrato di $a r$, in quanto importa, ò nasce à multiplicare esso $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. in che egli supera la intiera vnità; Onde si può dire per regola, che in questo modo, quando il rotto, ò seconda quantità è minore d'1. intiero, allhora tutta la somma sarà minore del vero; Quando essa seconda quantità sarà precise 1. intiero, allhora tutta la somma sarà precise il vero (come auuerria se il quadrato del lato $a c$, fusse 43 . come ancora poco di sopra si disse, & però essendo $c r$, $20 \frac{1}{2}$. la $a r$, verria ad essere con questo modo $20 \frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. cioè $20 \frac{1}{2}$. & 1. che fa $21 \frac{1}{2}$. quale è precise la lunghezza del lato $a r$.) Et quando essa seconda quantità superará, ò sarà più d'1. vnità intiera, allhora tutta la somma sarà maggiore del vero. Et sappiasi, che potressimo bene anco dire, generalmente parlando. Sia la seconda quantità quello, che si vogli, il quadrato della somma totale d'essa seconda quantità giunta con la prima, sarà minore del vero in tanto, quanto nasce à multiplicare essa seconda quantità, via quello; in che ella è minore d'vna vnità intiera, ò vogliamo dire in tanto, quanto nasce à multiplicare essa seconda quantità per quello, che resta à cauare essa seconda quantità da vna vnità intiera, cioè da 1. Onde hora essendo la seconda quantità $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. ella è minore d'1. intiero, in meo $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. ò vogliamo dire à cauare essa seconda

Moltiplichisi $23 \frac{1}{2}$

via $23 \frac{1}{2}$

138
 $19 \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$
 23
 529
 fa $571 \frac{1}{2}$. che
 è maggiore di $564 \frac{1}{2}$. in $8 \frac{1}{2}$

ad 1. intiero, manca $\frac{1}{2}$. questi $\frac{1}{2}$. si possono cauare dal $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. che $\frac{1}{2}$. è 28. 196. esimi, & li 2. settimi ne sono 56. che cauato da 169. resta 113. però la somma di $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. farà 1. & $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$.

to importa in $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. onde giunto questo in $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. (che li manca) al quadrato di detto $23 \frac{1}{2}$. che è $571 \frac{1}{2}$. se ne formerà il vero quadrato, cioè $564 \frac{1}{2}$. Et bene è vero, che à sommare in $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. con $571 \frac{1}{2}$. che è quanto à cauare $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. da $571 \frac{1}{2}$. perchè à sommare in con più, si sottra il minor numero dal maggiore, & il restante, che ha la denominazione del maggior num. viene ad essere la somma cercata) fa à punto $564 \frac{1}{2}$. come è noto à gl'intendenti d'Algebra.

Et notifi, che quando $c r$, fusse 10. & il quadrato di $a c$, fusse 44. & però il quadrato d' $a r$, 144. & la lunghezza d'essa $a r$, 12. precise. Noi partendo il 44. quadrato di $a c$, per 20. doppio di $c r$, che ne verria $2 \frac{1}{2}$. quale giunto à 10. faria $12 \frac{1}{2}$. questo $12 \frac{1}{2}$. superaria, come s'è detto, il 144. vero quadrato di $c r$, nel quadrato del $2 \frac{1}{2}$. cioè in $4 \frac{1}{2}$. che $12 \frac{1}{2}$. via $12 \frac{1}{2}$. fa $148 \frac{1}{2}$. Onde così non conosceressimo il 144. essere numero quadrato, come veramente è. Ne meno similmente conosceressimo detto 144. essere numero quadrato, partendo il 44. quadrato di $a c$, per 21. che è il doppio più 1. di $c r$, posto 10. & ne verria $\frac{2}{3}$. quale con il 10. faria $12 \frac{2}{3}$. però dicendo $a r$, essere $12 \frac{2}{3}$, questo faria più del vero, come s'è auuertito, essendo $\frac{2}{3}$. detto, maggiore d'vn'intiero; & il quadrato di questo $12 \frac{2}{3}$. superaria il vero 144 in $\frac{4}{9}$. che nasce à multiplicare $\frac{2}{3}$. trouato, via $\frac{2}{3}$. in che egli è maggiore d'1. intiero $\frac{2}{3}$.

Et accioche nel triangolo rettangolo, essendo i due lati, che formano l'angolo retto, come si vogliano, si possa senza cercare i quadrati d'ambidui, & poi la $\frac{1}{2}$ della soma trovare la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; Sappiasi, che hauendo vn numero poniamo 30. per il lato $c r$, à volere, che $a r$, sia 1. di più, cioè sia 31. bisogna, che il quadrato di $a c$, sia due volte 30. & il quadrato dell'1. più detto, cioè 1. che fa 61. in tutto di più, perchè il quadrato di 31. è maggiore del quadrato di 30. nel prodotto della somma di 30. & 31. detti, moltiplicata per 1. loro differenza, che è quanto 2. via 30. & 1. via 1. Et à volere, che $a r$, sia 2. di più, cioè sia 32. bi-

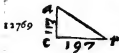
fogna,

(fogna, che il quadrato di a c, fia 4. volte 50. ò vogliamo dire due volte 60. doppio di 30. & 4. quadrato del 2. detto di più, che bisogna, che il quadrato d'a c, fia 124. di più di 900. quadrato di c r, Et accioche a r, fia 3. di più di c r, cioè fia 33. conuiene, che il quadrato di a c, fia 3. volte 60. doppio di 30. & 9. quadrato di 3. che in tutto fa 189. di più. Et accioche a r, fia 4. di più, cioè fia 34. conuiene, che il quadrato di a c, fia 4. volte 60. (doppio di 30.) & 16. (quadrato di 4.) di più. Et accioche a r, fia 5. di più, cioè fia 35. conuiene, che il quadrato di a c, fia 5. volte 60. (doppio di 30. cr.) & 25. (quadrato di 5.) di più, & così de gl'altri; però conuerfamente, mentre che c r, si pone 30. fapemo a c, eſſere 25. per trouare quanto più di 30. farà a r, diremo; il quadrato di 25. è 625. quale conuiene partire per il doppio di 30. ouero ved-re quante volte v'entra il ſemplice 30. & baſta per numero par-

to di volte, con conditione, che dal reſtante della partitione ſi poſſa cauare il quadrato della mità del numero delle volte, che il 30. ſi dirà entrare nel 625. & alhora eſſa mità del numero delle volte dette farà quello, in che a r, è maggiore di c r, & il reſtante fino al 625. poſto ſopra ad vna riga per numeratore, & di ſotto poſtoui per denominatore il doppio del numero totale trouato per a r, moſtrará il rotto, quale inſieme con il numero trouato per a r, formarà la lunghezza di a r, ma ſopraabbondantemente, poichè il quadrato di queſta ſomma trouata per a r, (ſuperará il vero quadrato di a r, nel quadrato del rotto detto; Che ſe il denominatore d'eſſo rotto ſi formaffe da 1. più del doppio del numero trouato per a r, alhora eſſo rotto, inſieme con detto numero trouato, componerà la lunghezza di a r, ſcarſamente, perche al quadrato di queſta ſomma, per arriuare al vero quadrato di a r, mancherà tanto, quanto importa à multiplicare il rotto detto, via la differenza, che è da eſſo rotto ad 1. intero. Hora dunque, che il quadrato di a c, è 625. lo partiremo per 30. c r, cioè vedremo quante volte 30. entra in 625. (ma baſta per numero di volte par) che vi entra 20. volte, & reſta 25. ma la mità di 20. è 10. & il ſuo quadrato è 100. che ſupera il 25. reſtato, però 10. è troppo, cioè a r, non può arriuare ad eſſere 10. più che c r, per il che poneremo 9. che 9. via 60. doppio di 30. ouero 18. via 30. fa 540. & 81. quadrato di 9. fa 621. quale ſi può cauare dal 625. (però 9. è buono) & reſta 4. per numeratore d'un rotto, eſſendo denominatore, ò il doppio di 30. & 9. cioè di 39. intero di a r, ouero 1. più d'eſſo doppio; onde in l'un modo diremo a r, eſſere quaſi $39\frac{4}{39}$. (Et queſto hauerà il ſuo quadrato maggiore del vero quadrato di a r, in $\frac{4}{39} \times \frac{4}{39}$. quadr. del rotto $\frac{4}{39}$.) ma in l'altro modo diremo a r, eſſere a quanto più di $39\frac{4}{39}$. (Et queſto hauerà il ſuo quadrato minore del vero quadrato di a r, in $\frac{1}{39} \times \frac{1}{39}$. che naſce à multiplicare eſſo rotto $\frac{4}{39}$. via $\frac{1}{39}$. in che eſſo rotto è differenza da 1. intero) Et il medefimo occorre ne gl'altri.

Et ſe c r, fia 197. & a c, 113. il quadrato di 113. farà 12769. nel quale il 197. cioè quaſi 2. centonari, in circa 127. centonari entrará circa à 62. volte, che la mità faria 31. per il numero cercato, da giungere al c r, per formare l'intero di a r, ma il quadrato di queſto 31. è 961. quale giointo à 62. volte 197. vediamo, che ſuperaria il 12769. per il che 31. è troppo; poneremo dunque, che il numero cercato fia 30. il ſuo quadrato è 900. & 60. volte 197. fa 11820. che con 900. fa 12720. quale non eccede il 12769. però 30. è il numero cercato, da giungere à 197. & fa 127. per l'intero di a r, che il rotto lo formaremo, ponendo 49. reſtante da 12720. à 12769. ſopra ad vna righera per numeratore, & di ſotto per denominatore ponendoui il doppio di 127. che è 454. ouero 1. più, che fa 455. formando $\frac{49}{455}$. che è alquanto più del douere, Ouero formando $\frac{49}{455}$. che è alquanto manco del douere.

Et ſe nel Triangolo rettangolo a c r, ci fuſſe noto il lato a r, oppoſto all'angolo retto, & il c r, vno de gl'altri due, che contengono l'angolo retto, & ſi voſſeſſe trouare l'altro lato a c; Per cauare il quadrato di c r, dal quadrato di a r, ſenza trouare eſſi quadrati, baſtarà multiplicare la ſomma di c r, & a r, via la differenza loro; & il prodotto farà il reſtante cercato, che è il quadrato di a c, però la R. quadrata d'eſſo farà la lunghezza di a c; Ouero (che riſulta iſſeſſo) Multiplicaremo la differenza di c r, ad a r, in ſe medefima, & per il doppio di c r, & giointi i prodotti inſieme, la ſomma farà la differenza delli quadrati di c r, & a r, cioè farà il quadrato di c r; Hora dunque diremo, la differenza di 25. à 32. è 7. il ſuo quadrato è 49. che giointo à 7. volte 50. doppio di c r, minore, cioè à 350. fa 399. & queſto è il quadrato di c a, la tua R. è quaſi 20. ò poco più di $19\frac{4}{5}$. & queſta è la lunghezza di a c.



Regole di Pratica, che si applicano alli Quadrati; Et serviranno alli Sergenti, quali à mente vogliono formare ordinanze quadre di gente, ò smiurirle, ò accrescerle di numero di Fanti.

VOLENDO pigliare la *re* delli numeri à mente, per formare ordinanze quadre di gente, potremo fare come segue; Sia che si habbino 12680. fanti da ordinare in forma quadra di gente; Onde per pigliare la *re* di questo 12680. à mente, potremo dire, Questo numero contiene 126. centonara, & la *ge* di 126. è 11. (che sono 11. decine, cioè 110 fanti per ciascun lato dell'ordinanza) & auanza 5. centonara, che con l'80. che segue nel 12680. fa 580. fanti; Et per trovare quante file di più, oltre alle 110. dette, se ne possano fare; diremo à mente, 1. volta il doppio di 110. è 220. & questi con il quadrato d'1. detto (che fa 221.) formarà vna fila; ma perche li fanti 580. sono molto più, diremo 2. volte 220. doppio del 110. fa 440. & il quadrato di questo 2. è 4. che giunto ad esso 440. fa 444. & però fanti 444. formaranno 2. file di più; & da 444. fino à 580. auanzano 136. fanti, che non bastano à fare vna fila per ogni lato di più, essendo manco di 220. & della differenza, che faria dal quadrato di 2. al quadrato di 3. qual differenza è 5. (somma d'essi 2. & 3.) & con il 220. faria 225. & però non 136. fanti, ma 225. bisognaranno à poter fare in tutto 3. file di più, per ciascun lato, cioè per fronte, & per fianco. Onde, perche 110. & 2. di più fa 112. diremo, che si faranno 112. file à 112. fanti per fila, & auanzaranno 136. fanti. Di questi 136. fanti si potrà ponerà. fila di più, ma solo per fronte, ò solo per fianco, dicendo, che la fronte fusse 113. & il fianco 112. Ouero la fronte 112. & il fianco 113. Et così auanzaranno 24. fanti, di differenza di 112. à 136.

Et hauendo fanti 12000 da ridurre in ordinanza quadra di gente, diremo; Questi sono 1200 centonari, che la *re* è 10. decine, & auanzano 20. centonari, cioè 2000 onde finirà hora si faranno 100. file à 100. per fila, & habbiamo 2000. fanti ancora, che per vedere quante file di più se ne possono auare, diremo 1. volta il doppio di 100. è 200. & 2. volte è 400. & 3. volte è 600; & 4. volte è 800. 5. volte è 1000. 6. volte è 1200. 7. volte è 1400. 8. volte è 1600. 9. volte è 1800. & il quadrato di questo 9. è 81. onde dal 2000. auaro il 1800. che resta 200. & da questo auato ancora l'81. resta 119. fanti; per ilche haueremo 9. file di più, & però in tutto file 109. à 109. fanti per fila, & ancora auanzaranno fanti 119.

Ma più breuemente; Vegghia quanti fanti importaria l'ordinanza di decine 10. & mezzo, cioè di fanti 125. per fila, moltiplicando 10. decine, & mezzo in se stesso; il che facilmente si fa così. Dicasi 10. via 10. fa 100. & à questo si gionga il medesimo 10. che fa 120. & sono centonari, alli quali si gionga sempre il quadrato di mezzo decina, che è vn quarto di centonaro; ò vogliamo dire il quadrato di 5. che è 25 & fa 110. centonari, & 25. cioè 110. accompagnatoli da man destra 25. che forma 12025. & però le 105. file importano 12025. fanti, che fino à 12000. resta 975; hora per vedere quante file di più delle 105. si faranno per causa delli 975. fanti, diremo 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 105. cioè 210. (& 1. di più) le 2. file, 2. volte à 10. (& 4. di più) le 3. file, 3. volte à 10. (& 9. di più) le 4. file, 4. volte à 10. cioè 840. & 16. (quadrato di 4.) di più, che fa 856 & fino à 975. resta 119. fanti; hauendo 105. & 4. di più, fa 109. file, à 109. fanti per fila. Similmente à moltiplicare 35. via 35. cioè 3. decine, & mezzo, via 3. decine, & mezzo; fa 3. via 3.9. & l'istesso 3. di più fa 12. che sono centonara, & ancora 25. di più, cioè 1225. Similmente 95. via 95. fa 9. via 9. 81. & l'istesso 9. di più fa 90. che sono centonari, & 25. di più, cioè 25. accompagnato da man destra al 90. che forma 9025. Et l'istesso occorre ne gl'altri numeri, che terminano in 5. moltiplicandoli in se medesimi. Ma volendo moltiplicare 37. via 37. diremo. Qui sono 3. decine, però 3. via 3. fa 9. centonari, poi 3. decine via 7. fa 21. decine, il che sempre si piglia due volte, dicendo 21. & 21. fa 42. decine, che con li 9. centonari fa (900 & 420.) 1320. & ancora si aggiunge 7. via 7. fa 49. & questo si gionga al 1320. che fa in tutto 1369. & questo è il quadrato di 37. Ouero potiamo dire, il 37. supera 35. in 2. & 35. via 35. cioè 3. decine, & mezzo, via 3. decine, & mezzo, fa 3. via 3.9 & 3. fa 12. al quale accompagnato 25. fa 1225. che è il quadrato di 35. hora per il 2. che resta fino al 37. diremo 2. via il doppio di 35. cioè 2. via 70. fa 140. & il quadrato di detto 2. è 4. che con il 140. fa 144. & questo si gionga al 1225. trouato, che fa in tutto 1369. il che è il quadrato di 37. Et il medesimo auuene ne gl'altri numeri simili.

Supponendo hora, che si habbi vn'ordinanza quadra di gente di 42. file, à 42. per fila, & giogendoli 1500. fanti, di modo, che la totale ordinanza sia pure quadra di gente, si voglia sapere quante file di più verranno ad essere. Diremo 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. & 1. (quadrato d'1.) di più; & perche 1500. è gran numero, & l'84. v'entra più di 10. volte, potremo dire, le 10. file importariano 10. volte 84. cioè 840. & 100. (quadrato di 10.) di

più, che fa 940. il che anco è poco, che fino al 1500. auanza molto; onde seguendo diremo, le 11. file importariano 11. volte 84. che fa 840. & 84. cioè 924. & 121. (*quadrato d'11.*) di più; le 12. file importariano 12. volte 84. che fa 912. & 84. cioè 1008. & 144. (*quadrato di 12.*) di più; le 13. file importariano 13. volte 84. che fa 1008. & 84. cioè 1092. & 169. (*quadrato di 13.*) di più; le 14. file importariano 14. volte 84. che fa 1092. & 84. cioè 1176. & 196. (*quadrato di 14.*) di più, che in tutto fa 1372. qual numero è vicino al 1500. & cauto da esso 1500. resta 128. Et così haueremo 42. file, & le 14. trouate, che fanno 56. file, & ancora 128. fanti di più, quali per vedere se possono formare vna fila di più, diremo 1. volta il doppio di 56. è 112. & 1. (*quadrato d'1.*) di più, fa 113. che è il numero delli fanti, che bisognano per vn'altra fila; ma n'habbiamo 128. però bastano per vn'altra fila, & auanzano anco 15. fanti, petilche faranno in tutto 57. file & 57. per fila, & auanzaranno 15. fanti; onde con li 1500. fanti, verremo a giungerli 45. file per lato, & anco auanzaranno 15. fanti. Ouero, vedendo, che con l'essere la prima ordinanza 42. file, 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. fanti (*Ch'1. quadrato di 12. di più*) & che perche questo 84. nel 1500. fanti dati da giungerli entra molto più di 10. volte, & però che se ne farà più di 10. file di più; potressimo dire, le 10. file di più importaranno 10. volte 84. cioè 840. & 100. (*quadrato di questo 10.*) di più, cioè in tutto 940. fanti, che fino alli 1500. restano 560. fanti, onde così li aggiungeremo 10. file, che con le 42. fanno 52. & haueremo ridutta l'ordinanza à 52. file, hauendo ancora 560. fanti; Et per vedere con questi quante file di più si potranno fare, diremo, hora 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 52. cioè 104. & 1. (*quadrato d'1.*) di più; le 2. file importano 2. volte 104. che fa 208. & 4. (*quadrato di 2.*) di più; le 3. file importano 3. volte 104. che fa 312. & 9. (*quadrato di 3.*) di più; le 4. file importano 4. volte 104. che fa 416. & 16. (*quadrato di 4.*) di più; le 5. file importano 5. volte 104. che fa 520. & 25. (*quadrato di 5.*) di più, cioè in tutto 545. & così siamo peruenuti talmente vicini al 560, che habbiamo, che non resta se non 15. qual picciol numero non può bastare a formare vn'altra fila; onde concluderemo, che oltre le 52. se li potrà giungere ancora 5. file, & faranno in tutto 57. sì che alla prima ordinanza, che è di 42. file, si verranno a giungere 15. file, & anco auanzaranno 15. fanti. Ancora in altro modo si poteua dire; alla prima ordinanza di 42. file, giogendoli 8. file, per ridurla à 50. numero facile di file, bisognaranno 8. volte il doppio di 42. cioè 8. volte 84. che fa 672. & 32. cioè 672. & ancora 64. (*quadrato di quest'8.*) di più, che fa in tutto 736. fanti, & fino al 1500. fanti, che si hanno in tutto da giungere, resta 764. fanti. Et allhora haueremo 50. file, & 764. fanti, Et seguendo, potremo con facilità vedere quante file di più si faranno con detti 764. fanti, dicendo. Per 1. fila bisogna il doppio di 50. cioè 100. (*Ch'1. di più*) & perche si vede, che questo 100. entra nel 764. 7. volte, con auanzo, potremo dire subito, le 7. file importano 7. volte 100. fa 700. & 49. (*quadrato di questo 7.*) di più, che fa 749. per le totali 7. file, & questo si può cauare dal 764. & resta 15. però la ordinanza si ridurrà à 57. file, cioè se glie ne aggiungeranno 15. file, & anco auanzaranno 15. fanti.

Et se supponendo, che vna ordinanza sia di 68. fanti, à 68. fanti per fila, & volendone cauare 2000. fanti, di modo, che la ordinanza resti quadrata pur di gente, si cerchi sapere quanto resterà per lato. Conosciamo, che à leuarne 1. fila, sì che restino 67. si leuaranno 68. & 67. (*cioè 1. manco di 2. volte 68. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 67.*) fa 135. fanti, Et à volere, che restino 66. si leuaranno ancora 67. & 66. (*cioè 1. manco di volte 67. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 66. numero delle file, che hanno da restare*) fa 133. soldati; & à volere, che restino 65. si leuaranno ancora 131. fanti; & à volere, che restino 64. file, si leuaranno ancora 129. fanti; & così potressimo andar seguendo, fin che il numero delli fanti leuati fusse arriuato al 2000. che si vuol leuare.

Ouero cercaremo quante volte il doppio di 68. numero delle file della ordinanza entra in 2000. che si vuol leuare, ò il semplice 68. nella mità di 2000. ouero il 68. nel totale 2000. ma basta per numero di volte pari, & di questo annenimento paro pigliaremo la mità, & il quadrato di questa mità si gionga al 2000. ò all'auanzo, che resterà dopo alla partitione del 2000. che essa mità farà il numero delle file. per ciascun lato da cauare, & la somma del quadrato detto, & aiuto della partitione, faranno fanti da cauare ancora dalla ordinanza, perche le file dette, cauate da ciascun lato, non arrinaranno al 2000. Che hora il 68.

in 2000. entra circa 30. volte, se bene non intieramente, che 30. volte 68. fa 2040. che fino al 2000. non auanza cosa alcuna, ma vi manca 40. però si può dire, che il restante, ò auanzo d' hora sia manco 40. Et la mità del 30. è 15. il quadrato del quale è 225. che giointo al manco 40. fa 265. manco 40. cioè fa 185. però diremo, che se ne cauaranno 15. file per ciascun lato, cioè per fronte, & per fianco (*Ch' restaranno 53. file*) & di più vi se ne doueranno cauare 185. fanti (*che*



le 15. file cauate importaranno solo 1815. fanti) Et hora, che sono 53. file, cauandone vna fila per lato, (e ne verrà à cauare 105. fanti, & anco ci bisogna cauare 80. fanti, che sono da 105 à 185. onde cauandone vn'altra fila per lato, & restaranno file 51. se ne verranno à cauare ancora fanti 103. (che è il doppio più 1. del 51. numero delle file, che restano) & à noi bastariano 80. fanti, per arriuare al 2000. però se ne verrà à cauare 23. di più, cioè in tutto 2023. per ilche diremo, che la ordinanza quadrata restarà di fanti, ò file 51. per ciaschẽun lato, venendosene à cauare 17. file per fronte, & per fianco, che importaranno fanti 2023.

Et se proposte due ordinanze quadrate di gente, ineguali, vorremo sapere quanti fanti siano più nella maggiore, che nella minore; basterà, che si gionga il numero delle file, dell'vna ordinanza, con il numero delle file dell'altra, & la somma si moltiplichi via la differenza d'essi due numeri, che il prodotto sarà il numero delli fanti, in che la ordinanza maggiore eccederà la minore. Onde essendo vn'ordinanza quadra di gente di 113. file, & vn'altra simile di 94. file, per conoscere la differenza loro circa al numero delli fanti, che sono in esse; Giongeremo insieme 113. & 94. che fà 207. & questo moltiplicheremo per 19. differenza di 94. à 113. che fà 200. via 19. 3800. & 7. via 19. cioè 7. via 10. & 7. via 9. fà 70. & 63. che in tutto è 133. & con il 3800. fà 3933. per il prodotto di 207. via 19. & questo 3933. è il numero delli fanti, che si trouano di più nella ordinanza maggiore.

Ritornando hora al modo ordinario di pigliare le radici quadrate, Sia proposto $20\frac{1}{2}$. da pigliarne la $\sqrt{x}$. Questo numero, se bene è quadrato, non si conoscerà, ò trouarà la sua $\sqrt{x}$ precise con le regole ordinarie dette, perché quanto alla prima regola, che supera, la $\sqrt{x}$ d'esso $20\frac{1}{2}$. faria $4\frac{4}{8}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il quadrato di che supera il $20\frac{1}{2}$. in $7\frac{1}{2}$. quadrato del rotto $\frac{1}{2}$. Et quanto alla seconda regola, che non arriua al vero, la $\sqrt{x}$ d'esso $20\frac{1}{2}$. faria $4\frac{4}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il

quadrato di che manca per arriuare al $20\frac{1}{2}$. in $7\frac{1}{2}$. che nasce à moltiplicare il rotto $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. differenza d'esso rotto all'intero; Onde proposto vn numero misto, cioè composto d'intero, e rotto, da pigliarne la $\sqrt{x}$, conuerà prima vedere se egli è quadrato, & non essendo quadrato, allhora si potrà usare qual regola delle sopradette ordinarie ci piacerà in trouare la sua $\sqrt{x}$ propinqua, eccedente, ò scarfa. Ma essendo quadrato (come era il $20\frac{1}{2}$. la $\sqrt{x}$ del quale è $4\frac{1}{2}$.) conuerà trouare la sua vera $\sqrt{x}$, nel modo particolare, che mostreremo; che perciò hora seguiremo à mostrare, come proposto vn numero rotto, ò misto, si conosca se egli è quadrato, ò nò, & essendo quadrato, come se ne troui la sua vera $\sqrt{x}$.

Delli numeri rotti, ò misti posti in forma di rotto, quelli sono quadrati, che hanno il numeratore, & a neo il denominatore, che sia numero quadrato; Et quando, ò l'vno, ò l'altro, cioè, ò il numeratore, ò il denominatore, ouero ambidui non fussero numeri quadrati, allhora essi numeri rotti, ò scritti in forma di rotto, non faranno quadrati; Auuertendo però, che li numeri rotti detti siano schisati, ò ridutti à quella maggior breuità, che si possa, secondo il modo ordinario; poiche alcuni rotti non schisati potriano parere non quadrati, & veramente fariano quadrati; come per esempio è $\frac{1}{2}$. che non ha il numeratore 8. ne il denominatore 18. quadrato, nondimeno è numero quadrato, perché egli significa $\frac{4}{9}$. che ha il numeratore 4. & il denominatore 9. ambidui quadrati; però à concludere, che vn rotto sia non quadrato, conuiene, che schisato, che egli sarà, si vegga, che ambidui i suoi numeratore, & denominatore non siano quadrati. Et notifi, che anco può auuenire, che vn rotto non sia schisato, & che si conosca egli essere quadrato, hauendo così il suo numeratore, come il denominatore quadrato; come faria per esempio $\frac{1}{3}$. qual si vede essere quadrato; essendo 16. & anco 36. numeri quadrati, benchè egli non sia schisato, riducendosi à $\frac{4}{9}$. che pur si vede essere quadrato. Et in molti modi si può (scrivere vn rotto quadrato, che hauerà il numeratore, & il denominatore quadrato; che per esempio il $\frac{4}{9}$. detto può anco essere $\frac{16}{36}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{36}$. & in altri innumerevoli modi, che significaranno l'istesso $\frac{4}{9}$. Auuertasi anco, che d'vn rotto, ò schisato, ò non schisato, quando il solo numeratore, ò il solo denominatore sia numero quadrato, allhora esso rotto non sarà quadrato, perché del numeratore, ouero del denominatore, cioè d'vno di loro, si potrà bene pigliare la $\sqrt{x}$ quadrata precise, ma dell'altro non; Et delli rotti, ò numeri scritti in forma di rotto, quadrati, per trouarne la $\sqrt{x}$, si deue pigliare la $\sqrt{x}$ del numeratore, & (scruiela sopra ad vna riga per numeratore, & anco si deue pigliare la $\sqrt{x}$ del denominatore, & scruiela sotto alla detta riga per denominatore, che il rotto così formato sarà la $\sqrt{x}$ cercata. Onde proposto $\frac{1}{2}$. per trouarne la $\sqrt{x}$, diremo la $\sqrt{x}$ di 16. è 4. da scriuere sopra ad vna riga, & la $\sqrt{x}$ di 25. è 5. da scriuere sotto alla detta riga, formando $\frac{4}{5}$. quale moltiplicato in se medesimo, produce à punto il $\frac{1}{2}$. proposto. Et così la $\sqrt{x}$ di $\frac{1}{3}$. sarà $\frac{4}{9}$. di $\frac{1}{9}$. sarà $\frac{2}{3}$. ò vogliamo dire

dire $\frac{1}{2}$. di $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. farà $\frac{1}{4}$. di $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$. (che è $\frac{1}{8}$) farà $\frac{1}{8}$. cioè a $\frac{1}{2}$. di $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$. (che è $\frac{1}{8}$) farà $\frac{1}{8}$. cioè a $\frac{1}{2}$. & così auuerrà degli altri. Delli rotti poi non quadrati, per trouarne la $\times$ profissima al vero, potremo pigliare la $\times$ propinqua del numeratore, & scriuerla sopra ad vna riga per numeratore, & ancora pigliare la $\times$ propinqua del denominatore, & scriuerla sotto à detta riga per denominatore, che il rotto così formato farà la $\times$ profissima cercata. Questa sapremo ella essere eccedente, o scarfa, trouando il suo quadrato, che allhora se esso quadrato eccederà la quantità, di che s'è presa la $\times$, conosciuto l'eccesso; Volendo noi trouare vna $\times$ più propinqua, partiremo esso eccesso per il doppio della $\times$ trouata, & l'auuenimento cauaremo da detta $\times$ trouata, che il restate farà $\times$ eccedente più propinqua; Et se anco ne vorremo vna, o più, più propinque operaremo nel medesimo modo, trouandone quant'altre più propinque eccedenti ci piacerà. Ma se la prima $\times$ trouata fusse scarfa, Conosciuta la quantità della scarfezza del suo quadrato, la pattiremo per la somma, che nasce à sommare essa $\times$ scarfa, con vna $\times$ propinqua eccedente della quantità, di che s'è presa la $\times$, & l'auuenimento giungeremo alla prima $\times$ scarfa trouata, che la somma farà $\times$ scarfa più propinqua. Et nel medesimo modo potremo seguire à trouarne quant'altre scarfe più propinque vorremo. Ma se mediante la $\times$ scarfa vorremo trouarne vna più propinqua eccedente, basterà partire la scarfezza del suo quadrato per il doppio di detta $\times$ scarfa, & giungere l'auuenimento à detta $\times$ scarfa, che la somma farà $\times$ eccedente, mediante la quale poi (partendo come s'è detto la quantità dell'eccesso del suo quadrato per il doppio d'essa $\times$ eccedente, & cauando l'auuenimento da essa $\times$ eccedente) trouaremo vn'altra $\times$ eccedente più propinqua, & poi ancora quant'altre vorremo. Sia per clempe pro-

Di $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. sia la $\times$ $\frac{5}{6}$. cioè $\frac{5}{6}$. che è $\frac{1}{2}$. Il quad. d'essa è $\frac{25}{36}$. che si paragona à $\frac{39}{48}$

Il quadrato della $\times$ è scarfo, cioè minore del $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. in $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$. però essa $\times$ $\frac{5}{6}$. è scarfa.

Operatione per trouare vn'altra $\times$ scarfa più propinqua.

$\times$ scarfa	27	partir.	scarfezza del quad. della $\times$.
	35	11	533
$\times$ eccedente	4	7	58800
	5	1	8400
summa	17	auuenim.	533
			92400

è la somma, che è $\times$ scarfa più propinqua

35	2640
792	
71280	
533	
71813	
92400	
933569	
3292634	
502691	
39	5157106969
48	8537760000
160083	142196
35574	177870000
5158230000	
5177106969	
1123031	
8537760000	

è la scarfezza del quadrato della $\times$.

posto $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. da trouarne la $\times$ quadrata, per farlo pigliaremo la radice del 39. numeratore, & potiamo pigliarla eccedente, o scarfa à beneplacito; sia hora, che si pigli eccedente, & diciamo ella essere $5 \times \frac{1}{6}$. cioè $5 \times \frac{1}{6}$. quale si pone sopra ad vna riga per numeratore; ancora si pigli la $\times$ di 48. denominatore (o potiamo pure pigliarla eccedente, o scarfa à beneplacito) & diciamo, che sia $6 \times \frac{1}{6}$. cioè 7. quale si pone sotto alla riga detta per denominatore, formando $5 \times \frac{1}{6}$. cioè $5 \times \frac{1}{6}$. che farà vicino al vero la $\times$ di $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. proposto. Et per conoscere se ella sia eccedente, o scarfa, trouaremo il suo quadrato, che è $\frac{25}{36} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$. & lo paragonaremo al $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. che vedremo detto quadrato essere minore di $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. in $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$. però conosciamo la $\times$ trouata essere scarfa. Volendo hora trouare vn'altra $\times$ scarfa più propinqua, giungeremo questa prima $\times$ scarfa $5 \times \frac{1}{6}$. con vna $\times$ eccedente del $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. & si può pigliare à beneplacito, onde potressimo pigliare la vnità, cioè 1. che è $\times$ eccedente di detto $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. ma più propinquamente si pigliarà $\frac{1}{2}$. o $\frac{1}{6}$. o qual'altro rotto si vogli, il quadrato del quale appropinquandosi, si veggia eccedere $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. & però sia bene à pigliare rotto tale, che facilmente si gionga à detto

re à beneplacito, onde potressimo pigliare la vnità, cioè 1. che è $\times$ eccedente di detto $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. ma più propinquamente si pigliarà $\frac{1}{2}$. o $\frac{1}{6}$. o qual'altro rotto si vogli, il quadrato del quale appropinquandosi, si veggia eccedere $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$. & però sia bene à pigliare rotto tale, che facilmente si gionga à detto

Operatione da trouare la scarfezza del quadrato della g ,
mediante la regola ordinaria già in principio mostrata.

R scarfa ado- prata	R scarfa trouata	g eccedente adopata
27	71813	4
35	92400	5
differenza 533	differenza 2167	
92400	94400	6324
prodotto delle differenze	1123031	10535

che è la scarfezza del quadrato della R trouata:

le manca (solo in $\frac{1}{2}$) per arrivare al $\frac{1}{2}$. Hora con questa R scarfa trouata, & con la g eccedente sopradetta, (o con altra g eccedente prossima) potremo trouarne vn'altra scarfa più propinqua, & poi quant'altre ci piacerà.

Et se mediante la prima g scarfa $\frac{1}{2}$, habessimo voluto trouare vn'altra R più propinqua, ma eccedente, habuessimo partito il $\frac{1}{2}$ scarfezza del quadrato della g , per il doppio d'essa R , cioè per $\frac{1}{2}$, che ne viene $\frac{1}{4}$, & questo gioto ad essa g scarfa, che fa $\frac{1}{4}$, (solo in $\frac{1}{2}$) il quadrato della quale eccede il $\frac{1}{4}$, (solo in $\frac{1}{2}$) del $\frac{1}{4}$, che è $\frac{1}{8}$ del $\frac{1}{4}$, in che questa R eccedente è differente dalla scarfa adoprata. Hora con questa R eccedente, ne potressimo trouare quant'altre più propinque eccedenti ci piacesse.

Di $\frac{1}{2}$ la g scarfa è $\frac{27}{35}$
il doppio è scarfezza

54	533
35	58800
7	11760
	1680

huuen. 533 giungasi a 27
90720

2592	
23328	
69984	
533	

90720 somma 90720
90720 ch'è g ecced.

81648	1198789
653184	352585
8230118400	493619

29 il $\frac{1}{2}$ è 8230118400
48 1028764800

15431472	171460800
3429216	
497363200	

l'eccesso è 284089
8230118400

qual'eccesso è il $\frac{1}{2}$ di 533
90720

in che questa g eccedente su-
pera la $\frac{1}{2}$ scarfa adoprata

2 detto $\frac{1}{2}$ perliche hora farà 2
proposito $\frac{1}{2}$ il quadrato del qua-
le $\frac{1}{2}$ vediamo superare $\frac{1}{2}$. &
perciò si può dire $\frac{1}{2}$ essere g ec-
cedente di $\frac{1}{2}$, & di più questo $\frac{1}{2}$
facilmente si somma con $\frac{1}{2}$, & fa
 $\frac{1}{2}$. Con questa somma $\frac{1}{2}$ parti-
remo hora $\frac{1}{2}$ scarfezza
del quadrato della g trouata, & ne
viene $\frac{1}{2}$, quale si ha da
giungere a detta g scarfa $\frac{1}{2}$, &
fa $\frac{1}{2}$, che è R scarfa più
propinqua, il quadrato della qua-

l'ora con questa R scarfa trouata,

(o con altra g eccedente prossima) potremo trouarne vn'altra

Di $\frac{1}{2}$ la g scarfa è $\frac{59}{90}$ cioè 767
588189

Il suo quad. è 980100 48
165350 183762

20418 $\frac{1}{2}$ 46836

592143 $\frac{1}{2}$

Il $\frac{1}{2}$ della g è scarfo in 3854 $\frac{1}{2}$
980100

Di $\frac{1}{2}$ la g scarfa è $\frac{59}{90}$ che è $\frac{1}{2}$ cioè 351
123201 29

Il suo quad. è 302500 48
33750 37962

4218 $\frac{1}{2}$ 8436

122343 $\frac{1}{2}$

Il $\frac{1}{2}$ della g eccede in 857 $\frac{1}{2}$
302500

Ancora solo $\frac{1}{2}$ che è $\frac{1}{2}$ farà g ecced.
che il suo $\frac{1}{2}$ eccede $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2}$

49 29 16
81 48

232 $\frac{1}{2}$ 2349 1296

Di $\frac{1}{2}$ la g scarfa è $\frac{59}{90}$ cioè 5 $\frac{1}{2}$ che è
7

59 il suo $\frac{1}{2}$ è 3481 29
77 5929 48

4743 $\frac{1}{2}$ 37848 53361
284592 167088 11858

171941
4853
Il $\frac{1}{2}$ della g è scarfo in 284692

Ma se nel trouare la R d'esso $\frac{3}{2}$, del 29. numeratore pigliafimo la R eccedente, dicendo ella essere $5\frac{1}{4}$, & del 48. denominatore pigliafimo la R scarfa, dicendo ella essere $6\frac{1}{4}$. & formafimo $\frac{5\frac{1}{4}}{6\frac{1}{4}}$, cioè $\frac{21}{25}$, per R del $\frac{3}{2}$, questa R così trouata conosceremo di necessità douere essere eccedente, perche il suo numeratore eccede il vero (essendo R eccedente del 29. numeratore) & di più il denominatore è minore del vero (essendo R scarfa del 48. denominatore) perliche esso rotto totale, che forma la R , tanto maggiormente è minore del douere. Ma se nel trouare pure la R di detto $\frac{3}{2}$, del 29. numeratore li pigliaffe la R scarfa, dicendo ella essere $5\frac{1}{4}$, & del 48. denominatore li pigliaffe la R eccedente, dicendo ella essere 7. & li formasse $\frac{5\frac{1}{4}}{7}$, cioè $\frac{21}{28}$, per R del $\frac{3}{2}$, questa R così trouata si conosceria di necessità douere essere scarfa, perche, oltre che il numeratore $5\frac{1}{4}$ è minore del douere (essendo R scarfa del 29. numeratore) di più il denominatore 7. è maggiore del douere (essendo R eccedente del 48. denominatore) perliche esso rotto totale, che forma la R , tanto maggiormente è minore del douere.

Et notifi, che nel trouare la R di questi numeri rotti proposti, sarà molto expediente li pigliare per R loro vn rotto facile, il quadrato del quale superi il rotto proposto, se vorremo la R eccedente, ouero il quadrato del quale sia scarfo, ò minore del rotto proposto, se vorremo la R scarfa; & poi con questa prima R trouarne vn'altra più propinqua. Onde proposto $\frac{3}{2}$, da trouarne la R , pigliaremo da principio vna R eccedente facile à beneplacito, & sia $\frac{7}{4}$. il suo

Di $\frac{3}{2}$, sia la R eccedente $\frac{7}{4}$. Il suo quadrato $\frac{49}{16}$.

cioè $\frac{33\frac{1}{4}}{48}$, eccede il $\frac{3}{2}$, in $\frac{4\frac{1}{4}}{48}$.

$\frac{5}{6}$ $\frac{2\frac{1}{2}}{48}$, metà dell'eccesso da partire
1 8

ne viene $\frac{1}{4}$, cauto da $\frac{7}{4}$, resta $\frac{3}{4}$, che è R eccedente più propinqua, il suo quadrato $\frac{9}{16}$, eccede il $\frac{3}{2}$, solo in $\frac{1}{16}$, che è il quadrato di $\frac{1}{4}$, in che la seconda R è differente dalla prima.

seconda R $\frac{187}{240}$, il doppio è

187 $\frac{169}{57600}$, eccesso da partire.
1 480

auuen. $\frac{169}{89760}$, da cauare da

187 $\frac{69938}{169}$

240 $\frac{169}{374}$

resta $\frac{69769}{89760}$, che è R eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede $\frac{3}{2}$, nel quadrato di $\frac{3}{2}$, in che questa R è minore della antecedente.

quadrato è $\frac{1}{16}$, ma $\frac{1}{16}$. (se bene è meno propinqua, essendo m. gi. re) sarà più comodo, hauendo il denominatore, comunicare al 48. denominatore del $\frac{3}{2}$. Il quadrato di detto $\frac{3}{2}$ è

$\frac{9}{4}$, che supera $\frac{3}{2}$, in $\frac{4\frac{1}{4}}{48}$. Hora partito questo superamento per il doppio di $\frac{3}{2}$, ouero partito $\frac{3}{2}$, metà di questo superamento per il $\frac{3}{2}$, ne viene $\frac{1}{4}$, quale cauto da $\frac{7}{4}$, R eccedente detta, resta $\frac{3}{4}$, & questa è R eccedente molto propinqua.

Et se da principio per R del $\frac{3}{2}$, proposto, hauesimo preso $\frac{1}{2}$, il quadrato del quale è $\frac{1}{4}$, che è scarfo in $\frac{1}{4}$. Questo partito per il doppio di $\frac{3}{2}$, & scarfa, ouero la metà d'essa scarfezza, cioè $\frac{1}{4}$, partito per essa R scarfa, cioè per $\frac{1}{2}$, ne viene $\frac{1}{4}$, quale giunto a $\frac{1}{2}$, R scarfa, fa $\frac{3}{4}$, cioè $\frac{3}{4}$, che è R eccedente del $\frac{3}{2}$, il quadrato della quale è $\frac{9}{16}$, che supera $\frac{3}{2}$, in $\frac{1}{16}$, quadrato dell' $\frac{1}{4}$, in che la seconda R è maggiore, ò differente dalla antecedente prima $\frac{1}{4}$.

Et sappiafi, che molti per trouare la R di questi numeri rotti, ò posti in forma di rotto, non quadrati proposti, Moltiplicano il numeratore del rotto, via il suo denominatore, & del prodotto pigliano la R propinqua, & essa partono per il denominat. del rotto proposto, & l'auuenimento dicono essere la R propinqua cercata del rotto proposto. Onde in quello modo volendo trouare la R di $\frac{3}{2}$, proposto, Moltiplicheremo 29. via 48. & del prodotto 1392. piglieremo la R propinqua, & sia $37\frac{1}{4}$, quale partiremo per il denominat. 48. & ne viene $37\frac{1}{4}$.

cioè $37\frac{1}{4}$, quale è R propinqua del $\frac{3}{2}$. Questa R si conosce subito essere eccedente, perche il suo numeratore $37\frac{1}{4}$ è maggiore del douere, & essendo radice eccedente del 1392.

FF

Ma

Di $\frac{3}{4}$ $\frac{1391}{37}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{491}{37}$ $\frac{37}{48}$ la $\frac{3}{4}$ è $\frac{74}{48}$ cioè $\frac{2761}{3552}$ eccedente.ouero $\frac{33\frac{1}{2}}{48}$ cioè $\frac{2728}{3600}$ scarfa.Ma se hauessimo detto la $\frac{3}{4}$ di 1391. essere $37\frac{1}{2}$. cheè scarfa, & però formato $\frac{37\frac{1}{2}}{48}$. per $\frac{3}{4}$ del $\frac{3}{4}$. que-sta $\frac{3}{4}$ saria scarfa, perche il suo numeratore $37\frac{1}{2}$ saria minore del douere (essendo sempre il 48. denominatore conueniente al vero) & però il rotto totale $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ verria anco egli ad essere minore del douere. Et il pigliare la $\frac{3}{4}$ delli rotti in questo modo, è quanto se aggrandendo il rotto proposto da pigliarne la $\frac{3}{4}$, moltiplicandolo per vn numero eguale al suo denominatore,

re, formassimo vn'altro rotto à lui eguale, che hauesse il denominatore quadrato, che allhora presa la $\frac{3}{4}$ del numeratore (che non si può hauere se non propinqua) & postala per numeratore, & presa la $\frac{3}{4}$ del denominatore (che si può precise essendo egli numero quadrato, & essa $\frac{3}{4}$ è il denominatore del rotto da principio proposto, cioè il numero, con il quale si è moltiplicato detto primo rotto proposto) ponendola per denominatore, il rotto così formato sarà la $\frac{3}{4}$ propinqua del rotto da principio proposto. Et tanto è formare il rotto detto, quanto partire il numero, che habbiamo trouato essere numeratore, per il denominatore del rotto da principio proposto, che è il denominatore di detto rotto formato. Onde nel pigliare la $\frac{3}{4}$ di $\frac{3}{4}$, al modo detto, egli si viene à ridurre à $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$. & hora presa la $\frac{3}{4}$ del numeratore, & del denominatore, si dice la $\frac{3}{4}$ di esso rotto, & però di $\frac{3}{4}$. proposto à lui eguale essere $\frac{37\frac{1}{2}}{48}$. che è eccedente, ouero $\frac{37\frac{1}{2}}{48}$. che è scarfa.

Et proposto $\frac{1}{4}$. da pigliarne la $\frac{3}{4}$, si può con facilità dire, la sua prima $\frac{3}{4}$ eccedente essere 1. l'eccesso del suo quadrato sopra à $\frac{1}{4}$. proposto è $\frac{1}{4}$. Questo partito per il doppio d'1. che è a. ne viene $\frac{1}{4}$. che cauato da 1. resta $\frac{3}{4}$. per seconda $\frac{3}{4}$ eccedente più propinqua, il suo quadrato è $\frac{9}{16}$. che supera $\frac{1}{4}$. in $\frac{5}{16}$. (quadrato d' $\frac{1}{4}$. in che la seconda $\frac{3}{4}$ è minore della prima) Et hora partendo questo eccesso $\frac{5}{16}$. per il doppio della $\frac{3}{4}$. cioè per $\frac{3}{2}$. ne viene $\frac{5}{24}$. da cauare da $\frac{3}{4}$. & resta $\frac{1}{24}$. che è terza $\frac{3}{4}$ eccedente più propinqua, il quadrato della quale supera il $\frac{1}{4}$. nel quadrato d' $\frac{1}{4}$. in che essa terza $\frac{3}{4}$ è minore della antecedente seconda.

Ancora proposto $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{1}{4}$. da trouarne la $\frac{3}{4}$, si può dire similmente la sua prima $\frac{3}{4}$ eccedente essere 1. ouero $\frac{1}{4}$. il quadrato del quale $\frac{1}{16}$. eccede $\frac{1}{4}$. proposto in $\frac{3}{16}$. Questo partito per il doppio di $\frac{3}{4}$. cioè per $\frac{3}{2}$. ne viene $\frac{1}{8}$. che cauato da $\frac{3}{4}$. resta $\frac{5}{8}$. per seconda $\frac{3}{4}$ più propinqua. Il suo quadrato $\frac{25}{64}$. supera $\frac{1}{4}$. in $\frac{9}{64}$. quadrato d' $\frac{1}{4}$. in che la seconda $\frac{3}{4}$ è minore della prima $\frac{1}{4}$. Et così si potrà seguire à trouare quant'altre $\frac{3}{4}$ eccedenti più propinque si vorranno.

Quando alli numeri misti, cioè composti da intiero, e rotto, Per conoscere se vn numero misto proposto sia quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & allhora, se così il suo numeratore, come il denominatore sarà numero quadrato, esso numero misto sarà anco egli quadrato. Et la sua $\frac{3}{4}$ si pigliará nel modo, che si piglia nelli rotti semplici, cioè pigliaremo la $\frac{3}{4}$ del numeratore, & questa sarà numeratore da scriuere sopra ad vna riga; poi si pigliará la $\frac{3}{4}$ del denominatore, & questa sarà denominatore da scriuere sotto alla riga, & il rotto, ò numero misto in forma di rotto così formato, sarà la $\frac{3}{4}$ precise del numero proposto, qual $\frac{3}{4}$ si potrà ridurre à numero misto di forma ordinaria, partendo il numeratore per il denominatore al solito. Che per esemplo proposto $76\frac{1}{2}$. per vedere se egli è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & sarà $\frac{151}{2}$ del quale, perche il 151. numeratore è numero quadrato, che la sua $\frac{3}{4}$ è 35. precise, & auco il suo denominatore 2. è numero quadrato, che la sua $\frac{3}{4}$ è 4. conosceremo, che esso numero proposto è quadrato, & la sua $\frac{3}{4}$ sarà $35\frac{1}{2}$. cioè $8\frac{1}{2}$. Et proposto $18\frac{1}{2}$. per vedere se è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & sarà $\frac{37}{2}$. & perche si vede così il suo numeratore 37. come il denominatore 2. essere numero quadrato, diremo' egli essere numero quadrato, & la sua $\frac{3}{4}$ sarà $9\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$.

Di qui conosciamo, che delli numeri misti proposti, quando il denominatore del rotto accompagnato al suo intiero (intendendosi sempre, che essi rotti siano scelsi, ò ridotti alla maggior breuità, che si possa) è numero quadrato, allhora riducendosi il numero misto à forma di rotto, se auerrà, che il suo numeratore sia anco egli numero quadrato, si concluderà, che esso numero misto sia quadrato; ma quando il suo numeratore non fusse quadrato, allhora si concluderà esso numero misto non essere quadrato, poiche non basta, che il denominatore solo, ò il numeratore solo sia quadrato, ma conuiene, che siano quadrati ambidui. Et però anco conosciamo, che delli numeri misti pnre, quando il denominatore del rotto accompagnato al suo intiero non è numero quadrato, conosciamo dico, che di ne-

di necessità esso numero misto non è quadrato, & però non occorre à ridurlo à forma di rotto, ne vedere se il numeratore d'esso sia quadrato, perche quãdo bene esso numerat. fusse quadrato, il denominatore poi già vediamo non essere quadrato, & però il numero misto, ò rotto totale, à che egli si fusse ridotto, non potrà hauere $\frac{93}{136}$ quadrata precise. Che per esempio proposto $3\frac{1}{4}$. perche il 5. denominatore del rotto $\frac{1}{4}$. non è numero quadrato, ancora il totale $3\frac{1}{4}$. non potrà essere quadrato, ne occorre perciò à ridurlo à $\frac{13}{4}$. per vedere se sia quadrato, poiche se bene il 16. numeratore è quadrato, questo non basta, che conuerria, che anco il 5. denominatore fuss: quadrato, quale già à prima vista habbiamo conosciuto non essere quadrato.

Et delli numeri misti non quadrati, per trouarne la $\frac{93}{136}$ propinqua, se bene ciò si può fare in ciascuno delli dui modi, che si fà nelli rotti, cioè hauendo ridotto il numero misto proposto da trouarne la $\frac{93}{136}$ à forma di rotto, pigliare la $\frac{93}{136}$ propinqua del denominatore, & porla sopra ad vna riga per numeratore, & poi pigliare la $\frac{93}{136}$ propinqua del denominatore, & porla sotto alla riga per denominatore, che il rotto, ò per dire più propriamente, il numero in forma di rotto così formato, sarà la $\frac{93}{136}$ propinqua cercata. Ouero hauendo pure ridotto il numero misto proposto à forma di rotto, Moltiplicare il numeratore, via il suo denominatore, & del prodotto pigliare la $\frac{93}{136}$ propinqua, & questa partirla per il denominatore detto, che l'auuenimẽto sarà la $\frac{93}{136}$ propinqua cercata del numero misto proposto. Sarà nondimeno molto commodo il trouare la $\frac{93}{136}$ propinqua di questi numeri misti non quadrati, nelli modi, che già si sono mostrati, poiche non occorrerà à ridurli à forma di rotto; bene è vero, che quando il denominatore del rotto, che si troua nel numero misto è quadrato, & che perciò non siamo sicuri, che esso numero misto sia non quadrato (come saprissimo se il denominatore del rotto detto fusse non quadrato) è necessario ridurre esso numero misto à forma di rotto, & vedere se il suo numeratore sia quadrato, che essendo non quadrato, allhora faremo sicuri il numero misto proposto essere non quadrato, Ma quando detto numeratore fusse quadrato, & che perciò allhora il numero misto proposto verria ad essere quadrato, la (ua $\frac{93}{136}$ (che si trouaria precise) conuerria pigliarla nel modo, che si piglia nelli rotti quadrati, cioè tronare la $\frac{93}{136}$ del numeratore, & porla sopra ad vna riga per numeratore, & anco trouare la $\frac{93}{136}$ del denominatore, & porla sotto alla riga per denominatore, che il numero misto in forma di rotto così formato, faria la $\frac{93}{136}$ precise del numero misto proposto. Et questo si fà, perche quando il numero misto proposto è quadrato, noi con le regole già date del pigliare le $\frac{93}{136}$ eccedenti, ò scarse, à beneplacito delli numeri interi, ò misti proposti, non ce ne accorgiamo altrimenti, ne con esse si viene à trouare la (ua precise $\frac{93}{136}$, poiche esse regole attendono à trouare le $\frac{93}{136}$ propinque delli numeri proposti, supponendo, che essi siano non quadrati.

Sia hora per esempio proposto $75\frac{1}{2}$. da pigliarne la $\frac{93}{136}$; Questo numero si conosce subito essere non quadrato, perche l'8. denominatore del $\frac{1}{2}$. (suo rotto (abbreuiato interamente) è non quadrato; noi dunque facilmente potremò dire, la $\frac{93}{136}$ di $75\frac{1}{2}$ è 8. & auanza 11. che con il $\frac{1}{2}$. fà $11\frac{1}{2}$. auanzo da ponere sopra ad vna riga per numeratore, ponendoui di sotto per denominatore il doppio d'8. che è 16. ouero il doppio più 1. che è 17. & così diremo la radice propinqua

Di $75\frac{1}{2}$

$8\frac{99}{128}$. è $\frac{93}{136}$ eccedente. $8\frac{93}{136}$. è $\frac{93}{136}$ scarfa.

$8\frac{93}{136}$. cioè $8\frac{31}{44}$. è fra queste due. Et pigliando $8\frac{93}{136}$

Quadrifi essa $\frac{93}{136}$.

$\frac{496}{13}$

$\frac{11}{44}$

$\frac{528}{961}$

$\frac{1489}{1936}$

Il suo $\frac{93}{136}$ è $75\frac{1}{2}$

Et pigliando $8\frac{93}{136}$

$\frac{1488}{25}$

$\frac{11}{133}$

$\frac{3335}{8649}$

$\frac{11974}{17689}$

$\frac{2211}{11055}$

$\frac{918}{17689}$

Il suo $\frac{93}{136}$ è $75\frac{1}{2}$

eccede in $\frac{918}{17689}$

Et pigliando $8\frac{93}{136}$

$\frac{1488}{14}$

$\frac{11}{134}$

$\frac{1876}{8649}$

$\frac{10535}{17956}$

$\frac{2244}{11222}$

$\frac{697}{17956}$

Il suo $\frac{93}{136}$ è $75\frac{1}{2}$

è scarfo in $\frac{697}{17956}$

del $75\frac{1}{2}$.

del $75 \frac{5}{8}$. proposto essere $8 \frac{11}{16}$. cioè $8 \frac{7}{8}$. & sarà eccedente (che il suo quadrato supera il $75 \frac{5}{8}$. nel quadrato del rotto $\frac{1}{16}$). Orero diremo la R propinqua del detto $75 \frac{5}{8}$. essere $8 \frac{11}{16}$. cioè $8 \frac{7}{8}$. & sarà scarfa, che il suo quadrato sarà minore del $75 \frac{5}{8}$. nel prodotto, che nasce a moltiplicare il rotto $\frac{1}{16}$. via $\frac{1}{16}$. differenza, che è da esso rotto ad 1. che si è gionto al doppio dell'8. intiero della R . per formare il 17. denominatore primiero del rotto della R .

Ma è da notare, per acquistare facilità, & anco propinquirà nel pigliare queste radici, che nel nostro caso, conoscendo $8 \frac{7}{8}$. essere R eccedente, & $8 \frac{11}{16}$. essere R scarfa, perche quanto al rotto il 128. denominatore è minore del douere, & il 136. è maggiore del douere; noi fra questi dui numeri 128. & 136. potressimo pigliare vn numero à beneplacito per denominatore, & sarà bene, quando si può, à pigliarlo tale, che egli sia communicante con il suo numeratore, che hora è 93. acciò che il rotto da formarne si possa abbreviare, rendendosi più còmodo. Onde hora si potria pigliare 132. & formare $\frac{93}{132}$. che (schifato è $\frac{1}{4}$. & la R totale sarà $8 \frac{1}{4}$. il quadrato della quale è $75 \frac{1}{4}$. che eccede il $75 \frac{5}{8}$. proposto in $\frac{1}{8}$. Onde ancora più propinqua radice sarà $8 \frac{1}{2}$. che il suo quadrato $75 \frac{1}{2}$. eccederà il $75 \frac{5}{8}$. solo in

$\frac{918}{17689}$. Et pigliando $8 \frac{1}{2}$. questa sarà scarfa, perche il suo quadrato $75 \frac{1}{2}$. non arriuaria à $75 \frac{5}{8}$. mancandoui $\frac{697}{17956}$. Questo $8 \frac{1}{2}$. si sarà trouato da principio, se

nel pigliare la R del $75 \frac{5}{8}$. che è 8. & auanza 11. da ponere sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto postoui 16. doppio dell'8. intiero della R ; à questo 16. hauesimo gionto non 1. ma $\frac{1}{2}$. rotto facile (& poca maggiore dell' $\frac{11}{16}$. che sarà il rotto ordinatio eccedente) facendo essere il denominatore 16. & però il rotto totale $\frac{11}{16}$. che significa $\frac{1}{4}$. & con l'8. intiero, fa $8 \frac{1}{4}$. Et se per formare il denominatore del rotto della R , al 16. doppio dell'8. intiero, hauesimo gionto solo $\frac{1}{2}$. rotto facile, & minore dell' $\frac{11}{16}$. rotto ordinario eccedente, formando per rotto totale $\frac{11}{16}$. che significa $\frac{1}{4}$. & con l'8. intiero fa $8 \frac{1}{4}$. (apressimo, che questa

di necessità sarà R propinqua, & eccedente del $75 \frac{5}{8}$. proposto.

Auuertasi nondimeno, che di questi numeri misti non quadrati, per trouarne la R propinqua è molto commodò il pigliarla del solo intiero loro, senza tener conto del rotto nell'auanzo, con che si formi il numeratore del rotto della R ; & allhora per denominatore d'esso rotto porui sempre il doppio dell'intiero, poiche la R così trouata, essendo R eccedente del numero intiero, che è parte del misto proposto, s'accostarà molto al vero, & ancora

sa' sarà pure eccedente, sempre che il quadrato del rotto d'ella R superi il rotto accompagnato all'intiero del misto; ma sarà scarfa, quando il quadrato di detto rotto della R non arriuasse al rotto accompagnato all'intiero del misto proposto; Onde se volessimo pure vna R eccedente del numero misto proposto, noi allhora mediante questa scarfa la potressimo trouare, & sarà poi molto propinqua, operando come già s'è mostrato, cioè partendo la scarfezza del quadrato della R scarfa per il doppio d'essa R scarfa, & giogendol'auuenimento à detta R scarfa, che la somma sarà R eccedente. Onde se del $75 \frac{5}{8}$. vorremo facilmente trouare la R , pigliando solo il 75. intiero, diremo la sua R eccedente è $8 \frac{1}{2}$. il quadrato della quale è 75. & $\frac{1}{4}$. di più (che è il quadrato del rotto $\frac{1}{4}$. & perche questo $\frac{1}{4}$. non arriua à $\frac{1}{8}$. rotto accompagnato al 75. nel $75 \frac{5}{8}$. proposto, che li manca $\frac{1}{8}$. vediamo questo $8 \frac{1}{2}$. essere R scarfa del $75 \frac{5}{8}$. proposto, & la scarfezza del suo quadrato essere $\frac{1}{8}$. quale se partiremo per $\frac{1}{4}$. cioè per $\frac{1}{2}$. doppio della R scarfa detta, che ne verrà $\frac{1}{4}$. & questo giogheremo à detta R scarfa $8 \frac{1}{2}$. la somma, che è $8 \frac{3}{4}$. sarà R eccedente del proposto $75 \frac{5}{8}$. Et il quadrato di detta R eccederà esso $75 \frac{5}{8}$. proposto nel quadrato di $\frac{1}{8}$. in che questa R eccedente è differente dalla R scarfa adoprata à trouarla.

eccede in $\frac{1521}{19784704}$

Voglio

Voglio anto pigliar fatica di mostrare almeno in parte la causa, & fondamento del modo di operare nel pigliare la R quadrà delli numeri grandi, per satisfare alli principianti, quali con questo lume possino poi à pieno andar considerando, & conoscendo quanto in ciò sia à proposito. Onde per dar principio, Sappiasi, che d'vn numero proposto, per trouare la R, prima si vede da quante figure sarà contenuto il numero, che hà da mostrare essa R, & per vederlo, si fa vn punto sopra, ò sotto alla prima figura destra del numero proposto, poi si lascia la seconda, si fa vn'altro punto sotto alla terza, & si lascia la quarta, si fa vn'altro punto sotto alla quinta, & così si segue fino al fine delle figure del numero proposto, di modo cioè, che fra l'vn punto, & l'altro vi sia vn'altra figura intermedia. Et il numero delli punti in questo modo trouati, mostrerà il numero delle figure, dalle quali deue essere contenuto il numero, che hà da essere R del numero proposto. Et la causa di ciò nasce di qui. Vn numero d'vna figura sola moltiplicato in se stesso, produce vn numero d'vna figura, ò al più vn numero contenuto da due figure, come auuene per esempio à moltiplicare 2. in se stesso, che fa 4. ouero 9. in se stesso, che fa 81. onde quando vn numero proposto sarà contenuto da vna, ò da due figure, se bene arruasse à 99. la sua R sarà numero d'vna figura sola, & però non arriuarà à 10. numero, che è il minore di due figure, che si possa trouare, & il suo quadrato à 100. che è contenuto da tre figure, & però superiore 99. che è il maggior numero, che si troui contenuto da due figure. Ancora, Vn numero di due figure moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da tre figure almeno, ò da quattro figure al più, come si vede nelli quadrati di 10. & di 99. che sono 100. & 9801. Ancora: Vn numero contenuto da tre figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da cinque figure almeno, ò da sei figure al più, come si vede nelli quadrati di 100. & di 999. che sono 10000. & 998001. Ancora Vn numero contenuto da quattro figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da sette figure almeno, ò da otto al più; Cioè Ciascun numero moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero, che sarà contenuto da due volte tante figure al più, ouero da vna manco di due volte tanto, almeno. Onde Vn numero di 15. figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da 30. figure al più, ò da 29. almeno; Et così conueramente, ò per il contrario. Vn numero di 50. figure, ò di 49. douendosi produrre da alcun numero moltiplicato in se stesso, conuiene, che il produttore sia di 25. figure, cioè sia di tante figure, quanto è la metà del numero delle figure, del numero, che hà da essere prodotto, & esso numero di figure del prodotto sarà paro; ò quanto è la metà del numero paro à lui prossimo maggiore, se esso numero di figure del prodotto fusse di spar. Et perche proposito vn numero, à trouare vn'altro numero intero, che moltiplicato in se stesso produca il proposto, ò se li approssimi più che si può (quando il proposto non sia quadrato) quello, che si trouerà si chiama la R del proposto; conosciamo, che quando vn numero proposto sarà poniamo di 30. figure, ò di 29. che la sua R necessariamente sarà numero di 15. figure, & se il numero proposto fusse di 80. ouero 79. figure, la sua radice necessariamente sarà numero di 40. figure, &c. Questo inteso, per venire breuemente alla inuentione dell'operare nel pigliare la R quadrà delli numeri, & procedere naturalmente secondo il nostro solito, douiamo auuertire, che il pigliare la R d'vn numero proposto è al punto il conuerso del moltiplicare vn numero dato in se stesso, onde conuiene, che sappiamotrouare operatione conuersa ad esso moltiplicare, & lo faremo considerando bene il modo del moltiplicare; Che per esempio dato 46. da moltiplicare in se medesimo, vediamo, che il prodotto consta di tre moltiplicationi, cioè di 36. quadrato di 6. prima figura destra, qual 36. occupa il primo luogo, di 48. doppio del prodotto di 4. seconda figura; via 6. prima, qual 48. occupa il secondo luogo; & di 16. quadrato di 4. seconda figura, qual 16. occupa il terzo luogo, & se bene nel secondo luogo hora si vede entrare il 3. del 36. & nel terzo luogo si vede entrare il 4. del 48. & il 16. & si vede occupare ancora il quarto luogo, questo non impedisce, che noi non conosciamo, che il primo luogo del quadrato della prima figura destra del 46. occupato dal primo luogo del prodotto totale, & che il primo luogo del doppio del prodotto della seconda figura, & il quadrato della prima, & il secondo luogo del prodotto totale, & che il terzo luogo del quadrato della seconda figura del numero dato, è il terzo luogo del prodotto totale, se bene quando li quadrati, & doppio del prodotto detto sono numeri, che habbino due figure, essi possono con la loro seconda figura inserirsi nel luogo à loro seguite verso man sinistra. Hora dal vedere la operatione, che ci mostra, che 46. via 46. fa 2116. noi ingegnandoci di trouare il 46. produttore il 2116. quando esso 46. non ci fusse noto, considereremo, che nel 2116. trouato nel quarto, & terzo luogo si

clude il quadrato della seconda figura del 46. però conueniē, che essa seconda figura (benche ella sarà la prima di questa operatione, cominciando da man sinistra) sia quella, il quadrato della quale è inclusio nel 21. cioè quella, che è $\times$ del maggior numero quadrato, che è compreso in 21: ma questo maggior quadrato è 16. però essa figura sarà 4. & oltre il quadrato di effo 4. nel 21. resta 5. al quale accompagnato il 16. seguenne del 21 16. fà 5 16. In questo 5 16. hora sappiamo inchiuiderli il 48. doppio del prodotto di 4. figura trouata del 46. nel 6. figura da trouarsi, & ancora inchiuiderli il quadrato d'effo 6. da trouarsi, ma di modo, che il doppio del prodotto delle due figure dette si contiene nel solo 5. che arriva a occupare solo il secondo luogo d'effo del 5 16. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 5 16. però conuerrà, che la figura da trouarsi sia tale, che moltiplicata via il 4. trouato, & il doppio del prodotto cauato dal 5. ouero (che risulta l'istesso) che moltiplicata via il doppio del 4. trouato, & il prodotto cauato dal 5. & poi a quello, che resta accompagnato il 6. il numero, che se ne compone possa capire, & conrenere il quadrato di detta figura da trouarsi; ma il numero, di figura, che moltiplicata via 8. doppio di 4. facci 32. di manco, è quello, che si troua a partire 5. per effo 8. onde diremo l'8. in 5. entra solo 6. volte, però più di 6. non può essere la figura, che si cerca, ma farà 6. di manco di 6. & per vedere se è 6. diremo a cauare il prodotto di 8. via 6. cioè 48. dal 5. resta 3. & a questo accompagnato il 6. del 5 16. fà 36. hora se questo 36. potrà capire il quadrato del 6. detto, cioè se il quadrato di 6. si potrà cauare da 36. effo 6. sarà la figura cercata; ma il quadrato di 6. è a punto 36. cioè a punto si può cauare dal 36. & non resta cosa alcuna, però conosciamo, che il 6. è la figura cercata precise, & questa accompagnata al 4. trouato fà 46. & così sappiamo, che 46. è necessariamente la $\sqrt{x}$ di 2116. & che è $\sqrt{x}$ precise, cioè che non uanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione a cauare il quadrato di 6. dal 36. che si haueua nō è restato cosa alcuna.

hora, che sappiamo come si operi nel pigliare la $\sqrt{x}$ d'u numero, che non passi quattro figure, & che perciò la sua $\sqrt{x}$ non sia se non di due figure, noi pure seruendoci del natural discorso, vedremo d'ampliare la nostra cognitione, & però supponeremo d'hauero

un numero di tre figure, & sia 465. da moltiplicare in se stesso, ma fingeremo, che il 46. sinistro sia una figura sola, & perciò egli con il 5. siano solo due figure, perliche ual moltiplicare effo 465. in se stesso, diremo, 5. prima figura, via 5. prima figura, fà 25. da ponere nel primo luogo (cioè il 5. destro nel primo luogo, & il 2. più uanti come bisogna) poi 5. prima figura, via 46. seconda, fà 230. che con l'altro 230. fà 460. ouero più facilmente diremo, 10. doppio del 5. prima figura, via 46. seconda, ouero 92. doppio della seconda, via 5. prima, fà 460. & questo poneremo nel secondo luogo, cioè il 0. destro nel secondo luogo, & il 46. più oltre, poi diremo 46. seconda figura, via 46. seconda figura, fà 2116. & questo poneremo nel terzo luogo, cioè il 6. destro nel terzo luogo, & il 21. più oltre; finalmente sommaremo questi prodotti insieme, come l'ordine loro ricerca, & haueremo per prodotto totale 216225. & questo è il quadrato di 465. Hora da questa operatione ci ingegneremo di cauare la sua conuersa, che sarà mediante il prodotto, trouare il suo produttore, cioè trouare la $\sqrt{x}$ del 216225. & perche vediamo il quadrato del 5. prima figura del 465. occupare il primo luogo, il 460. doppio del prodotto del 46. seconda figura, nella prima occupare il secondo luogo, & il quadrato del 46. seconda figura occupare il terzo luogo, & segueni; cioè, perche vediamo, che quanto al 46. vengono occupati tutti i luoghi del 216225. eccetto i dui primi destri, conosciamo, che nel 2162. consiste la operatione del 46. cioè che il quadrato del 46. si include nel 2162. di vogliamo dire, che la inuentione del 46. dipende dal 2162. & che la inuentione del 5. dipende dal seguente 25. però prima nel modo superiore troueremo la $\sqrt{x}$ del 2162. sapèdo, che la prima figura sinistra si ha da trouare mediante il numero del terzo luogo, & del quarto ancora, quando in effo quarto luogo vi è cosa alcuna, come auuiene hora; & che la seguente figura della $\sqrt{x}$ si ha da trouare mediàte il primo luogo, & anco del secondo, & dell'auanzo dalli altri, quando d'essi uanza cosa alcuna; onde hora pigliando il 21. diremo la $\sqrt{x}$ di 21. è 4. cioè il maggior numero intiero quadrato, che si include in 21. è 16. del quale la $\sqrt{x}$ è 4. & uanza 5. però posto 4. fra le righe rincontro all'1. il 5. auanzo scriueremo sotto alle righe al suo luogo, cioè rincontro all'1. del 21. & a questo 5. accompagneremo da man destra il 62. che farà 562. mediante il quale inuestigaremo la seguente figura; adoprando effo 562. in due volte; come s'è detto, cioè il 56. da se, & con quello, che uanza da se, dicendo 8. (doppio di 4. trouato) in 56. entra 7. volte; & non uanza cosa alcuna, & però haueremo poi sotto il 4. il quadrato di detto 7. è 49. & non si può cauare da effo 2. però questo 7. è troppo grande, cioè non può essere la figura, che cerchiamo; noi dunque abbasstandoci una volta, cioè pigliando il numero prossimo minore, che è 6. considereremo se egli è buono, cioè

no, cioè se è la figura, che cerchiamo, dicendo 6. volte 3. doppio di 4. trouato, fa 48. & questo cauato da 56. resta 8. quale accompagnato al 2. seguente, fa 82. & il quadrato di 6. detto è 36. che il più cauare dall'82. (che resta 46.) però 6. è la figura, che cerchiamo, da ponere fra le righe incontro al 2. del 2162. & così suppiamo la R di 2162. essere 46. & che auanza 2. qualche cosa: & per trouare esso auanzo (se bene ciò si può fare breuemente, multiplicando, & sottraendo in vn'istesso tempo) noi al modo ordinario multiplicaremo il 6. trouato in se stesso, per ponere il suo quadrato nel primo luogo, & anco multiplicaremo il medesimo 6. per il doppio del 4. trouato, cioè per 8. (che questi 8. per facilità si può anco scriuere da se da man sinistra dell'operatione) da ponere il prodotto nel secondo luogo, & c. cioè diremo 6. via 6. fa 36. & ponendo il 6. ferbaseremo il 3. poi 6. via 8. fa 48. & 3. ferbato fa 51. che posto oltre al 6. fa in tutto 516. & questo sottratto dal 562. sopraposti, resta 46. & così sin' hora sappiamo del 2162. la R essere 46. & restare 46. Fatto questo, considerando il totale 261225. separato in 2612. (nel quale habbiamo trouato la figura della sua R essere 46. & auanzare 46.) & in 25. hauendo adoprato il 2612. adopraseremo hora il 25. nel modo da principio imparato, che sarà accompanando 25. al 46. auanzato, che fa 4625. & considerando, che in questo 4625. si include il prodotto del doppio della figura trouata (cioè di 92. doppio di 46.) via la figura da trouarsi, & anco vi si inchiede il quadrato di essa figura da trouarsi, ma di modo, che il doppio del prodotto detto delle due figure si contiene nel solo 462. che arriva ad occupare solo il secondo luogo d'istesso del 4625. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 4625. però la figura da trouarsi ha da essere tale, che multiplicata via 92. doppio del 46. trouato, & il prodotto cauato dal 462. & al restante accompagnato il 5. quel numero, che se ne compone possa contenere il quadrato di detta figura da trouarsi, onde venendo alla inuentione d'essa diremo, 92. in 462. entra 5. volte, & auanza 2. (operando al solito, cioè dicendo 9. in 46. entra 5. volte, & auanza 1. che con il 2. fa 12. & in questo 12. anco il 2. del 92. entra le medesime 5. volte, & di più auanza 2.) qual 2. accompagnato al 5. seguente del 4625. fa 25. & il quadrato del 5. detto è 25. che capisce a punto nel 25. che habbiamo, però si conosce, che 5. è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo, cioè accompagnata al 46. trouato, fa 465. quale si vede di necessità douere essere la R di 216225. & che è R precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione a cauare il quadrato di 5. dal 25. che si haueua, non resta cosa alcuna.

Et se bene quello, che fin qui si è detto potria bastare all'accorto Pratico, circa alla intelligenza del modo di pigliare la R di qual si vogli numero contenuto da quante figure si vogliono, nondimeno seguiremo ancora ad inuestigare giuditiosamente la R degli numeri, delli quali essa R sia di 4. figure, & che perciò essi numeri siano contenuti da sette, ouero otto figure; & per farlo supponeremo d'hauere 4653. da multiplicare in se stesso, fingendo, che il 465. finitiro fin vna figura sola, & che per ogni cosa il 3. siano solo due figure; perliche nel multiplicare esso 4653. in se stesso, diremo, 3. prima figura, via 3. prima figura fa 9. da ponere nel primo luogo, poi 3. prima figura, via 465. seconda, fa 1345. & ancora 465. seconda figura, via 3. prima, fa 1345. che con l'altro 1345. fa 2790. Ouero più facilmente diremo, 6. doppio del 3. prima figura, via 465. seconda, ouero 920. doppio della seconda figura; via 3. prima, fa 2790. & questo poneremo nel secondo luogo, cioè il 0. d'istesso nel secondo luogo, & il 279. più oltre; poi diremo 465. seconda figura, via 465. seconda figura, fa 216225. & questo poneremo nel terzo luogo, cioè il 5. d'istesso nel terzo luogo, & il 21622. più oltre; finalmente sommaremo insieme questi prodotti come si ricerca, & haueremo 21650409. prodotto totale, & questo è il quadrato di 4653. Hora da questa operatione impareremo la R dei conuersa, che sarà mediante il prodotto trouare il suo produttore, cioè trouare la R del 21650409. onde vedendo il quadrato del 3. prima figura del 4653. occupare il primo luogo, & il 2790. doppio del prodotto del 465. seconda nella prima occupare il secondo luogo, & il quadrato del 465. seconda figura occupare il terzo luogo, & seguenti, cioè vedendo, che quanto al 465. tenghiamo occupati tutti i luoghi del 21650409. eccetto i due primi d'istessi, conosciamo, che nel 216504. consiste la operatione del 465. cioè che il quadrato del 465. si include nel 216504. ò vogliamo dire, che la inuentione del 465. dipende dal 216504. & che la inuentione del 3. dipende dal seguente 09. però prima nel modo superiore troueremo la R del 216504. & perciò prima la R del 2165. supponendo diuiso il 216504. in 2165. & in 04. che del 2165. vedremo la R essere 46. & auanzare 40. al quale accompagnato il 04. seguente, fa 4904. onde per trouare la figura da accompagnare al 46. supponendo separato il 4904. dal 4. nel 4904. diremo, 92. doppio del 46. trouato, in 490. entra 5. volte, &

auanza

Digiti la x di 112991126871592599470980663603

3 5 0 7 0 0 9 0 8 0 0 0 8 1 0

60339

325

491

000. è superfluo.

49112

49049

7014 6368

00000. è superfluo.

70140 636872

000000. è superfluo.

701400 63687359

63116081

7014018 56117835

00000000. è superfluo.

70140180 5611783599

5611214464

701401816 56813547

0000000000. è superfluo.

7014018160 5681354709

00000000000. è superfluo.

70140181600 568135470980

000000000000. è superfluo.

701401816000 56813547098066

56112145280064

7014018160016 70140181800236

70140181600161

70140181600162 20007503

00000000000000. è superfluo.

20007503

20007503

20007503

20007503

20007503

20007503

20007503

20007503

20007503

avanza molto, cioè tanto che accompagnatoli il 4. detto del 4904. dal numero, che se ne formasse si potrà cavare il quadrato di detto 5. però 5. è la figura da scrivere fra le righe in compagnia del 46. & farà 465. per la x di 216505. & p sapere quanto avanza, moltiplicheremo 5. (figura hora trovata) in se stesso, & fa 25. del quale poneremo il 5. sotto al 4. detto del 4904. servando il 2. poi moltiplicando esso 5. trovato, via 92. (doppio del 46.) diremo 5. via 2. fa 10. & 2. servato fa 12. del quale scriueremo il 2. al suo luogo, servato l'1. poi 5. via 9. fa 45. & 1. servato fa 46. da scrivere al suo luogo, & haueremo 465. da sottrarre dal 4904. & resta 279. & così sappiamo la x di 216504. essere 465. sopradetto, & che avanza 279. hora considerando il totale 21650409. separato in 216504. (del quale habbiamo trovato la figura della sua x essere 465. & avanzare 279.) & in 09. havendo adoprato il 216504. adopraremo mò il 09. che sarà accoppagna 09. al 279. avanzato, che fa 27909. & considerando in questo 27909. includersi il prodotto del doppio della figura trovata (cioè di 920. doppio di 465.) via la figura da trovarsi, & anco includersi il quadrato d'essa figura da trovarsi di modo però, che il doppio del prodotto detto delle due figure si comprende nel solo 2790. che arriva ad occupare solo il secondo luogo destro del 27904. & il quadrato della figura da trovarsi occupa tutto il resto del 27909. vediamo la figura da trovarsi, dove

Fronda 35070090800810
 35070090800810
 915630817300719
 8840677354906561
 180560736400648

345490635600567
 1237453178002835 30007503. auazozo.

123991126852592599470980663603

seguente entra le istesse 3. volte senza auanzo; però hora del 37909. totale haueremo solo il 9. destro, che non auanza cosa alcuna, al quale egli s'accompagna; ma del 3. detto (numero delle volte, che il 930. entra nel 2790.) il quadrato è 9. che a punto capisce nel 9. che habbiamo, per il che si conosce, che 3. è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo in compagnia del 465. trouato, fa 4653. quale si vede douere essere la R di 21650409. Et che è & precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 3. figura trouata da 9. che si haueua, non resta cosa alcuna. Hora considerado noi, che nel 4653. il quadrato del 3. destro dipende in particolare dal 9. prima figura destra puntata del 21650409. il quadrato del 5. seguente dal 4. terza figura, doue è il secondo punto; il quadrato del 6. terza figura dal 5. (quinta figura) doue si fa il terzo punto, & il quadrato del 4. quarta figura dall'1. (settima figura) doue è il quarto punto, conosceremo benissimo la causa del modo di puntare i numeri, delli quali si piglia la R, cioè perche essi punti si fanno sotto alla prima, terza, quinta, settima, nona, vndecima, &c. intercalando una figura fra vñ punto, & l'altro; & perche le figure da trouarsi si vanno ponendo sotto alle figure puntate, & finalmente, perche dal numero de' punti si vede altrettanto douere essere le figure da trouarsi; che componendo la R cercata. Ancora vediamo, che proposto vn numero grande quanto si voglia, da pigliarne la R, noi puntatolo, per vederà da quante figure sarà contenuto la R d'esso, fingeremo, che si habbi da pigliare la R solo del numero, che si contiene sino al secondo punto sinistro inclusiuamente (cioè inclusioui esso punto, & figura del punto) & trouatala, all'auanzo della operatione accompagnaremo le due figure seguenti, abbracciando il seguente terzo punto, trouando la figura, che vñ posta sotto ad esso terzo punto, nel modo veduto, & trouatala; cioè trouate le 3. prime figure sinistre della R, all'auanzo della operatione accompagneremo le due seguenti figure, abbracciando il seguente quarto punto; & trouando la quarta figura; che vñ posta sotto ad esso quarto punto, nel modo medesimo, & poi pure similmente nell'istesso modo trouiamo la quinta figura della R, poi la sesta, & tutte l'altre; che seguiranno; sino al fine della operatione, nella quale quando non auanzarà cosa alcuna, sapremo il numero proposto essere quadrato, & la sua R essere; precise il numero trouato fra le righe; ma quando nel fine della operatione auanzasse qualche cosa, ciò mostrarà il numero proposto non essere quadrato, & il numero trouato fra le righe essere l'intero propinquo della sua R. Et mediante l'auanzo, &c. volendo formare il rotto propinquo d'essa R, operaremo in quale delli modi mostrati ci reterà a proposito.

LAVS DEO SEMPER.



Per venire in cognitione del modo di trouare la Radice quadra de' numeri misti, d'intero, & rotto, sen Za ridurli à forma di rotto.

Sia dato 66430 $\frac{3}{7}$, da pigliarne la radice quadra. Vediamo, che del denominatore 961. la $\frac{3}{7}$ è 37, che in 257. entra volte 8 $\frac{1}{2}$, il doppio è 16 $\frac{1}{2}$, però ogni 31. esimo importa 16 $\frac{1}{2}$. Questo in 381. auuol entra volte 23. & 16 $\frac{1}{2}$. via 23 $\frac{1}{2}$ fa 31 $\frac{1}{2}$, cioè 31 $\frac{1}{2}$, & 368. cioè 381 $\frac{1}{2}$. che si può cauare da 381 $\frac{1}{2}$. per 37 potrà essere, che li 31. esimi fussero 23. cioè che il rotto da accompagnare all'intero 257. fusse $\frac{1}{2}$. che questo $\frac{1}{2}$. via 257. intero preso due volte, fa 381 $\frac{1}{2}$, che fino

Moltiplichisi 257 $\frac{1}{2}$ in se stesso. Piglisi la $\frac{3}{7}$ quadra di 66430 $\frac{3}{7}$.

257 $\frac{1}{2}$	381 $\frac{1}{2}$
3833	357
324 $\frac{1}{2}$	393
337	381
66049 $\frac{3}{7}$	
fa 66430 $\frac{3}{7}$	

uato $\frac{1}{2}$ da $\frac{1}{2}$ resta $\frac{1}{2}$. qual deu essere il quadrato del solo rotto $\frac{1}{2}$, accioche la quantità proposta sia quadrata (che altrimenti occorrendo, ella non suriq quadrata) ma à puer

to il quadrato di 23. è 529. cioè il quadrato di $\frac{1}{2}$. è l'istesso. $\frac{1}{2}$, però la quantità data è quadrata, & la sua $\frac{3}{7}$ è 257 $\frac{1}{2}$. Et così si potrà in vn'istesso tempo cercare se vna quantità data composta d'intero, & rotto sia quadrata, & essendo quadrata, trouarne la sua $\frac{3}{7}$ quadra, senza ridurla à forma di rotto; auuertendo però, che, accio possa essere quadrata, conuiene, che il denominatore del rotto d'essa quantità sia numero quadrato, & che anco si conosca (con le moltiplicare le prime due figure delle, &c. del denominatore, & dell'intero della quantità giouendoli le due prime figure delle debb'numerare, & altre, occorrendo) che il numeratore, quando la quantità data fusse ridotta à forma di rotto, possa essere numero quadrato, cioè termini in 1. 4. 5. 6. 9. ouero o. con le condizioni conuenienti all'altre figure ad esse 1. 4. 5. 6. 9. o. antecedenti; & notate nel nostro Trattato della 30. quadra.

Sia adco, che si vogli vedete (dato 7259 $\frac{1}{6}$. egli habbi radice precise, & trouarla se l'hà. Si vede, che il denominatore 36. è numero quadrato, & che anco à moltiplicare esso denominatore 36. via il 59. d'istesso, & ligongerli l'1. numeratore, il prodotto terminerà in 25. che è similmente indizio di potere essere quadrato il total prodotto di 36. via 7259. giuntoli l'1. Onde pigliando al solito la $\frac{3}{6}$ del 7259. bitta sarà 85. & auanza 34. che con il rotto $\frac{1}{6}$. faria 34 $\frac{1}{6}$. Hor notu, che se il dato hā $\frac{1}{6}$, perché il denominatore del suo rotto è 36. la $\frac{1}{6}$ del quale è 6. conuerà, che il denominatore del rotto da accompagnare all'85. sia 6. per il qual rotto farà $\frac{1}{6}$. onero $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{6}$. anzi ne $\frac{1}{6}$. ne $\frac{1}{6}$. potrà essere, perché questi veramente (abbreuiati, & scelsati) sono $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$. & però il denominatore del rotto da accompagnare all'85. doueria essere, & 3. & 2. & consequentemente il quadrato del composto conuerria, che hauesse

rotto, il denominatore del quale fusse non 36. ma il quadrato di 3. & di 2. cioè 9. & 4. onde esclusi $\frac{1}{6}$. & $\frac{1}{6}$. resta, che solo possa essere $\frac{1}{6}$. onero $\frac{1}{6}$. ma perché per formare il denominatore del rotto, oltre l'intero della $\frac{1}{6}$ si doppia esso intero, & ne nasce detto denominatore, doppiando hora 85. inmente, che fa 170. & passando questo 170. per 6. che ne viene 28. & più (cioè 28 $\frac{1}{6}$.) ouero partèdo il semplice 85. per la metà del 6. che è 3. & ne viene l'istesso 28 $\frac{1}{6}$. sapremo, che ogni sesto importerà 28. & poco più, ma qui auanza 34. che è molto più di 28.

però il rotto non può essere $\frac{1}{6}$. Et perché $\frac{1}{6}$. poi importariano 5. volte 28. & più, che faria molto maggiore del 34. conosciamo, che il rotto non può manco essere $\frac{1}{6}$. & perciò siamo sicuri, che il dato 7259 $\frac{1}{6}$. non è num. quadrato, onde se vorremo la sua $\frac{1}{6}$ propinqua, diremo ella essere quasi 85 $\frac{1}{6}$. Et essendo dato 1570 $\frac{3}{4}$. da vedere se hā $\frac{1}{4}$ precise, & trouarla ancora se l'hauerà (che il 64. denominatore quadrato, & il terminare in 9. il prodotto, che nasce dal moltiplicare l'intero, via il denominatore 64. & giongerli il 9. numeratore, sono indizij, & segni di potere essere quadrato) noi presa la $\frac{3}{4}$ dell'intero 1570. ella è

Di 7259 $\frac{1}{6}$
quasi 85 $\frac{1}{6}$
85
34
la $\frac{1}{6}$ è quasi 85 $\frac{1}{6}$

Di 1570 $\frac{3}{4}$
la $\frac{3}{4}$ è 39 $\frac{3}{4}$
67
49

99. & auanza 49. che con il $\frac{1}{2}$. fa poi 49 $\frac{1}{2}$. hora, perche la $\frac{1}{2}$ di 64. denominatore è 8. conuerà, che il denominatore del rotto da accompagnare al 39. (se il dato numero sia quadrato) sia 8. & però il numeratore d'ouerà essere 1. ò 3. ò 5. ò 7. cioè il rotto donerà essere $\frac{1}{8}$. ò $\frac{3}{8}$. ò $\frac{5}{8}$. ò $\frac{7}{8}$. (che $\frac{1}{8}$. ne $\frac{1}{2}$. ne $\frac{1}{2}$. può essere, perche questi sono $\frac{1}{2}$. ò $\frac{1}{2}$. ò $\frac{1}{2}$.) ma questo 8. nel doppio di 39. ò la mità di 8. cioè 4. nel semplice 39. entra volte 9 $\frac{1}{2}$. però ogni ortauo importa 9 $\frac{1}{2}$. & questo in 49. auanzo entra 5. volte (che fariano $\frac{1}{2}$. atti à poter seruire) che 5. volte 9 $\frac{1}{2}$. fa 48 $\frac{1}{2}$. & auanza ancora $\frac{1}{2}$. Et accioche $\frac{1}{2}$. sia buono, conueni mò, che dall' $\frac{1}{2}$. detto, che auanza, giontoli il $\frac{1}{2}$. rotto del dato, si possa cauare precise il quadrato d'esso $\frac{1}{2}$. che è $\frac{1}{4}$. ma $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{4}$. fanno à punto $\frac{1}{2}$. però siamo sicuri il $\frac{1}{2}$. essere buono, & che il dato numero è quadrato, & la sua $\frac{1}{2}$ essere 39 $\frac{1}{2}$.

Ancora dato 32642 $\frac{1}{2}$. che ha segni di potere essere quadrato, presa la $\frac{1}{2}$ dell'intero, ella è 571. & auanza 201. hora il 17. $\frac{1}{2}$ del denominat. 289. in 571. entra volte 33 $\frac{1}{2}$. che doppiato, fa 67 $\frac{1}{2}$. & questo è quanto importa ogni 17. efimo, quale in 201. entra quasi volte 3. (che fariano 3. 17. efimi) che 3. volte 67 $\frac{1}{2}$. fa 201 $\frac{1}{2}$. ma vediamo, che al 201. auanzo gionto il rotto $\frac{1}{2}$. & ne potrà cauare il 201 $\frac{1}{2}$. cioè che il $\frac{1}{2}$. ò $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. che vi è, oltre al 201. può suppirsi dal $\frac{1}{2}$. & che di più vi auanza ancora $\frac{1}{2}$. dal quale si può precise cauare il quadrato degli 3. 17. efimi detti (che il suo quadrato è à punto $\frac{1}{2}$.) però conosciamo, che il numero dato è quadrato, & che la sua $\frac{1}{2}$ è 571 $\frac{1}{2}$.

Notifi, che per pigliare la $\frac{1}{2}$ propinqua eccedente delli numeri surieri non quadrati, alli quali manca solo vna vnità ad essere quadrati, come 3. 8. 15. 24. 35. & c. noi per intero preso quell'A, che è $\frac{1}{2}$ del prosimo inferiore minor quadrato; per formare poi il rotto ponere per numeratore 1. più dell'auanzo del quadrato del num. A, preso per $\frac{1}{2}$ fino al num. dato, di che si piglia la $\frac{1}{2}$, & per denominatore piglieremo il doppio, & a. più del num. A, (che è la $\frac{1}{2}$ presa) & esso rotto così formato accompagneremo al num. intero A, preso per $\frac{1}{2}$, che il composto sarà la $\frac{1}{2}$ propinqua eccedente del num. dato, & l'eccesso sarà vn rotto, che hauerà sempre per numeratore 1. & per denominatore il quadrato del denominatore del rotto formato; Per esempio sia dato 99. (che è 1. manco di 100. numero quadrato) da pigliarne la $\frac{1}{2}$ quadra, l'intero A, sarà 9. che è $\frac{1}{2}$ di 81. numero quadrato prosimo inferiore al dato 99. & l'auanzo di 81. quadrato di 9. al 99. è 18. al quale si giunge sempre 1. & fa 19. per numeratore del rotto, il denominat. del quale è sempre 2. più di 18. doppio del 9. intero, ò vogliamo dire è sempre 1. più del numeratore, & però sarà 20. & si formerà $\frac{19}{20}$. che accompagnato al 9. intero, fa 9 $\frac{19}{20}$. per la $\frac{1}{2}$ propinqua eccedente di 99. dato, & l'eccesso sarà $\frac{1}{20}$. che per numeratore ha sempre 1. & per denominatore il quadrato del denominatore 20. & così il quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. sarà 99 $\frac{19}{20}$. La causa di questo si conosce dal seguente discorso; Se dicessimo al solito la $\frac{1}{2}$ di 99. essere 9 $\frac{1}{2}$. (cioè 10.) il suo quadrato saria 100. cioè 1. più del 99. ma dicendo ella essere 9 $\frac{19}{20}$. quantità minore del 10. il quadrato di esso 9 $\frac{19}{20}$. sarà auco minore del quadrato di 10. Et la differenza de' quadrati di questi 10. & 9 $\frac{19}{20}$. sarà quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma d'essi due lati 10. & 9 $\frac{19}{20}$. che è 19 $\frac{19}{20}$. via la differenza de' istessi 10. & 9 $\frac{19}{20}$. che è $\frac{1}{20}$. cioè à moltiplicare 19 $\frac{19}{20}$. via $\frac{1}{20}$. il prodotto sarà la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. Ma se il 19 $\frac{19}{20}$. fusse 20. quanto è il 20. denominatore del rotto $\frac{19}{20}$. allhora à moltiplicare 20. via $\frac{1}{20}$. saria precise 1. ma 19 $\frac{19}{20}$. è manco di 20. in $\frac{1}{20}$. però il duto di $\frac{1}{20}$. in 19 $\frac{19}{20}$. sarà manco d'1. & tanto manco, quanto importa il duto d'esso $\frac{1}{20}$. nell' $\frac{1}{20}$. detto, che manca al 19 $\frac{19}{20}$. per arrivare à 20. che è quanto à dire il quadrato d' $\frac{1}{20}$. cioè $\frac{1}{400}$. che ha sempre per numeratore la vnità, & per denominatore il quadrato del 20. denominatore del $\frac{19}{20}$. Et perciò il duto di $\frac{1}{20}$. in 19 $\frac{19}{20}$. sarà 1. manco $\frac{1}{400}$. (cioè sarà $\frac{399}{400}$.) perche la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. sarà $\frac{1}{400}$. cioè $\frac{1}{400}$. manco d'1. Onde se il quadrato di 10. supera 99. dato in 1. il quadrato poi di 9 $\frac{19}{20}$. che non è interamente 1. manco del quadrato di 10. ma vi manca $\frac{1}{400}$. verà anco egli à superare il 99. ma solo in questo $\frac{1}{400}$. (che è il quadrato di $\frac{1}{20}$. quale manca al 9 $\frac{19}{20}$. per arrivare à 10.) come si volca mostrare.



REGOLA

Di ponere vna data quantita, ò numero di Fanti in ordinanza quadra di Terreno, ò d'altra sorte.

SAPPASI, che si dice li fanti in ordinanza hauere fra loro da (spalla à spalla 3. piedi, & da petto à petto, ò da schiena à schiena 7. piedi, cioè ciascun fanto in ordinanza per fronte occupare piedi 3. & per fianco piedi 7. (che da ciascuna fila alla ò lei prossima sono piedi 7.) onde hauendo fanti 21. & facendone 3. file à 7. fanti per fila, essi verriano ad occupare vn Quadro di Terreno, che faria piedi 21. per ciascu lato; per ilche di qui si manifesta, che il volere ridurre vna data quantita di fanti, poniamo 300. ad ordinanza quadra di Terreno, è il trouare dui numeri nella proportionone di 3. à 7. che multiplicati insieme facciano 300. Per trouarli, ponasi, che l'vno sia 3. Cose, & l'altro 7. Cose, che hanno la proportionone detta, il loro prodotto è 21. Censi, & doueria essere 300. però 21. Censi importa quanto 300. cioè è eguale à 300. onde si parte 300. per 21. numero delli Censi, & ne viene $14\frac{2}{3}$. cioè $14\frac{2}{3}$. & questo è il valore d'1. Censo solo, per ilche 1. cosa, che è $\frac{1}{2}$ quadra d'1. Censo valerà la $\frac{1}{2}$ quadra di $14\frac{2}{3}$. cioè $\frac{1}{2}$ $14\frac{2}{3}$. Er perche si pose l'vno de' dui numeri essere 3. Cose, & l'altro 7. Cose, multiplicaremo la $\frac{1}{2}$ $14\frac{2}{3}$. valore d'1. Cosa; per 3. & per 7. cioè per $\frac{1}{2}$ 9. & per $\frac{1}{2}$ 49. & produrranno $\frac{1}{2}$ 128 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$ 700. che sono le due quantita cercate nella proportionone di 3. à 7. quali multiplicati insieme, producono 300. ma perche deuono seruire à numero di fanti, che hà da essere rationale, & intiero, pigliaremo le propinque $\frac{1}{2}$ (carfe in intieri delli 128 $\frac{1}{2}$. & 700. che sono 11. & 26. & seruendoci di questi, si dirà, che si fariano 11. file à 26. fanti per fila, nelle quali (perche 11. via 26. fa 286.) fariano fanti 286. & perciò sino al 300. dato auanzariano 14. fanti.

Si può notare, che in questi Casi basta trouare con la Regola vno delli dui numeri cercati, cioè, ò il numero delle file, ò il numero de' fanti, che formano vna fila, perche trouato l'vno in intieri, si può poi con vn semplice partire trouare l'altro, che trouato poniamo il numero delle file, si parta con esso il numero dato de' fanti, che l'auuenimento (lasciando l'auanzo, per non entrare in rotte, & sarà esso auanzo il numero de' fanti, che auanzariano fuori dell'ordinanza) sarà il numero de' fanti di ciascuna fila; ouero trouato il numero de' fanti d'vna fila, con esso si parta il numero dato de' fanti, che l'auuenimento sarà il numero delle file.

Ma per ridurre questa operatione alla Pratica semplice de' numeri, & à Regola in questi casi si potrà dire. Per ridurre vna data quantita, ò numero di fanti in ordinanza quadra di terreno (cioè tale, che il numero de' fanti della fronte sia volte 3 $\frac{1}{2}$. tanto, quanto il numero de' fanti del fianco, ò vogliamo dire quanto il numero delle file) Multiplichisi il numero dato de' fanti per 3. & il prodotto si parta per 7. & dell'auuenimento si pigli la $\frac{1}{2}$ quadra, che ella sarà il numero delle file, con il quale partito il numero, ò quantita data de' fanti, ne verrà il numero de' fanti di ciascuna fila; Et perche quell'auuenimento, di che si hà da pigliare la $\frac{1}{2}$ quadra sarà molte volte numero non quadrato, cioè non si potrà trouare la sua $\frac{1}{2}$ precise in numero rationale, allhora pigli la più prossima minore in inieri (che i numeri rotte, ò misti non fariano à proposito, se bene fossero precisi, trattandosi di fanti, che hanno la vnità indiuisibile) che così la ordinanza per il verso delle file, cioè per la banda del fianco, sarà alquanto più corta, che la fronte, qual fronte perciò verrà à farsi tanto più lunga. Et se pigliassimo la $\frac{1}{2}$ prossima in intieri eccedente, che così hora le file verriano ad essere vna di più, essa ordinanza haueria alquanto più lungo il fianco, che la fronte.

Ouero in altro modo, Multiplichisi la data quantita, ò numero de' fanti per 7. & il prodotto si parta per 3. & dell'auuenimento si pigli la $\frac{1}{2}$ quadra, che ella sarà il numero delli fanti, che vanno per fila, con il quale partito il numero dato de' fanti, ne verrà il numero delle file; Et se nel trouare la $\frac{1}{2}$ detta in inieri si pigliarà la prossima minore, la fronte sarà alquanto meno lunga, perche vi sarà vn fanto di manco di quello, che vi faria pigliandosi la prossima maggiore; Onde per fare più ampla la fronte, si può usare il primo modo, pigliando sempre la $\frac{1}{2}$ (carfa, cioè prossima minore in intieri, che quando si volesse fare più ampio il fianco, pigliando pure la $\frac{1}{2}$ (carfa prossima minore in intieri, si adopria il secondo modo.

Er se la proportionone del fianco, & fronte si volesse variare, Onero, che le distanze supposte non fossero 3. & 7. ma poniamo 2. & 5. come se noi volessimo fare vn'ordinanza tale, che il numero de' fanti della fronte fusse due volte, & mezzo quanto il numero delle file, cioè che se le file fossero 2. il numero de' fanti di ciascuna fila fusse 5. noi ci seruiremmo delli 2. & 5. nel modo istesso, che faremmo delli 3. & 7. **Esempio.**

Si hanno

Esempio con il primo modo.

Sono dati fanti 200

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7) 600 \\ \hline \text{auuenimento } 85 \\ \text{la } g \text{ (scarfa è } 9) \text{ } 200 \\ \hline 22. \text{ \& auanza } 2 \end{array}$$

Si fariano 9. file à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2.

Con il secondo modo.
fanti 200

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3) 1400 \\ \hline \text{auuenimento } 466 \\ \text{la } g \text{ (scarfa è } 21) \text{ } 200 \\ \hline 9. \text{ \& auanza } 11 \end{array}$$

Si fariano 9. file à fanti 21. per fila, & auanzariano fanti 11. però si può dire à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2. come nell'altro modo.

Primo modo.

fantanti 1800

$$\begin{array}{r} 4 \\ 11) 7200 \\ \hline 654 \end{array}$$

la *g* (scarfa è 25) 1800

Si fariano file 25. à fanti 72. per fila.

Secondo modo. fanti 1800. via 11. fa

$$\begin{array}{r} 4) 19800 \\ \hline 4950 \\ \text{la } g \text{ (scarfa è } 70) \text{ } 1800 \\ \hline 25. \text{ \& auanza } 50 \end{array}$$

Si fariano file 25. à fanti 70. per fila, & auanzariano 50. fanti, quali compartè doli nelle 25. file, potranno andare 2. fanti di più per fila, & faranno fanti 72. però si dirà, che si faranno 25. file à fanti 72. per fila.

Altro esempio. Primo modo.

Sono dati fanti 1500

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7) 4500 \\ \hline 642 \\ \text{la } g \text{ (scarfa è } 25) \text{ } 1500 \\ \hline 60 \end{array}$$

Si fariano 25. file à fanti 60. per fila.

Secondo modo.

fantanti 1500

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3) 10500 \\ \hline 3500 \\ \text{la } g \text{ (scarfa è } 59) \text{ } 1500 \\ \hline 25 \\ \hline 25. \text{ auanza.} \end{array}$$

Si fariano 25. file à fanti 59. per fila, & auanzariano fanti 25. & perciò si può ponere vn'altro fanto per fila, & dire, che si faranno 25. file à 60. fanti per fila.

Si hanno fanti 1800. da fare vn'ordinanza tale, che la fronte sia volte 2. & quanto il fianco, cioè che essendo il fianco 4. file, allhora in ciascuna fila siano 11. fanti.

Si hanno 1600. fanti, & se ne vuol fare vna ordinanza Quadrangola tale, che fra la fronte, & il fianco, ò che il numero delle file gionto al numero de' fanti, che faranno per fila, facci 100. si domanda quante file faranno, & à quanti per fila.

Auertasi, che dicendosi, che il numero de' fanti fra la fronte, & il fianco sia 100. allhora il num. delle file con il numero de' fanti per fila verria ad essere 101. perche il fanto angolare viene à comprèderfi due volte, l'vna nel num. delle file, l'altra nel num. de' fanti, che faranno per fila, & però se le file deuanò essere 20. cioè che il numero delle file sia 20. & il numero de' fanti, che vada à ciascuna fila sia 80. allhora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sarà 99. & si douerà dire, Con 1600. fanti si vuol fare vn'ordinanza Quadrangola tale, che il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sia 99. (cioè

che il numero de' fanti del suo giro sia 196. che li 4. fanti delli 4. angoli serouano ciascuno d'essi due volte, cioè vna volta per fianco, & l'altra per fronte, onde conuiene hauermi considerazione.) Ouero, che il numero de' fanti del suo giro sia 196. si domanda

quante file se ne faranno, & à quanti per fila. Allhora al 196. gionto 4. fa 200. che la mira è 100. Ouero al 99. si giunga 1. & fa 100. & perciò di 100. couerrà fare due parti tali, che produchino 1600. & per farlo ecco il modo. Del 100. da diuidere, la sua metà A 50. si moltiplichino in se medesima, & fa 2500. dal quale si caui il 1600. che deue essere prodotto, & resta 900. di questo si pigli la *g* quadra, che è 30. quale si giunga, & caui al 50 A, & ne risultano 80. & 20. quali sono le due parti del 100. che moltiplicate insieme, producono 1600. perliche con li 1600. fanti si fariano 20. file à 80. per fila, ma

il numero de' fanti della fronte, & fianco, cioè cominciando à contare dal principio della fronte,

	100
la mità è	50
via esso	50
fi	2500
si caua	1600
resta	900

la g^c è 30. da giungere, & cauare al 50. & li risultanti 80. & 20. sono il numero delle file, & il num. de' fanti per fila, cioè 20. file à 80. per fila (à 80. file à 20. per fila.)

che i rotti accompagnati hora lo comportano, si potrà dire, che siano 82 & 19. (che 81. & 20. giungendo cioè la vnità non all' 81. ma al 20. non si può dire, perché il loro prodotto faria 1620. quale è maggiore del 1600. dato) & però si concluderà, che si faranno 19. file

	102
la mità è	51
via	51
	2601
si caua	1600
	1001
	3 1 $\frac{2}{3}$
	5 1
	8 2 $\frac{1}{3}$
	1 9 $\frac{1}{3}$

	122
la mità è	61
via	61

	3721
si caua	3400
resta	321
la g^c è	1 7 $\frac{1}{3}$ quasi.
	6 1

somma 7 8 $\frac{1}{3}$ quasi.
differ. 4 3 $\frac{2}{3}$ & più.

dirà, che se ne potranno fare 79. file à 43. fanti per fila, onde in essa ordinanza entreranno 3397. fanti, & vi auanzaranno 3. fanti.

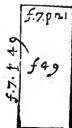
Dicendosi. Si hanno 8640. fanti, da farne due ordinanze, la fronte di ciascuna delle quali sia vn medesimo numero di fanti, ma che l'vna sia quadra di gente, & l'altra quadra di Terreno, si domanda quanti fanti hauerà ciascuna d'esse, & per fronte, & per fianco.

Perche si dice, che i fanti in ordinanza hanno fra loro di distanza per fronte piedi 3. & per fianco piedi 7. si vede, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte al numero de' fanti del fianco è come da 7. à 3. onde quando la fronte habbia 7. fanti, il fianco ne hauerà 3. che così la fronte, come il fianco sarà lunga piedi 21. Questo concluso, Ponasi, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte sia 7. cofe, & però del fianco sarà 3. cofe, & il numero de' i fanti d'essa ordinanza sarà il prodotto da 3. cofe in 7. cofe, cioè sarà 21. cofi (che à moltiplicare cofe via cofe, il prodotto è, & vogliamo dire si chiama cofi.) Ancora l'ordinanza quadra di gente douendo hauer la fronte medesima, che ha l'ordinanza quadra di Ter-

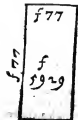
& seguendo in essa, & passando poi al fianco, seguendo fino all'a fine d'esso fianco, faria solo 99. che il fante angolare, cioè doue la fronte t'ha angolo con il fianco vien contato solo vna volta; Et se pure si volesse, che in essa ordinanza dati li 1600. fanti, il numero de' fanti fra la fronte, & fianco fusse non 99. (come verria ad essere facendosi 20. file à 80. per fila) ma 100. all'hora à quello 100. si giungerà 1. & farà 101. & perciò conuerria mò diuidere 101. in due parti tali, che il prodotto loro sia 1600. onde vñdo la regola, ò modo sopradetto, diuideremo il 101. in due parti eguali (cioè ne pigliaremo la mità) & ne viene 50 $\frac{1}{2}$ A, quale si moltiplica in se stesso, cioè 50 $\frac{1}{2}$ via 50 $\frac{1}{2}$. & fa 2550 $\frac{1}{4}$. dal quale si caua il 1600. dato, & resta 950 $\frac{1}{4}$. di questo si piglia la g^c quadra, che è quasi 30 $\frac{1}{2}$. quale si giunge, & caua al 50 $\frac{1}{2}$ A, & ne risultano quasi 81 $\frac{1}{4}$. & 19 $\frac{1}{4}$. & più, & queste sono le due parti di 101. che moltiplicate insieme, deuono fare 1600 ma fanno solo 1599 $\frac{3}{4}$. cioè non precise 1600. perche 30 $\frac{1}{2}$. non è la g^c quadra precise di 950 $\frac{1}{4}$. (ne si può trouare essendo esso 950 $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{1}{4}$ non quadrato) ma trattando di tanti, che hanno le vnità Aritmetiche indiuisibili, cōuerà lasciare i rotti, & hora se diremo i dui numeri cercati essere 81. & 19. la somma loro faria solo 100. & non 101. come bisogna, però giungendoli vna vnità all' 81.

giungendo cioè la vnità non all' 81. ma al 20. non si può dire, perché il loro prodotto faria 1620. quale è maggiore del 1600. dato) & però si concluderà, che si faranno 19. file à 82. per fila, che importaranno fanti 1558. auanzandone 42. fino al numero 1600. dato; Et se volessimo, che in essa ordinanza dati li 1600. fanti, il numero del giro fusse non 196. (come verria ad essere facendosi 20. file à 80. per fila) ne manco 198. (come verria ad essere facendosi 19 file à 82. per fila) ma che fusse 200. all'hora à questo 200. si giungerà 4. (per li 4. fanti angolari detti) & fa 204. del quale si pigliará la mità, che è 102. Et di questo 102. si farà ò due parti, che produchino il 1600. dato, onde operando al modo mostrato, esse parti faranno quasi 82 $\frac{1}{3}$ & 19 $\frac{1}{3}$. & più, ma lassando i rotti, accrescendo l'82 $\frac{1}{3}$ fino al seguente intero 83. si potrà dire, che siano 83. & 19. & che perciò si potranno fare 19. file à 83. per fila, & imporranno 1577. fanti, onde vi auanzaranno fanti 23. & il giro dell'ordinanza sarà non 204. ma 200. fanti, come si propone; & all'hora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sarà non 102. somma di 19. & 83. ne meno 100. mità del 200. giro, ma faria 101. però siasi accorto in tali domande per darli resolutione, conforme à quello, che si cerca.

Dati anco fanti 3400. da farne ordinanza quadrangolare tale, che il numero de' fanti del suo giro sia 240. Vedremo, che girando fanti 240. cioè 240. vnità discrete, le continue, ò di misura lineale verranno ad essere 244. & la mità, cioè la somma della lunghezza, & larghezza sarà 122. però cōuerà diuidere 122. in due parti, che produchino 3400. & faranno quasi 78 $\frac{1}{2}$. & 43 $\frac{1}{2}$. & più, ma in interi per causa del rispondere in numeri conuenienti alli fanti, si



$7 \times$ $7 \times$
 via $7 \times$ via $3 \times$
 fa $49 \times$ fa $21 \times$
 somma $70 \times$ eguale a fanti 8640 .
 $1 \times$ eguale a fanti $123 \frac{1}{2}$.
 $1 \times$ vale $123 \frac{1}{2}$. cioè
 $11 \frac{1}{2}$. & più, che è anco $11 \frac{1}{2}$. & più.



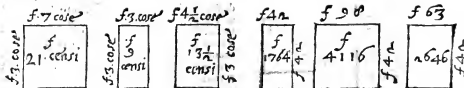
Si possono giu-
 gere a file a questa,
 che saranno fanti
 254 . & restaran-
 no fanti 16 .

fanti 5929
 fanti 2541
 fanti 8470 . in tutto.
 8640
 fanti 170 . restano.

di Terreno hauerà fanti 7 . cose per fronte, & però medesimamente fanti 7 . cose per fianco. & il numero de' fanti d'essa sarà il prodotto da 7 . cose in 7 . cose, cioè 49 . centi, quali con fanti 49 . centi dell'altra ordinanza fanno fanti 70 . centi, & questo doneria essere fanti 8640 . però è eguale a fanti 8640 . Onde partiremo 8640 . per 70 . numero della centi, & ne viene $123 \frac{1}{2}$. che è quanto vale 1 . censo, per il che 1 . cosa, che è la 1 . quadra d'1. censo, valerà la 1 . di $123 \frac{1}{2}$. che è $11 \frac{1}{2}$. & più, ma lasciando il rotto, che non si può usare, parlando di fanti, vnità indiuisibili, ponremo, che 1 . cosa vagli il solo intiero 11 . cioè, che 1 . cosa importi fanti 11 . per il che la fronte di ciascuna delle due ordinanze, che fù posta essere 7 . cose, si dirà essere 7 . volte 11 . cioè 77 . fanti, per il che ancora 77 . fanti sarà il fianco dell'ordinanza quadra di gente, cioè ella hauerà 77 . file, che a 77 . fanti per fila, contenirà 77 . via 77 . cioè 5929 . fanti, Et la ordinanza quadra di Terreno, che fù posta hauerne 3 . cose per fianco, hauerà 3 . volte 11 . (che la cosa si dice valere 11 .) cioè 33 . fanti per fianco, & vogliamo dire 33 . file, che a 77 . fanti per fila, importano 33 . via 77 . cioè 2541 . fanti, quali con li fanti 5929 . dell'altra ordinanza quadra di gente sono in tutto fanti 8470 . onde fino all' 8640 . numero de' fanti dato, restano fanti 170 . da adoprare in l'vna, & in l'altra ordinanza, & in altro modo a beneplacito.

Et dicendosi. Si vuole, hauendo 8640 . fanti, farne 3 . ordinanze, che habbino ciascuna d'esse vn medesimo numero di file, cioè tanti fanti per fianco l'vna, quanto ciascuna dell'altre due, per poterne accompagnare insieme due di loro, quali si vogliono, & tutte tre a beneplacito, & tali, che la prima ordinanza sia quadra di gente, la seconda quadra di Terreno, & la terza habbi la fronte volte $1 \frac{1}{2}$. quanto il fianco, rispetto al numero de' fanti. Si domanda quanto sarà il numero de' fanti del fianco (cioè quante file) & quanto il numero de' fanti della fronte (cioè quanti fanti per fila) hauerà ciascuna di esse tre ordinanze.

Qui per commodità cominciando alla ordinanza quadra di Terreno, nella quale facciamo, che quando hauerà 7 . fanti per fronte, ne hauerà 3 . per fianco, ponremo, che il numero de' fanti della sua fronte sia 7 . cose, & così il numero de' fanti del suo fianco sarà 3 . cose, onde la ordinanza quadra di gente, che deue hauerne l'istesso, & eguale fianco, hauerà medesimamente per fianco fanti 3 . cose, & però anco per fronte (douendo essere quadra di gente) hauerà pure fanti 3 . cose, l'altra ordinanza poi, che pure si vuole, che habbi il fianco eguale a ciascuna dell'altre due, hauerà similmente per fianco 3 . cose; & perche la fronte de' esse volte $1 \frac{1}{2}$. quanto il fianco, ella sarà di fanti $4 \frac{1}{2}$. cose (che 3 . cose fianco prese volte $1 \frac{1}{2}$. cioè 3 . cose via $1 \frac{1}{2}$. fa $4 \frac{1}{2}$. cose) Onde il numero de' fanti d'esse tre ordinanze sarà 9 . centi, 21 . centi, & $13 \frac{1}{2}$. centi, che in tutto fanno $43 \frac{1}{2}$. centi, ma noi vogliamo, che in tutto elle contenghino li fanti 8640 . però questi $43 \frac{1}{2}$. centi importeranno, & saranno eguali a 8640 . & 1 . censo solo sarà eguale, & valerà $198 \frac{1}{2}$. censo. Onde 1 . cosa, che è la 1 . quadra d'1. censo, valerà la 1 . quadra di $198 \frac{1}{2}$. cioè $14 \frac{1}{2}$. & più (che è anco $14 \frac{1}{2}$. & più) Però il fianco di ciascuna delle tre ordinanze, che fù posto 3 . cose, sarà 3 . volte $14 \frac{1}{2}$. (lasciando il rotto) cioè 42 . fanti, & le 3 . fronti, che furno poste 3 . cose, 7 . cose, $4 \frac{1}{2}$. cose, faranno 3 . via $14 \frac{1}{2}$. & $4 \frac{1}{2}$. via $14 \frac{1}{2}$. cioè 42 . fanti, 98 fanti, & 63 . fanti, & esse 3 . ordinanze conteniranno fanti 1764 . 4116 . & 2646 . che fanno in tutto fanti 8526 . & ad arriurare al numero 8640 . dato, vi auanzaranno fanti 114 . da adoprare doue più sia a proposito.



9. censi
21. censi
13 $\frac{1}{2}$. censi
43 $\frac{1}{2}$. censi eguale à fanti 8640
cioè 87. censi eguale à fanti 17280

198
85
75

54
18
29

1. censo vale 198
però 1. cosa vale la R di 198

cioè 14 $\frac{1}{2}$. & più.
che è anco 14 $\frac{1}{2}$. & più.

fanti 1764
fanti 4116
fanti 2646
fanti 8526. in tutto.
da 8640

fanti 114. restano, che piacendoci, si potrà giungere 1. fante alla fronte della prima ordinanza. & 1. fante alla fronte della terza, & 1. fante alla fronte d'vna di loro, che faranno 42. & 42. fà 84. fanti, & così restaranno solo 30. fanti.

Modo facile da ridurre vn'ordinanza quadra di gente, à quadra di Terreno.

DELL'ultima fila fatte due parti eguali, l'vna metà si aggiunga alla prima fila della fronte, & l'altra metà alla seguente seconda fila, Ancora dell'altra fila, che sarà l'ultima, le due mità si giungano l'vna alla terza fila superiore, & l'altra alla quarta, Ancora della fila, che hora sarà l'ultima, le due mità si giungano l'vna alla quinta fila superiore, & l'altra alla sesta. Et così si vada seguendo, fin che la coda dell'ordinanza habbi tanti fanti per fila, quāto hauerà la fronte, che allhora l'ordinanza di quadra di gente sarà donentrata quadra di Terreno.

Per esempio, Hauendo vn'ordinanza quadra di gente di file 30. à fanti 30. per fila, l'ultima fila diuisa per mezzo, si giungerà la metà, che è 15. fanti, alla prima fila della fronte, & gl'altri 15. fanti alla seconda fila, & allhora la fronte sarà di 45. fanti, & così seguendo, si verranno adoprando le 10. ultime file della prima ordinanza (cioè sempre la terza parte delle file, che hora sono 30.) & alle restanti 20. file si accompagneranno le 20. mità fatte dalle 10. file leuate, & allhora l'ordinanza farà ridutta à file 20. di 45. fanti per fila, che sarà quasi quadra di Terreno, perche il fianco sarà di piedi 140. & la fronte di piedi 135. Et in essa ordinanza faranno fanti 900. che moltiplicato 20. numero delle file, via 45. numero delli fanti di ciascuna fila, fà 900. numero totale d'essi fanti.

Et se l'ordinanza quadra di gente fusse di file 40. à 40. fanti per fila, si pigliaria il terzo d'essa 40 file, che si dirà essere 13. file (che non 13 $\frac{1}{2}$. che in queste quantità discrete la vnità non si diuisa) & restaranno 27. file, Et delle 13. file, le 26. mità, che faranno 20. fanti per ciascuna, si accompagneranno, & giungeranno alle 26. file della ordinanza, & così haueremo 26. file à 60. fanti per fila, ma vi resterà vna fila di più in ultimo di fanti 40. da seruirsene, come paterà al giudizio del Sergente.

Et se l'ordinanza fusse di 35. file à 35. fanti per fila, che il terzo è file 11. & ne restano 24. & vogliamo dire è 12. & ne restano 23. le 12. diuisa in 24. mità faranno fanti 17. & 18. per ciascuna mità, ma diciamo 17. che auanzaria 1. fante per fila, & così essendo 12. file, auanzaràno 12. fanti, & delle 24. mità, le 23. accompagneranno alle 23. file dette restate nell'ordinanza haueranno fanti 52. per fila, & vi restaranno ancora li 12. fanti detti, oltre la meza fila di 17. fanti, che in tutto faranno 39. fanti, Et così haueremo file 23. à fanti 52. per fila, che fanno fanti 1196. & con li 29. auanzati sono 1225. che è il numero dell'ordinanza delle 35. file à 35. fanti per fila.

Come vn'ordinanza quadra di Terreno si riduca à quadra di gente.

ET se essendo l'ordinanza quadra di Terreno, la vorremo ridurre à quadra di gente, si piglierà d'ogni fila la terza parte de' fanti, cioè separata dalla fronte in due parti, che l'vna per fronte sia doppia di fanti all'altra, allhora d'ogni due file della parte leuata facendone vna sola fila, le andremo accomodando alla coda della prima ordinanza, quale con questa agguincione di file douenterà quadra di gente. Per esempio. Hauendo vna ordinanza quadra di Terreno di file 30. à fanti 70. per fila, da ridurre à quadra di gente, noi, preso il terzo del 70. della fronte, quale, per non si potere spezzare la vaità, potremo dire essere 23. & restarà 47. fingeremo ella essere diuisa in due parti, che l'vna sia l'ordinanza di file 30. à fanti 47. per fila, la fronte della quale hà da stare così, & delle 30. file della da leuarsi à fanti 23. per fila, faremo solo 15. file à fanti 23. & 23. cioè à fanti 46. per fila, & queste file 15. poste doppo alle 30. dell'ordinanza ferma, formaranno con quelle file 45. ma perche queste 15. vittime fariano solo à fanti 46. per fila, essendo l'altre 30. à fanti 47. ò si potrà lenare 1. fante per fila da esse ritirandole alla coda, Ouero con l'ultima delle 15. file aggiunte alla coda, riempire li 14. luoghi delle antecedenti 14. à 1. fante per luogo, ò lassarli in quel modo, che sarà expediente. Et perche così hauerefimo 44. file à fanti 47. per fila, onde ella non faria del tutto quadra di gente, ma la fronte faria di più numero, che il fianco, noi da principio nel pigliare il terzo del 70. in cambio di 23. che è scarso, potrefimo, se così ci piacesse, pigliare 24. che la fronte resterà di fanti 46. per fila, & delle 30. file, che si leuauano à 24. fanti per fila, farne solo 15. à 48. fanti per fila, & accomodare alla coda dell'ordinanza ferma, che saranno poi file 30. & 15. cioè 45. & anco vi faranno fanti 2. per fila di più in ciascuna delle 15. aggiunte, cioè in tutto fanti 30. che si potranno accomodare alla coda, doue sarà expediente, & così si haueraono file 45. à fanti 46. per fila, & anco vna fila di più di fanti 30.

Et hauendo vn'ordinanza Cnea, ò Triangolare, che cominci da 1. fante, & segua à 3. 5. 7. 9. 11. 13. & così passando alli altri seguenti numeri disparti per ordine; Per sapere quanti fanti ella contenga, sommissi l'ultimo numero con 1. che è il primo, & della somma si pigli la mità, qual mità sarà, ò mostrerà sempre in simili ordinanze il numero delle file, & ella si moltiplichi in se stessa (cioè nel numero delle file)

che il prodotto sarà il numero de' fanti di tale ordinanza.

Per esempio, Essendo i fanti dell'ultima fila 23. à questo si giunga 1. fante, che è il fante, ò numero della prima fila, & fa 24. la mità del quale è 12. & questo 12. ci mostra, che qui sono 12. file, hora esso 12. si moltiplichì in se stesso, & fa 144. però 144. è il numero de' fanti d'essa ordinanza.

Et se in simili ordinanze ci fusse noto solo il numero delle file, egli si moltiplichì in se stesso, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza. Et se del doppio di detto numero delle file si cauara 1. che è l'1. fante della prima fila, il restante sarà il numero de' fanti dell'ultima fila, onde se il numero delle file fusse 18. li fanti fariano 324. Et dal doppio di 18. cioè da 36. cauato 1. il restante 35. faria il numero de' fanti dell'ultima fila.

Et se dato vn numero di fanti gli vorremo ponere in vna ordinanza tale, che cominci da 1. & vada seguendo per i numeri disparti per ordine, noi di tal numero pigliaremo la R quadra, che ella sarà il numero delle file, che se ne faranno, & dal suo doppio cauato 1. il restante sarà il numero de' fanti dell'ultima fila. Onde hauendo fanti 500. presa la sua R, che è 22. (che 22. via 22. fa 484.) & auanza 16. diremo, che se ne faranno file 22. & auanzaranno 16. fanti, & l'ultima fila sarà di fanti 43. che è 1. manco di 44. doppio di 22. numero delle file.

Et quado il numero de' fanti della prima fila non fusse 1. ma qualche numero disparto, poniamo 5. & il numero dell'ultima fila 17. Si giongeranno essi doi numeri insieme, 17. & 5. & fanno 22. la mità sempre della qual somma, cioè hora 11. si moltiplicarà per il numero delle file, che hora è 7. & fa 77. & questo è il numero de' fanti d'essa ordinanza. Et à euare il numero della prima fila dal numero dell'ultima, & alla mità del restante giungere 1. la somma è il numero delle file. Onde in questa, che ha 5. per prima fila, & 17. per ultima, cauaremo 5. da 17. & resta 12. alla mità del quale, che è 6. si gionga

K K

fi giunga 1. & fa 7. qual 7. è il numero delle file. Et sapendo il numero della file, & il numero della prima fila, ad esso numero della prima fila giungendo il doppio del numero delle file meno 1. la somma sarà il numero dell'ultima fila; Onde in questa, che il numero delle file è 7. che cauatoe 1. resta 6. il suo doppio è 12. quale giungeremo a 5. prima fila, & fa 17. & questo 17. è il numero dell'ultima fila.

Il medesimo auuene quando il numero della prima fila fusse paro, & che il numero della seconda fusse 2. più del numero della prima, & così il numero della terza, & delle seguenti eccedesse il numero della 1. lei antecedente in 2. che per esempio essendo il numero della prima fila 6. & il numero dell'ultima 28. cauando il 6. dal 28. che resta 22. alla sua metà 11. giungendo 1. la somma 12. sarà il numero delle file; Ouero sapendo, che la prima fila è 6. & che le file sono 12. da questo 12. cauaremo 1. & resta 11. al doppio del quale, che è 22. giungeremo il 6. della prima fila, & fa 28. per il numero dell'ultima. Et quanto al numero de' fanti dell'ordinanza, per trovarli mediat'e il numero della prima, & dell'ultima fila, & del numero delle file (*de' quali tre numeri biamdone noti dui, si può da se trouar l'altro*) noi pure giungeremo il numero della prima fi a con il numero dell'ultima, & la metà della somma moltiplicheremo con il numero delle file, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza, Onde essendo la prima fila 6. & l'ultima 28 la somma è 34. la metà del quale è 17. da moltiplicare via 12. numero delle file (*d' uoto, d' trouato con l'arte detta*) & fa 204. che è il numero de' fanti dell'ordinanza.

Ancora essendo proposto vn numero di fanti da ponere in vna ordinanza simile. che cominci da vn numero H, dato, & vada progredendo sempre con la agglunione di 2. di fila in fila, & si domandi quante file se ne faranno, & quanti fanti sarà l'ultima fila; Noi per regola, dal numero de' fanti della prima fila cauaremo sempre 1. & il quadrato della metà A, del restate giungeremo al numero de' fanti proposto, & dalla g della somma cauaremo detta metà A, che il restante sarà il numero F, delle file dell'ordinanza. Da questo numero F, delle file si caui sempre 1. & al doppio del restante si giunga il numero della prima fila, & la metà della somma moltiplicata con il numero delle file, il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza. Questo cauato poi dal numero proposto, si vedrà quanto fia il numero de' fanti, che restano fuori dell'ordinanza. Per esempio proposto 1000. fanti da ponere in ordinanza, che cominci nella prima fila da 10. fanti, & segua a 12. 14. 16. &c. ordinatamente, per la agglunione di 2. di fila in fila, noi dal 10. numero della prima fila cauaremo 1. & resta 9. la metà del quale è 4½. il suo quadrato 20½. si giunge al 1000. proposto, & fa 1020½, del che si piglia la g non eccedente; & si può dire essere 31½. & alquanto più; da questo si caua l'A 4½. & resta 27½. & più, ma a noi serue il solo inriero 27. & questo è l'F, che mostra il numero delle file douer'essere 27. Da questo 27. cauando per regola 1. resta 26. al doppio del quale, cioè a 52. si giunge il 10. numero della prima fila, & fa 62. che è il numero de' fanti dell'ultima fila, questi dui numeri 10. & 62. della prima, & vltima giunti insieme, fanno 72. che la sua metà 36. moltiplicata con 27. numero delle file, fa 972. quale è il numero de' fanti dell'ordinanza, che cauato dal 1000. proposto, resta 28. però 28. fanti restano fuori d'essa.

Et se li 1000. fanti si volessero ponere in ordinanza simile, ma che la prima fila fusse di 15. fanti, la seconda di 17. poi 19. &c. noi pure dal 15. cauaremo 1. che resta 14. & la sua metà 7 A, moltiplicaremo in se medesima, che fa 49. quale giungeremo al 1000. & della somma 1049. piglieremo la g non eccedente, che è circa a 32½. dal quale cauaremo il 7 A, & resta 25½. ma a noi basta l'intero 25. che è il numero delle file da farsi, dal quale cauaremo 1. & resta 24. al suo doppio 48. si giunge il 15. numero della prima fila, & fa 63. che è il numero dell'ultima fila, questo sommato con il 15. della prima, fa 78. la sua metà 39. moltiplicata via 25. numero delle file, fa 975. quale è il numero de' fanti, che entrano nell'ordinanza, però fino al 1000. proposto vi auanzano 25. fanti.

Hauendo anco alcuna ordinanza composta da dui Triangoli, o Cunei alla similitudine della posta in margine, & che si vogli sapere quanti fanti ella contenga, Noi dal numero delle file d'vno de' suoi dui Triangoli lo sapremo, ouero dal numero de' fanti della sua maggior fila; Auuertendo, che la maggior fila si può dire essere commune ad ambedui i Triangoli, & però non conuiene metterla in conto se non vna volta, cioè fingere, o immaginarci, che serua ad vn solo qual si vogli de' dui Triangoli, poniamo al primo, che così il secondo ha-



do hauea vna fila di mauco di quello; che hà il primo; onde se il primo habbi 7. file, il secondo ne hauea solo 6. & però il primo Triangolo contenirà 49. fanti, che è il quadrato di 7. numero delle sue file, & il secondo Triangolo contenirà 36. fanti, che è il quadrato di 6. numero delle sue file; Et petche 49. & 36. fa 85. ella contenirà 85. fanti. Et se guardassimo essa ordinanza per fianco, vedressimo ella apparire composta di dui Quadrangoli, ò Quadri di gente inferti l'intiore d'vna fila mauco, cioè hora di 6. file à 6. fanti per fila; nell'estiore di 7. file à 7. fanti per fila, & però 7. via 7. cioè 49. faria il numero de' fanti del maggior quadrato; & 6. via 6. che fa 36. faria il numero de' fanti del minor quadrato, & però in somma essi dui quadrati, & però l'ordinanza totale contenirìa fanti 85.

Ma in esse ordinanze di doppio Cuneo, sapendo il numero de' fanti della maggior fila, che è sempre numero disparo, diuidendolo in due parti tali, che l'vna sia $\frac{1}{2}$. mauco della sua mità, & l'altra sia il restante, cioè $\frac{1}{2}$. di più della sua mità, ò vogliamo dire in due parti, che l'vna sia vna vnità, cioè 1. maggiore dell'altra, la maggiore sarà il numero delle file del maggior Triangolo, & la minore sarà il numero delle file del minor Triangolo, de' quali dui numeri, ò parti, moltiplicato ciaschuno io se medesimo, & i dui prodotti giunti insieme, la somma sarà il numero de' fanti della totale ordinanza; Onde se in vna ordinanza tale il numero de' fanti della maggior fila fusse 31. questo diuiso in 16. & 15. differenti fra loro in vna vnità, il 16. maggiore mostraria nel maggior Triangolo essere 16. file, & però 16. via 16. fa 256. fanti, Et nel minore 15. file, che perciò 15. via 15. fa 225. fanti; perche essendo nel maggior Triangolo 256. fanti, & nel minore 225. vi faranno nella ordinanza totale fanti 481.

Et essendo proposto vn numero di fanti da ridurre in ordinanza simile; di doppio Cuneo, Noi dal doppio del numero proposto de' fanti cauaremo 1. & del restante piglieremo la $\frac{1}{2}$ non eccedente, che il numero intero disparo più à lei vicino non eccedente sarà il numero de' fanti della maggior fila, & anco il numero delle file, qual numero disparo diuiso in dui numeri differenti fra loro nella vnità, che vno d'essi sarà paro, & l'altro disparo, il maggiore di loro sarà il numero delle file del maggior Triangolo, & il minore sarà il numero delle file del minor Triangolo, i quadrati de' quali dui numeri mostreranno il numero de' fanti, che sono separati & te nelli dui Triangoli, perche giunti insieme, la somma sarà il numero de' fanti della totale ordinanza, & cauato dal numero proposto, quello, che resterà sarà il numero de' fanti, che rimanghino fuori d'essa. Per esempio. Proposto 900. fanti, da ridurre in ordinanza tale di doppio Cuneo, Noi dal suo doppio 1800. cauaremo 1. & resta 1799. la $\frac{1}{2}$ non eccedente del quale è circa à 42 $\frac{1}{2}$. di questo il numero intero disparo prossimo minore è 41. però 41. sarà il numero delle file, & il numero de' fanti della maggior fila, quale diuiso in 20. & 21. fra loro differenti in vna vnità, il 21. maggiore è il numero delle file del maggior Triangolo, & il suo quadrato 441. è il numero de' fanti, che entrano in esso maggior Triangolo, Et il 20. minore è il numero delle file del minor Triangolo, & il suo quadrato 400. è il numero de' fanti, che entrano in esso minor Triangolo, quali con li 441. fanno fanti 841. che sono nella totale ordinanza, onde fino al 900. proposto vi rimangono 59. fanti fuori d'essa ordinanza.

Come hauendo due, ò più ordinanze simili, & volendo formarne vna, che le sia pur simile, & le contenga tutte, si possa facilmente conoscere quanto sarà la fronte, & fianco d'essa.

STANO le tre ordinanze A, B, C, simili, che la fronte di ciascuna, rispetto al numero de' fanti, sia poniamo volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto il fianco, essendo la fronte della prima A, fanti 50. & il fianco 30. Et della B, la fronte 65. & il fianco 39. Et della C, la fronte 40. & il fianco 24. Per sapere quanto sarà la fronte, & il fianco d'vn'ordinanza, che le contenga tutte, & sia simile ad esse, cioè tale, che similmente circa al numero de' fanti la fronte sia volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto il fianco, Noi moltiplicheremo in se stesso ciascuno delli tre numeri delle tre fronti, cioè 50. 65. & 40. & i prodotti 2500. 4225. & 1600. sommaremo insieme, & della somma loro 8325. piglieremo la $\frac{1}{2}$ quadra, & non hauendo precise, piglieremo la propinqua intera non eccedente, che hora è 91. & questo sarà il numero de' fanti della fronte della ordinanza grande da farsi; Ancora moltiplicheremo in se stesso ciascuno delli tre numeri delli tre fianchi, cioè 30. 39. & 24. & i prodotti 900. 1521. & 576. sommaremo insieme, & della somma loro 2997. piglieremo la $\frac{1}{2}$ quadra, & non

& non nauando precise, pigliaremo la propinqua intiera non eccedete, che hora è 54. & questo 54. sarà il numero de' fanti del fianco della detta ordinanza grande da farsi. Questa nondimeno non sarà precise simile alle tre dette, perche essendo il fianco 54. il terzo del quale è 18. & li dui terzi 36. questo 36. gionto al 54. fa 90. & però 90. douerá essere la fronte; & noi l'habbiamo poſta 91. il che auuiene; perche delli dui numeri 8325. & 2997. non ſi è potuto trouare la 9. precise (*che effi non ſono numeri quadrati*) che perciò anco ne ſegue, che queſta ordinanza di 91. per fronte, & 54. per fianco non contenirá á punto tutti i fanti delle tre date, ma vi auanzará qualche numero de' fanti, quale uauanzo ſi potrà trouare coſi; Li dui numeri 8325. & 2997. de' quali ſi ſono preſe le 9. propinque, ſi moltiplicheranno inſieme, & del prodotto 24950035. ſi pigli la 9. & 4995. precise, quale 4995. è ſempre il numero de' fanti, contenuto in tutto nelle tre ordinanze date, & perciò hora il 24950035. & anco ſempre il prodotto di P, in R, ſarà di neceſſaria numero quadrate. Da queſto mò cauaremo 4914. numero de' fanti della ordinanza grande formata (*che ſi troua moltiplicando 91. fronte per 54. fianco*) & reſta 81. quale è il numero de' fanti, che oltre all'ordinanza di 91. fronte; & 54. fianco vi auanzaranno.

Et quando di quante ordinanze ſimili, ò ſiti d'alloggiamenti, ò altro di forma ſimile, dato, non il numero de' fanti della fronte, & fianco, ma il numero de' piedi del Terreno, che occu- paſſero per lato, ſi voſſeſſe formandone vna ſola ordinanza ſimile, & di grandezza eguale á tutte le date, ſapere quanti piedi farebbe la fronte, & il fianco della grande da farſi, pure queſto ſi eſeguirebbe nel modo medeſimo ſopradetto, adoprando i numeri dati de' piedi delle fronti, & fianchi loro in vece del numero de' fanti delle fronti, & fianchi, che ne reſultarebbono i numeri de' piedi delle fronte, & fianco della ordinanza grande da farſi.

Et ſe da vna poſta ordinanza douendone leuare vna, ò più ordinanze ſimili, & il reſtante ridurre in ordinanza pure á queſte ſimili, Come per eſempio, Poſta vna ordinanza di 150. per fronte, & 60. per fianco, douendone leuare due ſimili, l'vna di 70. per fronte, & 28. per fianco, Et l'altra di 85. per fronte, & 34. per fianco, & del reſtante formate vn'ordinanza ſimile ad eſſe tutte, ſi vorrá ſapere quanto ſarà la ſua fronte, & il ſuo fianco, prima, per trouare la fronte, ſommaremo inſieme i quadrati delle due fronti 70. & 85. delle due da leuarſi, cioè 4900. & 7225. & la ſomma 12125. cauaremo dal quadrato di 150. fronte di lla totale ordinanza, qual quadrato è 225000. & del reſtante 10375. pigliaremo la 9. quadra, ò propinqua in intieri non eccedente, che ella è 101. & quello 101. ſarà la fronte dell'ordinanza da farſi ſimile alla grande con quello, che reſta doppo l'hauerle leuate le due dette; Ancora per trouare il fianco ſommaremo inſieme i quadrati de' dui fianchi 28. & 34. che ſono 784. & 1156. & la ſomma 1940. cauaremo da 3600. quadrato di 60. fianco della ordinanza grande, & reſta 1660. del quale pigliaremo la 9. quadra, ò propinqua numero inriero non eccedente, che vedremo ella eſſere 40. & queſto 40. ſarà il fianco della ordinanza da farſi, quale non ſarà precise ſimile all'altra (*poiche eſſendo il fianco 40. la fronte doueria eſſere 100.*) perche i numeri 10375. & 1660. non hanno hauuto 9. quadra precise, & perciò vi auanzaranno ancora alcuni fanti, quale auanzo ſi potrà trouare al molo ordinario cauando la ſomma del numero de' fanti di queſte tre ordinanze, che ſono 1980. 2890. & 4040. & fanno 8890. dal numero de' fanti della rotale, che è 900. & reſta 110.

Et poſto vn numero di fanti, poniamo 1380. da ridurre in ordinanza, che quanto al ſito la fronte haueſſe vna data proportione al fianco, come ſe doueſſe la fronte eſſere $\frac{4}{5}$. di più di quello, che ſia il fianco, cioè che ſe il fianco fuſſe piedi 84. la fronte ſia 21. di più, cioè ſia piedi 105. ò vogliamo dire in numeri piccoli, che quando il fianco ſi poná 4. la fronte ſia 5. noi prima vedremo quanto è il ſito, che d'uono occupare li fanti 1380. poſti, moltiplicandoli per 21. (*che piedi 3. per fronte, & 7. per fianco, & però 3. via 7. cioè piedi 21. quadri di ſito ſi pone occupare ciaſcun fanto*) & ſi pigli 28980. quadri di ſito. Queſto hora moltiplicheremo con vno delli dui numeri 4. & 5. della proportion data, poniamo con il 4. minore, che ſerue al fianco, & fa 115920. quale partiremo per 5. che è l'altro numero maggiore delli dui dati, & ne viene 23184. del quale pigliaremo la 9. propinqua non eccedete in numero inriero, che è 152. & queſto ſarà corriſpondente al 4. numero adoprato á moltiplicare, & però ſarà il numero de' piedi del lato minore, cioè il fianco dell'ordinanza, al quale aggiunto la ſua quarta parte, che è 38. fa 190. che è il numero de' piedi del lato maggiore, che è la fronte, onde partito il 152. del fianco per 7. ne viene 21. laſſando il rotto, che non ſi può adoprare, & partito il 190. della fronte per 3. ne viene 63. laſſando il rotto, per ilche diremo, che la noſtra ordinanza haueá ſile 21. á fanti 63. per ſita, però contenirá fanti 1323. onde ne auanzaranno 57. & per fianco ſarà piedi 147. & per fronte piedi 189.

Et volendo d'vn poſto numero di fanti, poniamo delli 1380. formate vna ordinanza quadra

quadra di Terreno, si potrà nel medesimo modo veder prima quanto sito ella occuparà, moltiplicando il 1380. per 21. numero de' piedi, che occupa ciascuo fante, & si piedi 18980. che è la grandezza del sito quadro, di che pigliaremo la 8. propinqua, che è circa a 570. $\frac{1}{2}$. & sono li piedi della lunghezza di ciascuo lato, onde partito per 7. & per 7. lasciando i terzi, ne viene 56. per la fronte, & 24. per il fianco, quali mostrano, che si faranno 24. file a 56. fanti per fila, & però vi faranno fanti 1344. onde vi auanzaranno fanti 36.

Ancora se proposto vn sito quadrato, poniamo di 9. pertiche, ò altre misure per lato, che sarà grande pertiche, ò misure quadre 81. si vogli formare vn sito quadrangolo rettangolo, che sia eguale ad esso quadrato (cioè sia 81.) & giri quanto si vogli, pur che esso giro sia maggiore del giro del quadrato (perchè delle figure quadrangole rettangole, ò equiangole di lati equidistanti di egual giro, la equilatera è la maggiore, & perciò connessamento delle eguali di grandezza la equilatera è di minor giro) & sia, che giri 60. noi veduto, che la somma della lunghezza, & larghezza è 30. cioè sempre la metà del giro, & sapendo, che la grandezza si troua moltiplicando la lunghezza, via la larghezza, conosciueremo, che conuiene diuidere 30. in due parti tali, che il prodotto sia 81. nelle 2. numeri si fa così: Dal quadrato di 15. metà di 30. qual quadrato è 225. si tocca la grandezza data 81. & del restante 144. presa la 9. che è 12. ella si giunge, & caua al 15. detto, & ne risultano 27. & 3. & quelle sono le due parti del 30. che moltiplicate insieme fanno 81. pertiche si dira, che il quadrangolo rettangolo, che deuè hauere di giro 60. essendo 81. di grandezza, sarà lungo 27. & largo 3.

In linee sia il quadrato proposto A, che per lato habbi la retta I r. Et del quadrangolo rettangolo da farsi sia il giro G I, & la sua metà solo posta in margine sia la D I. Questa D I, si diuidi per mezzo in C, & sopra l'vna metà, & sia C I, come sopra a diametro, ò presa per diametro si formi il mezo Cerchio C r I, & in esso dall'estremo I, del diametro si accomodi la retta I r, eguale al lato I r, del proposto quadrato A, & dal punto r, doue ella tocca la circonferenza, si tirì all'altro estremo C, del diametro la retta r C, che anco senza tirare le rettel I r, & r C, basta segnare il punto r, & poi a questa c r, si facci eguale la c t, ò partendosi dal c, verso il D, ò verso I, come ci piace, che segnato il punto r, egli diuiderà la totale D I, nelle due parti D r, & r I, che faranno l'vna la lunghezza, & l'altra la larghezza del Quadrangolo da farsi eguale al quadrato A, proposto. La Dimostrazione è facile, che la retta I r, è media proportionale fra D r, & r I, & la operatione Geometrica è simile alla Aritmetica, ò numerale.

Ancora con facilità praticamente si potranno trouare le due parti della D I, così: Sopra a tutta la D I, presa per diametro si formi il mezo cerchio D R I, & con vna squadra posto vno



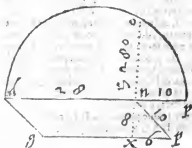
d'esse D i, i I, è eguale al quadrato della media i R, cioè al quadrato A.

L'istesso modo seruira, quando proposto vn Rombo, si volesse formare vn Romboide di lati equidistanti equiangolo, & eguale al Rombo, ma di vn dato maggior giro.

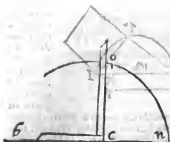
delli dui
suoi braz
zi sul dia
met. D I,
egli si cò
duca sù
per esso
diametro
finche ha
uendo se
gnato sù

l'altro braccio, cominciando dal punto angolare il punto R, tirato dall'angolo quanto è la lunghezza del lato I r, del quadrato; questo punto R, peruega alla circonferenza, & allhora segnato il punto I, sul diametro doue si fermi l'angolo della squadra, esso punto i, determinerà le due parti D i, & i I, che sono i dui lati contenuti nell'angolo retto del quadrangolo da farsi eguale al quadrato A. Il che è chiaro, poiche la R i, è media proportionale fra le due D i, & i I, & perciò il rettangolo

Et proposto vn fto quadrangolo di lati equidistanti d n p g, volendone formare vn'altro d questo eguale, & equiangolo, ma di vn giro dato, la metà del quale sia b n, ma tale, che il suo doppio, cioè il giro dato totale non sia minore del giro del Quadrangolo equilatero, che fusse eguale di superficie, & equiangolo al proposto. Noi trouaremo la media proportionale fra i dui lati, che contengono vno delli angoli del proposto, & sia la retta n o, & si arona facendo vn mezo cerchio su la retta d p, continete li dui lati angolari d n, n p, del quadrangolo, & dal punto n, angolare si tira al diametro d p, la perpendicolare, & linea retta d squadra n o, sino alla circonferenza, che essa n o, è la media cercata fra le due d n, n p; & non minore del doppio di questa n o, ma eguale, cioè, è maggiore, conuenie, che sia il semigirol del quadrangolo da farsi eguale, & equiangolo al dato, acciò il giro sia possibile. Et quando esso semigirol dato fusse d punto eguale al doppio di questa media n o, allhora il quadrangolo da farsi seria equilatero, & ciascnno de' suoi 4. lati sarebbe eguale ad essa n o, poi sopra alla metà e n, della retta b n, semigirol dato formaremo vn mezo cerchio, & in esso dall'estremo n, accommo dateremo la trouara media n o, & dal punto o, doue ella perniene alla circonferenza, al punto r, altro estremo del diametro r n, tiraremo, & immagineremo la retta o r, & ad essa eguale, principando da detto punto r, segaremo dal diametro r n, la parte r c, segnando, cioè al punto c, che allhora il semigirol b n, sarà diuiso nelle due parti b c, c n, quali saranno i dui lati, che deuono formare vno de' gl'angoli del quadrangolo da farsi equiangolo al proposto, per il che accommo dateremo il lato c n, talmente, che con il c b, facciangolo eguale al d n p, del proposto, & con li dui n r, b t, eguali, & però anco equidistanti all i dui detti c b, & n c, chiuso il quadrangolo b n c t, che sarà equiangolo al proposto, & hauerà il giro dato, egli sarà eguale di grandezza al proposto.



Questo si può dimostrare mediante la 14. proposizione del 5. libro delli element di Euclide, come anco si conosce nella operatione ouerale.



Ancora trouata la media n o, si potrà trouare il punto c, nel semigirol b n, praticamente, che sopra ad esso semigirol b n, formato vn mezo cerchio, & in vn braccio d'vna squadra segnato il punto o, tanto distante dall'angolo retto della squadra, quanto è la lunghezza della media n o, si andrà poi con l'altro braccio sul diametro b c, fin tanto, che il punto o, segnato nell'altro braccio, peruenga precise alla circonferenza, & allhora doue sarà l'angolo della squadra, sul diametro segnato il punto c, egli sarà il punto cercato della diuisione del semigirol b n, perche la c o, sarà media proportionale fra esse due parti b c, c n.

n p, 10. da o x, 8. però c n, 14. darà c u, 11 $\frac{1}{2}$. che via t o, 20. si ha la grandezza del quadrangolo b c n t, come è anco la grandezza del d n p, duto di 20. vno.

*Modo di trouare la Radice Cuba d'un proposto numero, mediante
il seguente esempio.*

VOI DEVO trouare la radice cuba poniamo di 45678903. bisogna prima puntare esso numero così. Cominciando da man destra faciasi vn punto sopra, ò sotto al 3. prima figura, & lassate le due seguenti, si facci vn'altro punto sotto all'8. & di nuovo lassate pure sempre le due seguenti figure, si facci vn'altro punto sotto al 5. & così con quest'ordine si seguirà di andat puntando, quando vi fussero più figure.

Hora nel numero proposto hauereмо tre punti, il che ci fa conoscere, che la $\sqrt[3]{}$ cuba d'esso numero sarà vn numero còposto da tre figure; Et per trouarle, cominceremo da man sinistra à trouare la prima in questo modo. Veggasi fin doue arriva il primo punto, cioè quanto è il numero, che è dal principio sinist'ro del 45678903. fino al primo punto, comprendendoui la figura, che hauerà sotto il punto, & vediamo essere 45. Veggasi hora quale è quel numero *(inspicendo sempre da gl'insieri)* il cubato del quale sia esso 45. ò manco minore del 45. che si può, & vediamo, che è 3. Questo 3. è la prima figura sinistra del numero cercato, che ha da essere radice cuba del proposto, qual 3. si pone sotto al 5. puntato, tirandoui sotto vna linea, come si vede in margine; poi si equi il cubato di questo 3. che è 27. dal 45. detto, & resta 18. al qual restante si accompagnino da man destra le due figure, che seguiranno nel 45678903. doppo al 45. che sono 67. & farà 1867. Hora cerchiamo la seconda figura della $\sqrt[3]{}$ cuba, che si hauerà da ponere sotto all'8. puntato, così. Triplichi si sempre la $\sqrt[3]{}$ sin' hora trouata, che è il 3. detto, sopra alla riga, & fa 9. qual prodotto 9. chiamaremo per commodità A, & questo A, sempre si moltiplichi per la medesima $\sqrt[3]{}$ sin' hora trouata, che hora è l'istesso 3. detto sopra alla riga, & fa 27. al qual 27. prodotto si accompagni sempre vn o. da man destra, & fa 270. qual 270. chiamaremo numero B. Conuenimò. trouare vn numero, il maggiore, che si può *(quale chiamaremo C; & è quella figura della nostra $\sqrt[3]{}$ cuba, che cerchiamo, quale si deue ponere sotto all'8. puntato)* tale, che moltiplicato per il numero A, cioè hora per 9. & al prodotto giunto il numero B, cioè hora 270. & la somma moltiplicata per esso numero C, che trouaremo prodotti numero tale, che si possa cauare dal 1867. & che resti tanto, che di esso restante accompagnatoli prima da man destra l'8. puntato, se ne possa ancora cauare il cubato di detto numero C, che trouaremo; & per trouarlo; veggasi quante volte entra il numero B, cioè il 270. nel 1867. al più, che si vede, che vi entra 6. volte, il che si fa conoscere, che il numero C, da trouare non può essere più di 6. ma farà 6. ò numero minore di 6. *(ma più facilmente, & quasi sempre sarà minore di 6. cioè del numero delle volte, che il 270. ò altro entri nel 1867. ò altro)* che per chiarirci se habbi da essere il 6. egli si moltiplicarà per il numero A, che è 9. & fa 54. & a questo 54. giunto il numero B 270. fa 324. & questo moltiplicato per esso C, fa 1944. quale non si può cauare dal 1867. però il 6. è numero troppo grande, onde prouaremo il 5. antecedente minore al 6. cioè poneremo, che il numero C, qual cerchiamo sia 5. per il che moltiplicandolo per l'A 9. fa 45. al quale si giunga il B 270. & fa 315. questo si moltiplichi per esso C, fa 1575. numero, che si può cauare dal 1867. & resta 292. a questo 292. si accompagna l'8. puntato, & fa 2928. dal quale si può ancora cauare il cubato di detto C 5. qual cubato è solo 125. Questo 5. dunque sarà il numero C, che bisogna trouare, & si deue ponere sotto all'8. puntato, & fatta con esso la operatione, che si deue, cioè moltiplicato esso C 5. per A 9. & al prodotto 45. giunto il B 270. che fa 315. & questo moltiplicato per esso C 5. che fa 1575. & questo cauato dal 1867. che resta 292. al quale accompagnato da man destra l'8. puntato, che fa 2928. di questo 2928. poi si caua il cubato del 5. trouato, che è 125. & resta 2803. hora à questo restante si accompagnino da man destra le due figure del 45678903. che seguiranno l'8. puntato, cioè 90. & fa 280390. & si cetchi quale sia la seguente terza figura della nostra $\sqrt[3]{}$ cuba, che si hauerà da ponere sotto al 2. puntato, nel modo istesso, che si è tenuto nel trouare il 5. Cioè si triplichi il 35. numero della radice sin' hora trouato, & fa 105. per il numero A, quale si moltiplichi per il medesimo 35. numero della $\sqrt[3]{}$ sin' hora trouato, & fa 1675. al quale si accompagni da man destra vn o. & fa 16750. che è il numero B. Questo hora si vegga quante volte al più entra nel 280390. & vedremo, che v'entra 7. volte, però il numero C, che cerchiamo non potrà essere più di 7. ma sarà 7. ò numero minore di 7. hor trouisi le susse 7. che questo 7. C, moltiplicandolo per A 105. fa 735. al quale giunto B 16750. fa 37485. & questo moltiplicato per esso C 7. fa 262395. numero, che si può cauare dal 280390. & si vede, che resta anco vn numero grande, di modo, che da esso restante accompagnatoli da man destra il 2. puntato, se ne potrà cauare il cubato d'esso 7. C, per il che diremo esso 7. essere il numero C, che cerchiamo, & però con esso 7. fatta la operatione sopra detta, & trouato il 262395. lo ca-
remo

se trouata 74
suo triplo 222 A

1510354
1496502

164280 B

138528

Sia C 9

729

via A 222

13779905312

1998

13465462080

giunto B 164280

3144432326

somma 166278

512

via C 9

auza 3144432326

prodotto 1496502 buono

74908

74909

674172

524526

3670492

5611283372

3

15833850116

1

15833850117

den. del rotto ecced.

den. del rotto scarfo.

il solo tri-

che è numerat. d'vn rotto,

il denominat. del quale sia la dif-

ferenza, che è dal cubato di 74-

908. trouato a 74909. num. in-

tiero subito seguente, qual dif-

ferenza è sempre quanto il tri-

plo del prodotto d'essi dui num-

eri interi p'simi, & 1. di più,

ma essa differenza forma il rotto,

che è scar-

fo, ma i. m-

co d'essa dif-

ferenza, cioè

il solo tri-

che è ecced.

se trouata 749

suo triplo 2247

15729

110103

B 16830030

Il C, sarà o.

se trouata 7490

suo triplo 22470 A

1683003000 B

Sia C 8. via 22470 A

prodotto 179760

giotoli B 1683003000

somma 1683182760

via C 8

produce 13465462080 buono.

plo del prodotto d'essi dui num. interi p'simi forma il rotto, che è ecced.

Proua Aritmetica, cioè non
spezzando la unità.

74908

74908

599264

524356

3670492

5611208464

5611208464

74908

44889667712

39278459248

274949214736

420324303621312. cubato dell'intero

3144432326. auanzo.

420327548053126. numero proposto.

SI può anco nel pigliare la $\Re$ cuba d'vn numero dato, poniamo del 430327548053126. operare così. Veduto la $\Re$ del 430. sinistro essere 7. da mettere sotto al 0. puntato, & che auanza 77. da ponere sotto alla riga, ad esso accompagnaremo le tre seguenti figure 327. comprese fino all'inclusione del secondo punto, & haueremo 77327. dal quale intenderemo il 7. puntato essere da se separato dall'altre figure, perche il 7732. s'adopra da se nel modo seguente, & è, che il 7. figura nella $\Re$ già trouata si tripla, & fa 27 A, quale si moltiplica per il medesimo 7. trouato, & fa 147. (che è quanto a dire, & resulta quanto a moltiplicare il 7. via il medesimo 7. & il prodotto 49. moltiplicare per 3. cioè esso 147. viene ad essere il triplo del quadrato del 7. trouato) a questo 147. si accompagna vn zero destro, & fa 1470. quale è il B, da vedere quante volte entra nel 7732. sopradetto, per trouare il C, che entrandoui 4. volte largamente, si ponerà questo 4. essere il C, & per chiarirci se è buono (cioè che non sia troppo) & adoprarlo nella operatione, moltiplicaremo esso C 4. per l'A 27. & fa 84. al quale giungeremo B 1470. & fa 1554. da moltiplicare con il C 4. & produce 6216. a questo mò, inteso come decine rispetto al 7. puntato del 77327. giungeremo il cubo dell'istesso C 4. cioè 64. quale 64. con la sua figura destra 4. deue peruenire ad occupare il 7. puntato, & però esso 4. destro si deue ponere, vna figura, & vn luogo più quati da man destra nel scriuerlo (d'imaginarlo quando lo volessimo giungere a mente) sotto al 6216. col quale esso 64. si giunge, cioè di modo, che il 6. seconda figura del 64. sia sotto al 6. prima figura destra del 6216. & così giottoli insieme, faranno in somma 62224. quale si ha da causare dal totale 77327. & quando la sottrattione non si potesse fare, cioè che la somma detta 62224. fusse maggiore del 77327. ciò faria segno il C, adoprato essere troppo grande, & perciò bisognaria supponere egli essere vna unità manco, di più d'vna, fin tanto, che adoprandolo nel modo detto, la somma virima; nella quale sia compreso il cubo del C; adoprato, si potesse cauare dal 77327. d'altro num. simile, che si hauesse in suo luogo; onde hora si vede il C 4. essere buono,

MM

perche

Trouuila $\times$ cuba di
420327548053126

7 4 9 0 8

77327

62224

15103548

14965749

137799053126

134654621312

314431814

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

7. $\times$ trouata.
21. luo triplo A.
via 7. $\times$ trouata.

1470. B. in 7732.
entra volte 4. largamente, che sarà C.

4. C.
via 21. A.

84.
1490. B.

1554
via C 4

6216
cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

via C 4

6216

cubo di C 64

1490 B.

1554

perche 62123. somma detta, si può cauare dal
77327. faren o dunque la sottrattione, & resta
15103548. di questo accompagnaremo le tre seguen-
ti figure, cioè 548. compresau l'8. puntato,
quale nondimeno si considera prima separato
dal composto 15103548. (perche il 15103548. si
adopra da se per vedere quante volte il B, da formar si
v'entra, accio si conosca quanto al più possa essere il
C.) & seguedo a cercare la figura, o C, che va-
da posta sotto l'8. puntato, preso il 74. sin' hora
trouato, lo triplaremo, & fa 222 A, & questo
multiplicaremo per il medesimo 74. & fa 16428.
Ouero (senza tener conto hora dell' A, & re-
sultarà l'istesso) quadraremo, cioè multipli-
caremo in se medesimo il 74. sin' hora trouato, &
fa 5476. quale triplaremo, & fa 16428. di que-
sto accompagnaremo vn zero da man' destra,
& haueremo 164280. che sarà il B, cioè il B, è
quello, che nasce ad accompagnare vn zero de-
stro al triplo del quadrato della radice troua-
ta, qual B, si confideri quante volte egli entri
in 15103548. & si vede, che v'entra 9. volte, lar-
gamente, per il che poneremo il C, figura della
B, che va posta sotto all'8. puntato essere 9.
Questo C 9. multiplicaremo per il triplo di 74.
antecedente radice trouata, cioè per 222. (che
si chiamano A,) & fa 1998. al quale giungeremo
il B 164280. & la somma 166278. multiplicaremo
per l'istesso C 9. & fa 1496502. (che è deci-
ne, rispetto al cubo di C,) con il quale sommare-
mo il cubo di 9 C, cioè 729. occupado vn luo-
go destroidi più, cioè ponendo il 729. del 729.
sotto al 02. del 1496502. & la somma sarà 149-
65749. quale, perche si può cauare dal locale
15103548. siamo sicuri il 9 C, adoprato essere
la figura cercata, onde postala sotto all'8. pun-
tato, faremoanco la sottrattione occorrente,
& resta 137799. di questo si accompagneranno
le tre figure seguenti, che contengono il seguen-
te punto, cioè 053. & si hauerà 137799053. da
cercare hora con esso quale sia il C, o figura da
scrivere sotto al 3. pun-
tato, & però al modo
solito quadraremo il
749. sin' hora trouato,
& il suo quadrato 561-
001. multiplicaremo
per 3. a compagna-
re poi il prodotto vn
zero destro, & hauer-
emo 16830030. che è il
B, da trouare con esso.
il C, vedendo quante
volte questo B, entri
nel 13779905. che si ha
(che il 3. puntato vltimo
cuna

7490. luo quadrato 561001
il triplo, & di 16830030 B, che in 13779905
entra nessuna volta, però il C, o da pone-
re sotto al 3. puntato, & l'auanzo hora sarà
il totale 137799053. da accompagnarli mo-
le tre seguenti figure 126.

7490. luo quadrato 561001
il triplo, & di 16830030 B, quale in 137799053
entra 8. volte largamente, che si pone essere il C, & hauerà
137799053126. & resta 314431814.

C 8. via 2270. triplo di
7490. $\times$ trouata, fa
179760
somma 1683182760
via C 8
13465462089
cubo di C
134654621312
somma 137799053126.

figura, è prima destra non si adopra con il B,) ma vediamo, che non v'entra alcuna volta, però il C,
sarà 0. onde 0. sarà la figura da scrivere sotto al 3. puntato, & hora senza fare operatione al-

cuna con esso o. perche faria superfluo (vedendosi, che à moltiplicare il triplo del 749. per esso o faria o. al quale giunto il B, & moltiplicata la somma (che faria l'istesso B.) per il medesimo o. faria o. al quale giunto il cubo dell'istesso C o. posto vn luogo destro più auanti la somma, faria pur o. che auata dal totale 137799053. restaria pure il medesimo 137799053.) noi vedendo, che la R fin'ora trouata è 7490. & 299053. à questo auanzo accompagnaremo l'altre tre figure seguenti, che comprendono il seguente punto, cioè 126. & haueremo 137799053. mediante il quale, & il 7490. trouaro, cerchiamo la seguente figura della radice da seruire sotto al 6. puntato, Perilche al modo solito sempre, al triplo del quadrato del 7490. accompagnaremo vn zero destro, & formaremo il B, ma per questa operatione ci seruirà la già vltimamente fatta, accompagnando al B 16830030. già trouato (contenente il triplo del quadrato del 749. & vn zero destro di più) dui zeri destri, per causa dell'vn zero destro del 7490. il quadrato del quale, oltre al quadrato della sua parte sinistra 749. haueà dui zeri destri (come si vede considerando la differenza, che è da moltiplicare 7490. via 7490. à moltiplicare solo 749. via 749.) & così haueremo 1683003000. per il B, presente, da vedere quante volte egli entri nel numero sopradetto, che si hā remossi il 6. puntato, cioè nel solo 13779905312. & vedremo, che vi entra 8. volte largamente, onde posto il C, essere questo 8. lo moltiplicheremo al solito, via il triplo di 7490. radice trouata, cioè via 22470. & fā 179960. al quale giogeremo il B, & la somma moltiplicaremo per l'istesso 8 C, & fā 13465462080. da giongerli il cubo d'esso C, cioè 512. accomodati togli sotto, dā mentre vna figura, ò luogo più inanzi dalla banda destra, & la somma sarà 134654621312. che si può cauare dal 137799053110. totale (& però l'8 C, adoprato è buono, & si ponerà sotto al 6. puntato) & resta 1344431814. che è l'vltimo auanzo, non restano altre figure nel numero dā ò adoprare, Et così haueremo trouato la R cuba del numero dato essere 74908. & auanzare il detto 3144431814. da formarne il resto propinquo al modo già detto, per accopagnare al 74908.

Applicatione della Radice Cuba.

LA radice cuba hà il suo vso, ò s'adopra nel trattare delli corpi alla similitudine, che seruie la R quadra, trattando delle superficie, che per esempio, dicendosi, Vna superficie quadrata è grande 64. piedi, si domanda quanto è per lato; per trouarlo, si piglia la R quadra del 64. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato di tal superficie essere 8. Similmente nelli corpi, dicendosi, Vn corpo cubo (cioè di forma di dado, che hà gl'angoli retti, & tutti i lati delle sue sei superficie quadrate, che lo serrano eguali fra loro, & perciò la lunghezza d'esso corpo è eguale alla sua larghezza, & ciascuna di loro è eguale alla sua altezza) è grande piedi 512. corporei (che piede corporeo, ò vogliamo dire vn piede corporeo si intende essere vn dado, ò cubo, che sia lungo, & ancor largo, & ancora alto vn piede; che vn piede superficiale poi s'intende essere vna superficie quadra, lunga 1. piede, & larga 1. piede) si domanda, quanto è per lato esso cubo? Per trouarlo, si piglia la R cuba del 512. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato del cubo essere 8. Et nelli corpi sferifici, dicendosi, Si domanda vna palla di metallo, che pesi libre 99. quanto douerà essere grossa, ò alta, supponendo, che ogni piede cubo, ò corporeo à guisa di dado di tal sorte di metallo pesi libre 7. Noi prima vedremo quanti piedi corporei faria essa palla, partendo libre 99. suo peso per 7. numero delle libre, che è il peso d'vn piede corporeo, & ne viene 14 $\frac{1}{7}$. quale è il numero dei piedi della grandezza della palla, poi, perche per le regole Geometriche ci è noto, che ciascuna palla è (proffimo al vero incognito) li $\frac{1}{6}$ del cubo, ò dado, che la circonferisse, ò hauesse per lato la grossezza d'essa palla, vedremo quanto faria la grandezza del cubo, che hauesse per lato la grossezza della proposta, dicendo, Se quando la palla è 11. di grādezza, il cubo di eguale altezza è grande 21. essendo mò la grandezza della palla 14 $\frac{1}{7}$. quanto farà la grandezza del cubo? Onde moltiplicando 14 $\frac{1}{7}$. per 21. che fā 297. & questo partēdo per 11. che ne viene 27. questo 27. farà la grandezza del cubo, & hora piglieremo la R cuba d'esso 27. che è 3. & però 3. farà ciascun lato del cubo; perilche diremo, che la palla proposta douerà hauere di grossezza, ò altezza piedi 3.

Si può anco notare, che così come la R quadra, & i numeri quadrati serouono à proportionare, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro le figure superficiali simili, così ancola R cuba, & i numeri cubi serouono à proportionare, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro li corpi simili; che per esempio, dicendosi; Vn Triangolo, ò vn Quadrangolo, ò vn Pentagono, &c. hà per lato, ò base, ò altezza misure 15. si domanda, volendo fare vn'altro Triangolo simile, ò Quadrangolo, ò Pentagono, &c. che sia la nona parte di quello, quanto hauerà similmente per lato, ò base, ò altezza? Noi, perche il primo del 15. è nonupio al da farsi, piglieremo la R quadra

La quadra di questo 9. denotante il nonuplo, & è 3. con il quale 3. partiremo il 15. & ne viene 5. & questo 5. farà il lato, & base, & altezza della figura, & superficie da farsi alla similitudine della proposta: Et così anco se d'un cerchio il diametro sia 15. il cerchio poi, al quale questo sia nonuplo, douerà hauere per diametro 5. Et conuerſamente dicendosi, Di due superficie simili, & di dui cerchi l'vna ha di diametro, & altezza 5. & l'altro 15. domando quante volte il grande, & maggiore contiene il piccolo, & minore; Noi partiremo 15. per 5. che ne viene 3. *(moſtrando, che il diametro del grande è triplo al diametro del piccolo)* & questo 3. quadraremo, & vogliamo dire moltiplicheremo in ſe meſſimo, cioè per l'ſteſſo 3. & fa 9. qual 9. moſtra, che il grande contenirà 9. volte il piccolo; O perche 5. è $\frac{1}{3}$. di 15. quadraremo quell' $\frac{1}{3}$. & fa $\frac{1}{9}$. & diremo, che il piccolo è $\frac{1}{9}$. del grande.

Nelli corpi mò, dicendosi, Vna piramide, & colonna, & altro corpo è alto miſure 15. ſi domando, volendo vn'altra piramide, & colonna, & altro corpo ſimile al propoſito, che ſia l'ottaua parte di quello, quanto enſi farà alto; Noi, perche il primo del 15. è occupo al da farſi, piglieremo la 8. cuba di queſt 8. denotante l'ottuplo, & è 2. con il quale 2. partiremo il 15. & ne viene 7 $\frac{1}{2}$. quale 7 $\frac{1}{2}$. farà l'altezza del corpo, che ſi vuole, & così anco, Se d'vna palla l'altezza, & groſſezza ſia 15. la palla poi ſimile, alla quale queſta ſia ottupla, douerà eſſer alta, & groſſa 7 $\frac{1}{2}$.

Et conuerſamente dicendosi, Di dui corpi, & palle ſimili, l'vno è alto 7 $\frac{1}{2}$. & l'altro 15. domando quante volte il grande, & maggiore contiene il piccolo, & minore, Noi partiremo 15. per 7 $\frac{1}{2}$. che ne viene 2. *(moſtrando, che l'altezza del grande è 2. volte quanto l'altezza del piccolo)* & queſto 2. cubaremo, cioè moltiplicheremo per l'ſteſſo 2. & il prodotto 4. moltiplicheremo anco per l'ſteſſo 2. & fa 8. quale 8. moſtra, che il grande contenirà 8. volte il piccolo; O perche 2 $\frac{1}{2}$. altezza d' il piccolo è la metà, cioè $\frac{1}{2}$. di 15. altezza del grande, cubaremo queſto $\frac{1}{2}$. *(cioè moltiplicheremo $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. che fa $\frac{1}{8}$. via $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{4}$.)* & l' $\frac{1}{4}$. ſuo cubo moſtrará, che il picciolo è $\frac{1}{8}$. del grande.

Et parlando de' corpi, ſappiaſi, che ogni piramide regolare è la terza parte della colonna, egualmente groſſa, & lei ſimile, della meſſima altezza, & ſia, cioè ronda, & ſia laterata, hauendo per baſe vn Triangolo, & Quadrangolo, & Pentagono, & ſaſono, & Ottagono, & altra ſuperficie, Et perciò per trouare la grandezza corporea d'alcuna piramide, biſogna moltiplicare la grandezza della ſuperficie della ſua baſe, via la terza parte della ſua altezza *(che altezza è quella linea imaginaria, quale partendoſi dal punto, che è cima della piramide, v'è perpendicularmente nel centro, & punto di mezzo della ſuperficie, che è ſua baſe)* Ma nelle colonne la grandezza corporea ſi troua moltiplicando la grandezza della ſuperficie della ſua baſe, via la totale altezza della colonna, che il prodotto è la grandezza corporea. Onde ſe haueremo vna colonna quadrata *(è piſtaſtro)* che ſia per lato piedi 5. & ſia alta piedi 40. noi, quanto al quadro della baſe, moltiplicheremo 5. lunghezza, via 5. larghezza, & fa piedi 25. per la grandezza della baſe, quale 25. moltiplicheremo per 40. altezza, & fa piedi 1000. per ſi dirà, che eſſa colonna contiene piedi 1000. corporei, che ſono 1000. daderri cubi, lunghi 1. piede, & larghi 1. piede, & altri meſſimamente 1. piede. La piramide mò quadrata fatta ſopra la meſſima baſe di 5. piedi per lato, & alta meſſimamente piedi 40. ſaria grande la terza parte delli piedi 1000. della ſua colonna, & però conteniría ſolo piedi 333 $\frac{1}{3}$. corporei, Et l'ſteſſo anniene nell'altre.

Dalle coſe dette ſi viene in cognitione del modo facile di comporre le Tauole da conoſcere, mediante la groſſezza, & altezza d'vna palla d'artiglieria, quanto ella peſi, & conſequentemente quanta poluere ſe gli habbi da accompagnare nel fare il ſuo tiro *(ſtante la proporzione, che deu hauere il peſo della poluere al peſo della palla, ſecondo le diuerſe materie d'eſſe palle, & ferro, & pietra, & altro, & anco, ſecondo le diuerſe ſiſteme, & qualità della poluere, come ſi porta l'vſo, & eſperienza, & giudicio di chi le adopera)* Et queſta ſi fa hauendo peſata vna palla grande *(per maggiore commodità, & ſicurezza)* della forte, & qualità delle palle, per le quali ſi vuole fare la tauola, ben ronda, & pulita, & preſane anco diligentemente la ſua altezza, & groſſezza, & da queſta cognitione ſi vien trouando il peſo di ciaſcun'altra palla ſimile, di che altezza ſi vogli, che per eſempio, Eſſendo io giouine, in Perugia, al tempo, che vi leggeuo Euclide, nello ſtudio, l'anno 1572. deſiderando l'Illuſtre Sig. Fuluio Maſcalchi, Caſtellano della Fortezza, di fare vna Tauola per ſcripito d'eſſa; ſi preſe vna palla di ferro della Colubrina, che chiamano la Paulina, & ſi vidde, che peſaua 66. libbre Perugine, & era alta, & groſſa vn mezzo piede Perugino, qual piede per commodità ſi ſuppoſe eſſere diuiſo in 120. parti, & però la groſſezza della palla detta era 60. d'eſſe parti, ma la bocca della Colubrina era 63. delle meſſime parti; & mediante queſta eſperienza, & cognitione fabricai la ſequenti Tauola; che cominciando da vna palla picciola, che fuſſe groſſa 10. d'eſſe parti, cioè $\frac{1}{12}$. di piede, ſi cuba eſſo 10. & fa 1000. & anco ſi cuba il 60. altezza della palla di peſo noto, & fa 160000. poi ſi dice, Se il cubo a 160000. dà libbre 66. di peſo, che darà

darà il cubo 1000? & (operando come insegna la Regola chiamata d'el Tre) vedremo, che darà oncie $3\frac{1}{2}$. per il che si dirà, che la palla, che sia alta parti 10. ò vn duodecimo di piede, douerà pesare oncie $3\frac{1}{2}$. (Il che anco si conosce, vedendo, che per essere l'altezza della palla piccola di 10. parti, l'1. dell'altezza della palla grande di 60. parti, cubando questo $\frac{1}{6}$. (cioè dicendo $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$.) che fa $\frac{1}{216}$. questo mostra, che la piccola è l' $\frac{1}{216}$ della grandezza. & però del peso della grande, onde pigliando l' $\frac{1}{216}$ di 66. libbre, cioè partendo 66. libbre, ò vogliamo dire 792. oncie per 216. (ò schifando per 6.) partendo 11. libbre per 36. & anco schifando per 12 (che le libbre douentano oncie) partendo 11. oncie per 3. Ne viene oncie $3\frac{1}{2}$. & quello è il peso della palla piccola) Et per trouare il peso della palla, che sia alta, ò grossa 11. parti, cubaremo questo 11. (che 11. via 11. fa 121. & questo 121. di nuovo via 11. fa 1331.) & essendo 1331. il cubo di 11. Et 216000. il cubo di 60. diremo. Se il cubo 216000. da libbre 66. di peso, che peso darà il cubo 1331. O schifando la prima, & seconda delle tre quantità per 6. potremo dire, Se 3600. da libbre 11. che darà 1331? Et anco potremo dire, schifando per 12. la prima, & seconda quantità (che così le 11. libbre si riducono ad 11. oncie) Se 3000. da oncie 11. che darà 1331? onde moltiplicando insieme la seconda, & terza delle tre quantità, cioè 11. via 1331. & il prodotto 14641. partendo per 3000. prima delle tre quantità (cioè 14. milia. & 641. per 3. milia) ne viene $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. che (sono le oncie del peso della palla piccola, cioè ella peserà oncie $4\frac{1}{2}$. ma perche il resto $\frac{1}{2}$. che significa delle 3000. parti d'vn'uncia le 2641. è poco minore d'vn'uncia intiera, egli si potrà pigliare per 1. oncia, & però dire, che detta palla peserà quasi oncie 5. ò oncie 5. poiche nelle cose simili materiali non si attende alla esquisita precisione astratta nelle quantità difficili da trouarli. Et perciò nella fabrica della Tauola, che è la seguente, non si è tenuto eòro delli rotti di poco momento, se bene alle volte vi si veggono notati delli terzi, quarti, & octaui d'oncia.

Si può anco auuertire dall'hauer notato, che quando l'altezza d'vna palla è doppia all'altezza d'vn'altra, allhora (perche il cubo di 2. denominatore della proportion e doppia, ò dupla è 8.) la grandezza, ò peso dell'vna è ottuplo, ò vogliamo dire 8. tanti della grandezza, ò peso dell'altra; Et conuersamente quando l'altezza dell'vna è la metà dell'altezza dell'altra, allhora la grandezza, ò peso dell'vna è l'ottauo della grandezza, ò peso dell'altra, Et se l'altezza è tripla all'altezza (perche il cubo di 3. denominatore della proportion tripla è 27) allhora la grandezza, ò peso è 27. vplio, cioè 27. tanti della grandezza, ò peso; Et conuersamente se l'altezza dell'vna è l' $\frac{1}{3}$. dell'altezza dell'altra, allhora la grandezza, ò peso dell'vna è l' $\frac{1}{27}$. della grandezza, ò peso dell'altra; Et se l'altezza è 4. volte, ò 5. ò 6. volte quanto l'altezza, ò sia l' $\frac{1}{4}$. ò l' $\frac{1}{5}$. allhora la grandezza, ò peso è 64. volte, ò 125. ò 216. volte, quanto la grandezza, ò peso, ò l' $\frac{1}{64}$. ò l' $\frac{1}{125}$. ò l' $\frac{1}{216}$. Di qui si vede, che senza molta fatica di calcolare, si può in gran parte costituere la Tauola con vna sola moltiplicatione, ò con vna sola partitione, Poiche sapendo della palla di 60. parti d'altezza il peso essere 66. libbre, conosciamo, che partendo esse libbre 66 per 8. cubo di 2. & ne viene libbre 8 $\frac{1}{2}$. cioè libbre 8. & oncie 3. questo douerà essere il peso della palla, che per altezza sia solo parti 30. al quale l'altezza di parti 60 è doppia; Et quella, che sia alta parti 15. peserà l'ottauo di esse libbre 8. & oncie 3. cioè solo libbre 1. & oncie $\frac{1}{2}$. che è alquanto più d'oncie $\frac{1}{2}$. Et così, mediante le quasi oncie 5. che pesa la alta parti 11. sapremo, che la alta il doppio, cioè parti 22. peserà otto volte tanto, cioè quasi oncie 40. (che 8. volte 5. fa 40.) & però nella Tauola è notato per libbre 3. oncie 3. che (sono oncie 39. Et la alta parti 44. peserà otto tanti di questa, cioè libbre 26. se bene esso peso trouato con maggior diligenza, mediante il cubo di 44. & di 60. è scritto nella Tauola libbre 26. oncie 1. Et così si potrà fare nelle simili; Anzi vediamo, che hauendo calcolata la Tauola con diligenza al modo ordinario con i cubi delle parti dell'altezza, potremo poi anco, mediante l'altro modo breue detto, chiarirci se vi fusse errore. Che per esempio, vedendo, che la palla alta parti 13. pesa oncie 8. & quella di parti 26. doppio al 13. pesa libbre 5. & oncie 4. che sono oncie 64. perche questo 64. oncie è ottuplo all'oncie 8. si viene ad assicurarsi, che il calcolo loro sia bene; Et così, perche la alta 3. volte 13. cioè 39. parti, doue pesare 27. volte oncie 8. cioè libbre 18. vedendosi, che nella Tauola si dice il suo peso essere libbre 18. & oncie $1\frac{1}{2}$. siamo sicuri, che i loro calcoli stiano bene, ancorche la Tauola mostri le oncie $1\frac{1}{2}$. di più; il che ci fa accorti, che la palla di parti 13. doue pesare qualche poca cosa (se bene non di momento) più delle oncie 8. Et questo basti, che abbi lo mi sono dilataro molto, accioche essendo questo discorso pertinente in particolare a persone militari, fra le quali si trouino delli non molto esperti negli numeri, essi ancora ciò non ostante, ne possino cauare bastevole intelligenza.

Tauola per sapere quanto pesi, il peso di Perugia (Città Augusta, capo dell'Umbria, & famosa per lo Studio vniuersale delle Scienze, & persone Illustri in esse, & nella Militia) vna Palla tonda di ferro da Artigliaria; sapendo quante delle sotto notate parti è la sua grossezza, o altezza.

Il piede Perugino si suppone diuiso in centoninetti parti eguali, & vna Palla, che habbi di altezza, o grossezza dieci di esse parti (che è vn duodecimo di piede) pesa oncie $3\frac{1}{2}$, in circa; pelando quella di parti 60. (presa per esemplare fondamento) libbre 66.

Parti	Peso	Parti	Peso	il cubo 3000. pesa
10	libre 1 oncie $3\frac{1}{2}$	56	libre 53 oncie 8	oncie 11
11	5	57	56	94
12	$6\frac{1}{2}$	58	59	94
13	8	59	62	8836
14	10	60	66	94
15	libre 1 oncie $\frac{1}{2}$	61	69	35344
16	1	62	72	79524
17	1	63	76	830584
18	1	64	80	11
19	2	65	83	9136424
20	2	66	87	7
21	3	67	91	3045
22	3	68	96	lib. 255. 9 $\frac{1}{2}$
23	3	69	100	25
24	4	70	104	25
25	4	71	109	9025
26	5	72	114	171475
27	6	73	118	857375
28	6	74	123	11
29	7	75	128	9431125
30	8	76	134	3141
31	9	77	139	lib. 262
32	10	78	145	96 60
33	11	79	150	8 5
34	12	80	156	512 125
35	13	81	162	66
36	14	82	168	33792
37	15	83	174	6758 $\frac{3}{4}$
38	16	84	181	lib. 270. 4
39	18	85	187	27
40	19	86	194	27
41	21	87	201	9409
42	22	88	208	65863
43	24	89	215	84681
44	26	90	223	912673
45	27	91	230	11
46	29	92	238	10039403
47	31	93	245	3346 $\frac{1}{2}$
48	33	94	253	278. 10 $\frac{1}{2}$
49	35	95	262	98
50	38	96	270	98
51	40	97	278	9604
52	42	98	287	134456
53	45	99	296	941192
54	48	100	305	10153112
55	50			3451
				lib. 287. 7
				100 60
				5 3
				125 27
				66
				8250
				lib. 305. 6 $\frac{3}{4}$

TAVOLA

Delle cose principali contenute in quest'Opera.

D ifinitione della Radice quadra, & quello, che sia la Radice quadra d'alcun numero, & quantita data.	1
Modo breuissimo di pigliare la R quadra delli numeri.	2
Discorso intorno al formare il rotto nella estrazione delle $\frac{1}{2}$ di qual si vogli sorte.	8
Discorso intorno al Modo di pigliare, & trouare la $\frac{1}{2}$ quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia più del douere; & della Approssimazione continua.	13
Discorso intorno al Modo di pigliare, & trouare la R quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia minore del douere; & della Approssimazione continua.	18
Raccolta generale delle Regole vniuersali della inuentione continua delle $\frac{1}{2}$ scarse, & eccedenti propinque delli numeri.	33
Alcuni auuertimenti nel pigliare la $\frac{1}{2}$ quadra propinqua delli numeri non quadrati.	35
Auertimenti circa alli modi del pigliare la $\frac{1}{2}$ quadra delli numeri non quadrati, de' quali l'vno dà $\frac{1}{2}$ propinqua maggiore del douere, & l'altro dà $\frac{1}{2}$ propinqua minore del douere.	39
Consideratione Geometrica intorno al modo del pigliare le R propinque delli numeri, & applicatione d'essa alla inuentione de' quadrati, & triangoli rettangoli.	94
Regole di Pratica, che si applicano alli quadrati, & seruivano alli Sergenti, quali à mente vogliono formare ordinanze quadre di gente, & diminuirle, & accrescerle di numero di fanti.	104
Come proposto vn numero rotto, & misto, si conosca s'egli è quadrato, & nò, & essendo quadrato, come se ne troui la sua vera R.	106
La causa, & fondamento del modo di operare nel pigliare la R quadra delli numeri grandi.	113
Discorso per venire in cognitione del modo di trouare la radice quadrata delli numeri misti d'intero, & rotto, senza ridurli à forma di rotto.	118
Modo particolare di pigliare la $\frac{1}{2}$ molto propinqua eccedente delli numeri intieri non quadrati, alli quali manca solo vna vnità ad essere quadrati. Che anco si può adoprare ne gl'altri numeri, la R eccedente de' quali presa al modo ordinario, hauesse per rotto più d' $\frac{1}{2}$. Come saria, poniamo di 21. che al modo ordinario saria $4\frac{1}{2}$. ma con questo si dria essere $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il quadrato del quale è 21 $\frac{1}{4}$. che eccede il 21. in $\frac{1}{4}$. quadrato di $\frac{1}{2}$. in che il rotto $\frac{1}{2}$. è minore della vnità, Et di 21 $\frac{1}{2}$. la $\frac{1}{2}$ saria $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il quadrato del quale è 21 $\frac{1}{2}$. eccede il 21 $\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{4}$. quadrato di $\frac{1}{2}$. in che il rotto $\frac{1}{2}$. del $4\frac{1}{2}$. è minore della vnità.	119
Regola da ponere vna data quantita, & numero di fanti in ordinanza quadra di terreno, & d'altra sorte, & farne diuerse ordinanze, che habbino le conditioni proposte.	120
Modo facile da ridurre vn'ordinanza quadra di gente à quadra di terreno.	124
Come vn'ordinanza quadra di terreno si riduca à quadra di gente.	125
Delle ordinanze cunee, & triangolari simplici, & doppie, & altre poco differenti.	125
Come hauendo due, & più ordinanze simili, & volendo formarne vna, che le sia pur simile, & le contenga tutte, si possa facilmente conoscere quanto sia la fronte, & fianco d'essa.	127
Come proposto vn sico quadrato, si possa formarne quanti altri si vogliono quadrangoli rettangoli della medesima grandezza, ma di quale altro maggior giro si vogli. Et l'istesso opicare ancora nelli Rombi, & Romboidi.	139
Modo di trouare la $\frac{1}{2}$ cuba d'un proposto numero.	131
Altro modo di pigliare la $\frac{1}{2}$ cuba delli numeri.	133
Applicatione della R cuba.	135
Modo facile di comporre le T auole da conoscere quanto pesino le palle d'artiglieria, mediante la grossezza, & altezza loro.	136
T auola da conoscere il peso delle palle di ferro d'artiglieria, mediante la loro grossezza.	138



ALLI LETTORI.



Laborioso, & inquieto stato dell'animo (*oltre alla continua pericolosa indisposizione del corpo, che mi trouaglia giorno, & notte*) mi hà talmente tolto il poter discorrere, regolare, ordinare, & facilitare, come soleuo, intorno alle cose, che mi proponeuo di scriuere, che se io non tenessi per fermo, che li giudiciosi Lettori con amoreuole benignità fussero per hauere risguardo à ciò, io non ardirei di scriuere; onde confidato nella bontà loro, hò giudicato esser ben fatto durar fatica (*che con grande difficoltà, & discomodo scriuo quel poco di tempo, che mi sforzo impiegarui*) che questi miei fragmenti nati improuisamente in diuersi tempi, più tosto rozzamente, & inordinatamente vengano in luce, che, che essi stiano occulti, & vadano in obliuione, poiche così ancora potranno giouare à molti felici ingegni, già introdotti a bastanza per intenderli à pieno, & fargli prender diletto di ordinarli, ampliarli, & ridurli à perfettione. Preghiamo N. S. DIO, à laude, & gloria del quale deuono essere indirizzati tutti li nostri pensieri, & attioni, che per sua somma bontà, & misericordia ci liberi da gl'infortunij, & ci dia continua prosperità, accioche continuamente ancora operiamo à gloria di Sua Diuina Maestà, con ornamento delle Dottrine, & beneficio vniuersale.

Fini questa copia, data alla Stampa, Lunedì alli 11. Agosto 1597. à hore 21 $\frac{1}{2}$. nella stanza in S. Petronio vecchio, contrada di Bologna, essendo fatta la prima bozza alcuni anni auanti.

L A V S D E O S E M P E R .